506,437
.C423

2

8511
6 2

ACADÉMIE DES SCIENCES
DE L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

(ČESKÁ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA I.)

ved a umení, Prague

9972

7

BULLETIN INTERNATIONAL.

RÉSUMÉS DES TRAVAUX PRÉSENTÉS.

CANCELLED

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, NATURELLES ET DE LA MÉDECINE.

XI^e ANNÉE

(1906.)

SMITHSONIAN INSTITUTION
302388
OCT 26 1936
NATIONAL MUSEUM

PRAGUE.

PUBLIÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

1906.

SMITHSONIAN
DEPOSITORY
WASHINGTON

By Transfer
Bureau of Standards
JAN 25 1932

88 302

TISKEM ALOISA WIESNERA V PRAZE,
KNIHTSKAŘE ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA
PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

506.437
C423

BUREAU OF STANDARDS
RECEIVED
NOV 14 1907
ACCESSION 4216
CANCELED

SOMMAIRE.

Pag.

Dr. V. *Vávra*: Über einen Fall von Wirbelsäulenverkürzung bei einer Regenbogenforelle (Salmo iridaeus W. Gibb.) 1

Vladimír *Staněk*: Über eine Verbesserung der Methode zur Bestimmung des Stickstoffes in Aminosäuren 6

K. *Petr*: Die symmetrischen Zahlensysteme und der Satz von Sturm 14

Vladimír *Staněk*: Über das Cholinperjodid und die quantitative Fällung von Cholin durch Kaliumtrijodid 35

Vladimír *Staněk*: Über die quantitative Trennung von Cholin und Betain 41

Dr. B. *Kučera* and Dr. B. *Mašek*: On the Radiation of the Radiotellurium. (Part I.) 46

K. *Petr*: Über die Invariantenkriterien für die Realität der Wurzeln einer Gleichung sechsten Grades 53

Fr. *Klapálek*: Ein Beitrag zur Kenntnis der Neuropteroiden-Fauna von Croatien-Slavonien und der Nachbarländer 77

Dr. B. *Němec*: Über die Bedeutung der Chromosomenzahl. (Vorläufige Mitteilung.) 86

Dr. B. *Němec*: Die Induktion der Dorsiventralität bei einigen Moosen. II. 90

Dr. Jar. *Milbauer*: Ueber die Oxydation des Wasserstoffs durch die Schwefelsäure 97

Dr. Josef *Znojemský*: Ein Beitrag zur Genese der zentralen Epithelialgeschwülste der Kiefer 106

Dr. B. *Němec*: Die heliotropische Orientation des Thallus von Peltigera apthosa (L.) Hoffm. 123

Vladimír *Staněk*: Ueber die quantitative Bestimmung von Cholin und Betain in pflanzlichen Stoffen und einige Bemerkungen über Lecithine 128

Prof. Fr. *Klapálek*: Revision und Synopsis der europäischen Dictyopterygiden 137

Pag.

Dr. St. *Růžička*: Eine neue einfache Methode zur Herstellung sauerstoffreier Luftatmosphäre (als Methode zur einfachen verlässlichen Züchtung strenger Anaeroben) 167

G. *Smolař*: Base mathématique pour le calcul cristallographique des macles 170

J. *Janošík*: Das Verhältnis des Meta- und Mesonephros. II. 186

Fr. *Nušl* et Josef Jan *Frič*: Deuxième étude sur l'appareil circumzénithal 221

Dr. Jar. *Milbauer*: Note sur la synthèse de l'hydrogène sulfuré . . . 263

Dr. Em. *Rádl*: Über rudimentäre Punktaugen bei den Tipulidae . . 268

Dr. techn. Zdeněk *Bažant*: Neue Formen statisch bestimmter durchgehender Fachwerke 270

Dr. Vojtěch *Rosický*: Über die Genesis der Kupfererze im nordöstlichen Böhmen 285

J. V. *Želízko:* Geologisch-palaeontologische Verhältnisse der nächsten Umgebung von Rožmital in Böhmen 311

Über einen Fall von Wirbelsäulenverkürzung bei einer Regenbogenforelle (Salmo iridaeus W. Gibb.).

Von

Dr. V. Vávra,

Adjunkten am Museum in Prag.

(Mit zwei Tafeln und einer Textfigur.)

Vorgelegt am 19. Jänner 1906.

Einen Fall von Verkürzung der Wirbelsäule bei einem Fisch überhaupt hat bisher nur Hofer[1]) beobachtet. Die Zahl der Wirbel war normal, nur der 10. bis 23. Wirbel war flach und scheibenförmig, der Körper der Forelle war auffallend hochrückig geworden.

Bei den Fröschen fand Adolphi[2]) Verschmelzungen von zwei bis drei Wirbeln, bei den eine Grenze zwischen den einzelnen Wirbelkörpern bemerkbar wurde.

Im Jahre 1905 hat den Museumssammlungen Herr F. Kozel, Grosshändler in Prag, eine Regenbogenforelle geliefert, die durch seine Körperform auffallend war. Das Exemplar wurde aus Neu-Reichenau eingesandt.

Die Körperform (Taf. I. Fig. B, Taf. II.) ist auffallend hoch und gekürzt, so dass sie der einer Plötze ähnlich ist.

Die Körperlänge beträgt 155 *mm*, die Höhe bei dem ersten Strahl der Rückenflosse 50 *mm*, so dass das Verhältnis der Höhe zur Länge **1 : 3** beträgt.

Bei dem normalen Exemplar etwa desselben Alters ist die Körperhöhe 33 *mm* bei einer Länge von 180 *mm*, das Verhältniss der Höhe zur Länge also **1 : 5** $\frac{1}{2}$.

---

[1]) Hofer Dr. Br., Handbuch der Fischkrankheiten. München, 1904.

[2]) Adolphi Dr. H., Über Variationen der Spinalnerven und der Wirbelsäule anurer Amphibien. Morphol. Jahrb. XIX. XXII. XXV. 1898.

Bei dem abnormalen Exemplar ist die Kopflänge 27 *mm* in der ganzen Körperlänge **5·7** mal, bei dem normalen Exemplar **7** mal enthalten.

Es ist also ersichtlich, dass bei dem abnormalen Exemplar mit der Verkürzung der Längsachse eine entsprechende Erhöhung des Körpers eingetreten ist.

Es war augenscheinlich, dass es sich hier um eine Veränderung des Skelettes handelt und das Skiagramm der normalen und abnormalen Regenbogenforelle hat uns volle Auskunft über dieselbe gegeben. Für die Herstellung der Skiagrammen und einer Schnittserie eines Wirbels bin ich Herrn J. Rejsek zum Danke verbunden.

Aus dem Bilde ist ersichtlich, dass viele von den Wirbelkörpern nicht einfach sind, sondern sind dieselben durch Verschmelzung von zwei bis fünf Wirbelkörpern entstanden. (Taf. I. Fig. B.)

Die Zahl der Rückenflossenstrahlen ist normal $\frac{4}{10}$, ebenfalls der Schwanzflossenstrahlen $\frac{3}{10}$.

Epiphysen oder ossicula intermedia der Rückenflosse sind etwas aus der Achse verschoben, die unteren ossa interspinalia sind verlängert, der untere Flossenträger des vierten Strahles an der Basis nach vorne gebogen.

Ossa supraspinalia sind 17 vorhanden, bei dem normalen Exemplar schwach S-förmig gebogen und parallel von oben nach vorne geneigt. Bei dem abnormalen Exemplar sind dieselben verschoben, mit dem unteren Ende nach hinten gerichtet, 8.—13. in der Mitte stumpfwinkelig gebogen.

Die Zahl der Wirbel der gemeinen Forelle ist nach Cuvier und Agassiz 56, Zärmayer 57—60, Bruch und Schulze 58.[3]) Es ist ersichtlich, dass die Wirbelzahl der gemeinen Forelle in kleinen Grenzen schwankend ist.

Bei der abgebildeten normalen Regenbogenforelle sind 61 Wirbel (Taf. I. Fig. A.) entwickelt.

Bei dem abnormalen Exemplar (Taf. I. Fig. B.) sind anstatt 62 nur 38 Wirbelkörper vorhanden, so dass 14 Wirbel abnormal entwickelt sind. Doch alle zeigen die volle Zahl der oberen und unteren Bogen- und Dornstücke, der Fleischgräthe (spinae intermusculares) und der Rippen.

Jedes Wirbelkörper zeigt an dem Skiagramm einen viereckigen Längsschnitt, in dem ein dunkler der Sanduhrform des Wirbelkörpers entsprechender Querkreuz ersichtlich ist.

Der erste und zweite Wirbel, die als Nackenwirbel bezeichnet werden, sind normal.

---

[3]) Bruch Dr. C., Vergleichende Osteologie des Rheinlachses (Salmo salar L.). Mit 7 Taf. Mainz, 1875.

Die folgenden 36, der 3. bis 40. Wirbel des normalen Skelettes, sind rippentragende Rückenwirbel, von denen die 9 letzten als Lendenwirbel bezeichnet werden.

Der sechste und siebente Wirbel ist assymmetrisch, mit flacher, hinteren Facette.

Der achte Wirbel entstand durch Verschmelzung von zwei, nämlich des 8. und 9. norm. Wirbelkörpers, mit beiden angehörenden Fortsätzen und Anhängen.

Der neunte Wirbel ist ebenfalls aus zwei, dem 10. und 11. norm. Wirbel verschmolzen. Er ist etwas kleiner als der vorgehende, die hintere Facette ist flach. Die oberen Dornstücke sind nach hinten geschwungen, so dass die Spitze derselben nach vorne gerichtet ist.

Der zehnte Wirbel ist aus drei, dem 12., 13. und 14. norm. Wirbel verwachsen, mit senkrecht stehenden oberen Dornstücken.

Der elfte Wirbel entstand aus vier und zwar aus dem 15. bis 18. norm. Wirbel, mit geraden, nach hinten gerichteten oberen Dornen. Die vordere Facette etwas flach, so dass der Wirbelkörper von vorne nach hinten gekürzt ist.

Der zwölfte Wirbel ist aus zwei, dem 19. und 20. norm. Wirbel verschmolzen.

Der dreizehnte Wirbel ist aus zwei, dem 21. und 22. norm. Wirbel verwachsen.

Der vierzehnte Wirbel ist auffallend grösser als die übrigen aus zwei Wirbeln verwachsenen, entspricht dem 23. bis 24. norm. Wirbel.

Der fünfzehnte Wirbel ist aus vier, dem 25. bis 28. norm. Wirbel verschmolzen.

Der sechzehnte Wirbel entstand aus drei, dem 29. bis 31. norm. Wirbel. Zwischen den zwei vorderen ist in der unteren Hälfte ein Rest der Facette, während die zwei folgenden eng verbunden sind mit etwas flacher, hinteren Facette.

Alle Rippen der Rückenwirbel sind dem hohen Körperform entsprechend verlängert, und sind nicht in so scharfem Winkel wie bei dem normalen Skelett nach hinten gerichtet.

Die folgenden neun (32. bis 40. normale) sind sogenannte Lendenwirbel.

Der siebzehnte Wirbel ist aus fünf, dem 32. bis 36. normalen Lendenwirbel verwachsen. Untere Bogenstücke und Dornen sind verlängert. Im Wirbelkörper sind Spuren der Facetten bemerkbar.

Der achtzehnte, dem 37. norm. entsprechende Wirbel ist einfach, aber assymetrisch, mit flacher vorderen Facette, vom vorne nach hinten verkürzt.

Der neunzehnte Wirbel ist aus drei letzten, dem 38. bis 40. Lendenwirbel verwachsen. Der letzte Dorsaldorn ist exostotisch in der Mitte verstärkt.

Die folgenden Wirbel gehören den Schwanzwirbeln an, mit symmetrischen oberen und unteren Dornen.

Der zwanzigste Wirbel ist einfach, aber dorsoventral assymmetrisch, mit niedrigerer unteren Hälfte. Der untere Dorn ist exostotisch verstärkt.

Der einundzwanzigste Wirbel ist aus zwei, dem 42. und 43. norm. Wirbel verschmolzen, mit deutlicher Grenze in der Mitte.

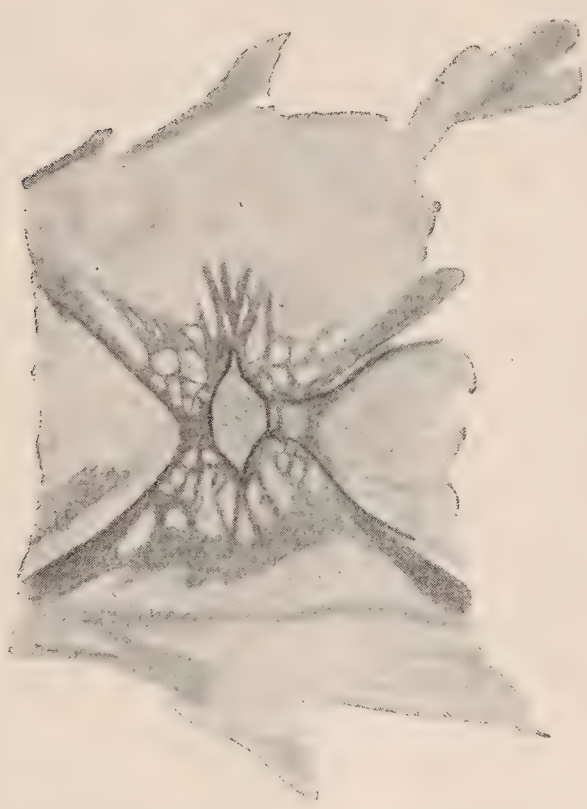


Fig. 1.

Längsschnitt durch den 26. Doppelwirbel. 10mal vergrössert.

Der zweiundzwanzigste bis fünfundzwanzigste Wirbel ist einfach, dem 44. bis 47. norm. Wirbel entsprechend. Der zweiundzwanzigste Wirbel assymmetrisch, mit flacher vorderen Facette.

Der sechsundzwanzigste Wirbel ist wieder aus zwei, dem 48. und 49. norm. Wirbel verwachsen, mit einer Spur der mittleren Facetten.

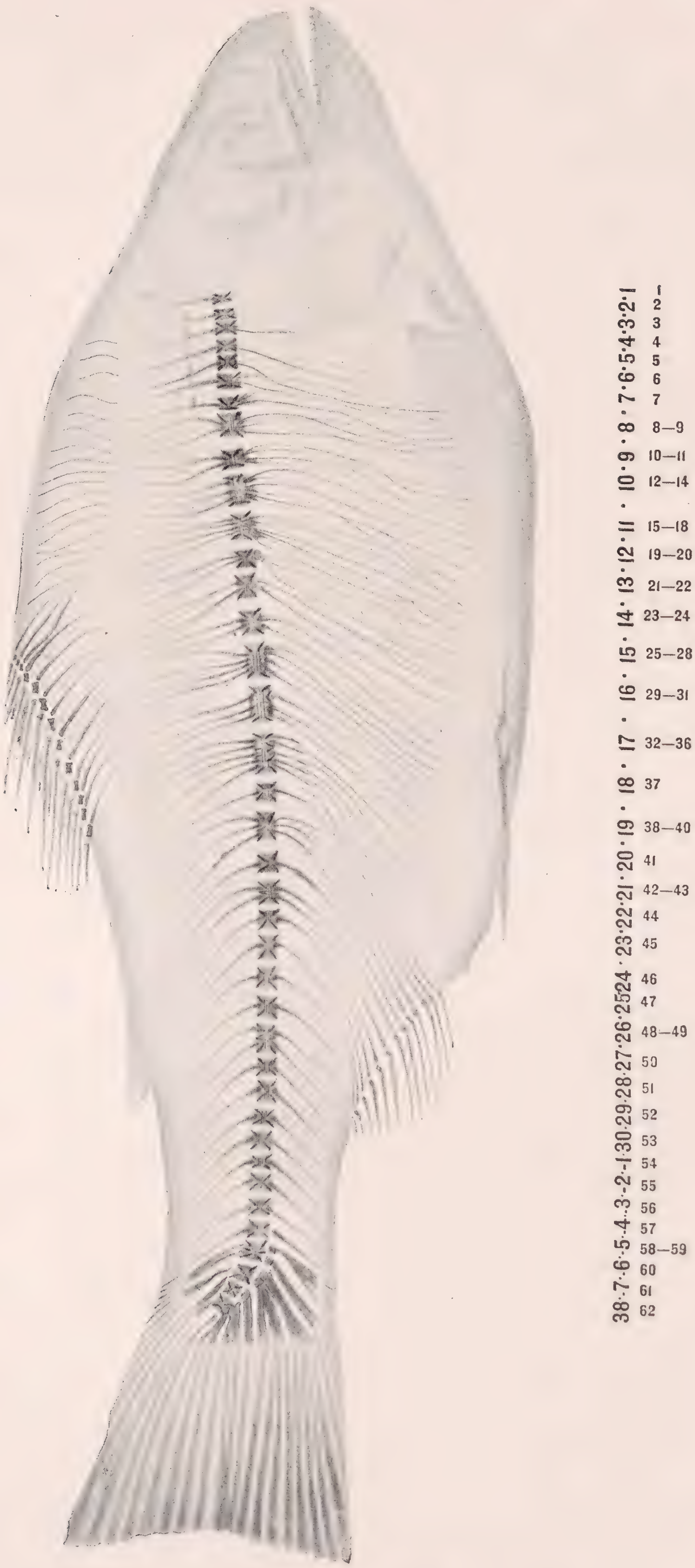
Dieser Wirbel wurde herauspräpariert und es wurde eine Schnittserie aus demselben angefertigt. Nebenstehend (Fig. 1) ist ein Längsschnitt, der durch die Mitte geht, abgebildet. Beide Wirbelkörper treten deutlich hervor, beide dazugehörende, mittlere Facetten sind etwa auf ein Drittel der normalen Grösse reduziert und an den Rändern verwachsen, so dass sie in dem Längsschnitt ein senkrecht stehendes, rhombisches Gebilde darstellt, das von den Markkanälchen beider Wirbelkörper umgeschlossen ist.

Der siebenundzwanzigste bis vierunddreissigste Wirbel ist einfach und entspricht dem 50. bis 57. norm. Wirbel.

Von den fünf folgenden, die Schwanzplatte bildenden Wirbeln ist der fünfunddreissigste, aus zwei, dem 58. und 59. norm. Wirbel verschmolzen, mit einer den mittleren Facetten entsprechenden Zwischenwand.

Die Verkürzung der Wirbelsäule ist in gegebenem Fall eines embryonalen Ursprungs durch Verschmelzung der Segmente.

A *B*


38·7·6·5·4·3·2·1·30·29·28·27·26·25·24·23·22·21·20·19·18·17·16·15·14·13·12·11·10·9·8·
1
2
3
4
5
6
7
8—9
10—11
12—14
15—18
19—20
21—22
23—24
25—28
29—31
32—36
37
38—40
41
42—43
44
45
46
47
48—49
50
51
52
53
54
55
56
57
58—59
60
61
62

Erklärung der Abbildungen.

Taf. I. Fig. A. Röntgenogramm einer normalen Regenbogenforelle mit 61 Wirbeln.
Fig. B. Röntgenogramm einer abnormalen Regenbogenforelle mit 38 Wirbeln.
Photographiert von J. Rejsek.

Taf. II. Eine abnormale Regenbogenforelle. Nach dem Röntgenogramm Taf. I. Fig. B. gezeichnet.

Um ein Drittel vergrössert.

Die obere Zahlenreihe bezeichnet einzelne Wirbel, die untere Zahlenreihe gibt die Reihenzahl der korrespondierenden normalen Wirbel an.

Über eine Verbesserung der Methode zur Bestimmung des Stickstoffes in Aminosäuren.

Von

Vladimír Staněk.

Vorgelegt am 19. November 1904.

Die Bestimmung der Aminosäuren bildete von jeher eine schwache Seite der Analyse pflanzlicher und tierischer Produkte. Es fehlt nämlich an einem Reagens, welches eine quantitative Abscheidung und Trennung der erwähnten Säuren von anderen Begleitstoffen ermöglichen würde. Wohl liefern manche Aminosäuren unlösliche Kupfer- und Quecksilbersalze, doch lassen sich dieselben nicht vorteilhaft anwenden, da erstere sich nur sehr langsam, und wenn die Lösung unrein ist, überhaupt nicht abscheiden, die zweiten wieder sich leicht im Überschusse des Reagens lösen. Dazu fällen Quecksilbersalze eine ganze Reihe anderer stickstoffhaltiger Substanzen.

Es erübrigen also zur Bestimmung der Aminosäuren nur präparative Methoden [1]) und solche, die auf der Gruppenreaktion der Aminosäuren mit der salpetrigen Säure beruhen, wobei sich der Stickstoff aus beiden, an der Reaktion beteiligten Säuren entwickelt.

Es ist klar, dass diese Methoden keine vollkommen richtigen Resultate liefern können, da ja auch andere stickstoffhaltigen Substanzen mit der salpetrigen Säure unter Stickstoffentwicklung reagieren: es sei hier nur z. B. auf Ammoniumsalze, Eiweisstoffe, Peptone, Guannin u. a. hingewiesen. Wenn sich nun auch einige von diesen (Ammoniak, Eiweiss) vorher entfernen lassen, so muss man andere notgedrungen mit in Kauf nehmen, solange keine bessere Methode existiert.

Die Bestimmung von Aminosäuren durch Zersetzung mittels salpetriger Säure haben ursprünglich Sachse und Korman [2]) ausgearbeitet.

---

[1]) Scheibler: Z. für Chemie 1866, 278, Fischer & Bergel BB. 35, 3779, K. Andrlík: »Listy cukrovarnické« 1903, 125.

[2]) Landw. Versuchst. 17, 95.

Die Lösung, in welcher die Aminosäuren bestimmt werden sollten, wurde in ein Gefäss gebracht, welches mit salpetriger Säure gefüllt war, das sich entwickelnde Gas wurde in einer Eisensulfatlösung von Stickoxyden befreit, dann das Volumen des Stickstoffes gemessen und auf den Stickstoff der Aminosäure umgerechnet.

Diese Methode wurde zahlreichen Modifikationen unterworfen: so benützten Sachse und Korman[3]) selbst statt der salpetrigen Säure das Kalisalz derselben, indem sie dieses im Entwicklungskolben in Gegenwart der Aminosäure mittels Schwefelsäure zersetzten.

Ker[4]) verdrängt die Luft und nach der Reaktion den Stickstoff aus dem Apparate durch Kohlensäure.

Böhmer[5]) empfiehlt für die Absorption der Stickoxyde die besonders vorteilhafte Lösung von Permanganat in Alkalilauge.

Alle hier angeführten Modifikationen haben den gemeinsamen Nachteil, dass man mit freier salpetriger Säure operieren muss, die schon bei gewöhnlicher Temperatur rasch unter Entwicklung von Stickstoffoxyd zerfällt Da sich nun eine ziemlich bedeutende Menge dieses Gases, 200—300 cm^3, neben relativ geringen Mengen Stickstoff bildet, so ist die Arbeit mit so grossem Volumen Gas unbequem. Ausserdem verläuft die Reaktion mit der salpetrigen Säure nicht immer vollkommen glatt, denn ich machte die Beobachtung, dass manchmal (besonders in Gegenwart starker Säuren) bis $^1/_3$ aller Amidosäuren der Reaktion entging.

Ich versuchte also die salpetrige Säure durch eine andere Substanz zu ersetzen, die beständiger und frei von den angeführten Nachteilen wäre.

Aus den Arbeiten von Curtius,[6]) Jochem[7]) und Tilden[8]) ist bekannt, dass durch Einwirkung von salpetrigsaurem Natron auf eine salzsaure Lösung der Aminosäure die entsprechende Chlorsäure entsteht und der Stickstoff sich als solcher abspaltet.

Diese Reaktion nun benützte ich für quantitative Zwecke. Das Zutropfen einer konzentrierten Lösung von salpetrigsaurem Natron in die Flüssigkeit, welche die Aminosäure und Salzsäure enthielt, führte nicht zum Ziele, da sich die Flüssigkeiten erwärmen und grosse Mengen von Stickstoffdioxyd entstehen. Ich musste deshalb von dieser Arbeitsweise abgeben und benütze nun zur Zerlegung der Aminosäuren eine Lösung, die durch Einwirkung von salpetrigsaurem Natron auf rauchende Salzsäure entsteht und wahrscheinlich Nitrosylchlorid enthält nach der Reaktionsgleichung:

$$2\,HCl + NaNO_2 = NaCl + NOCl + H_2O.$$

---

[4]) Landw. Versuchst. 17, 321.
[4]) Ibid. 24, 365.
[5]) Ibid. 29, 247.
[6]) Berl. Ber. 16, 744.
[7]) Z f. physiol. Chem. 1901, 11[c].
[8]) Berl. Ber. 28, 646.

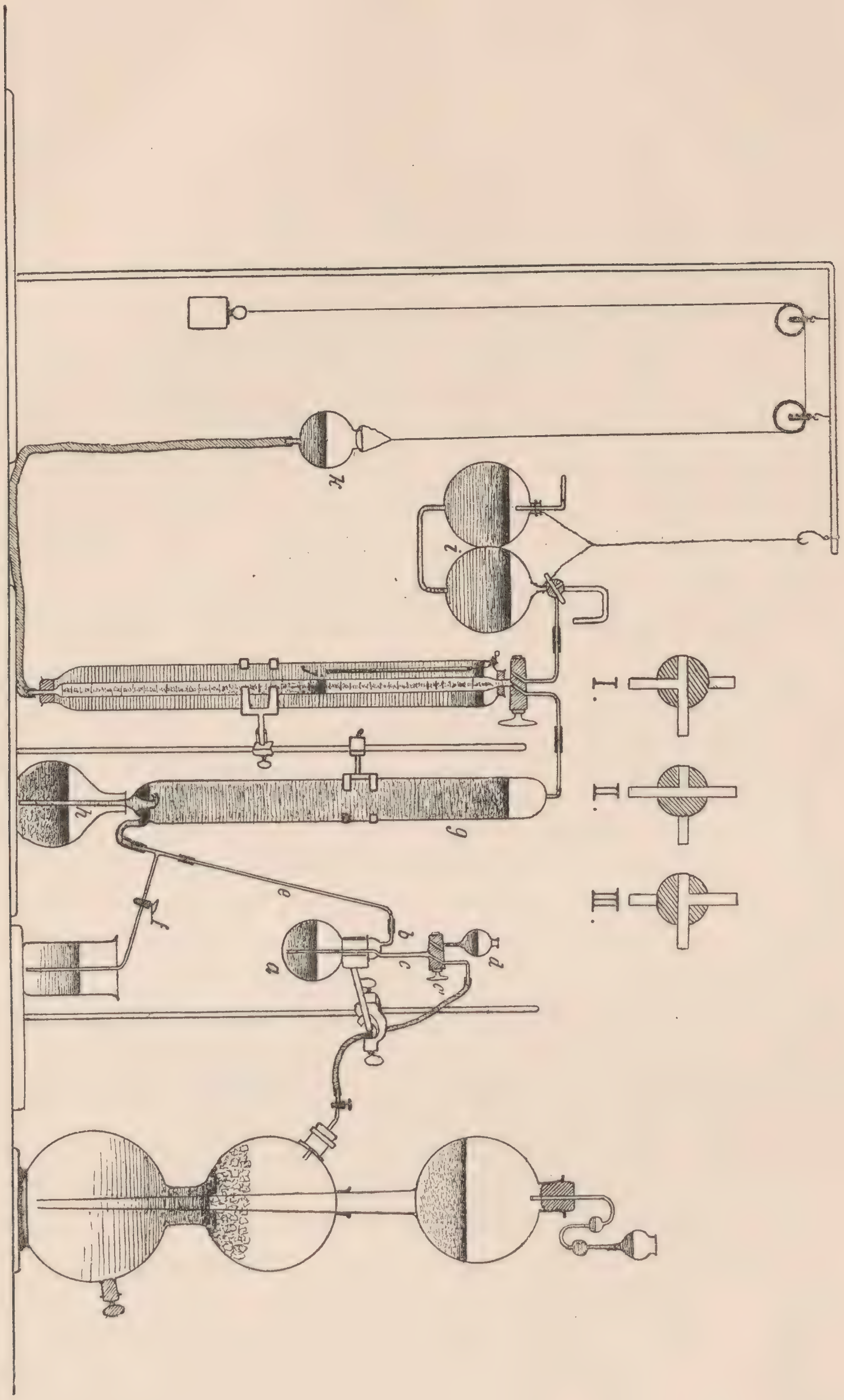
Bei der Darstellung gehe ich folgendermassen vor: Ein bestimmtes Volumen konz. Salzsäure wird in walzenförmiges Glas abgemessen, mit einem Tropftrichter, dessen Röhre bis an den Boden reicht und zu einer feinen Spitze ausgezogen ist, abgeschlossen. In den Trichter giesst man $^1/_5$ Volumen der angewendeten Salzsäure an 40%iger wässeriger Lösung von salpetrigsaurem Natron und lässt dieselbe in die Säure tropfen. Es findet eine energische Gasentwicklung statt und die Lösung färbt sich orangerot. Nach beendigter Reaktion giesst man die orangerote Flüssigkeit von dem abgeschiedenen Kochsalze ab und bewahrt dieselbe in einer gut verschliessbaren Flasche. Die so bereitete Lösung ist ziemlich beständig: sie entwickelt in der Kälte nur sehr langsam Stickoxyde und lässt sich mehrere Tage lang aufbewahren; mit kaltem Wasser verdünnt färbt sie sich grünlich und das Stickstoffdioxyd entweicht. Mit gesättigter saurer Lösung von Kochsalz lässt sie sich ohne Zerfall verdünnen, man muss also dafür sorgen, dass die Reaktionsflüssigkeit mit Chlornatrium gesättigt sei.

Durch dieses Reagens werden die Aminosäuren glatt und rasch zerlegt, die Reaktion ist sicher nach 30 Minuten beendigt. Bei der Reaktion entsteht keine grosse Menge an Stickstoffoxyd. Blinde Versuche ohne Aminosäuren und in Gegenwart organischer Stoffe, wie Zucker, zeigten, dass etwa 15—20 cm^3 dieses Gases entstehen; der bei dem Zerfall der Aminosäuren entstehende Stickstoff reisst wohl etwas mehr N_2O_2 mit, doch übersteigt seine Menge nie 40—50 cm^3. Die Zerlegung der Aminosäuren, das Reinigen und Messen des Stickstoffes führte ich in folgendem Apparate aus:

(Siehe Abb. S. 9.)

Der Zersetzungskolben *a* etwa 80 cm^3 fassend ist mit eingeschliffenem Glasstöpsel verschlossen, in welchem zwei Röhren eingeschmolzen sind. Die eine Röhre *b* am obersten Ende dient zum Ableiten der Gase, die zweite *c* reicht bis zu $^2/_3$ der Höhe des Kolbens herab und ist mit einem doppeltgebohrten Hahn *c'* versehen, welcher ermöglicht einerseits die Verbindung mit einem Kippschen Kohlensäure-Apparate, anderseits mit dem Trichter *d* herzustellen. Die Röhre *b* ist mittels eines dickwandigen Kautschukrohres mit der starkwandigen nach unten umgebogener Röhre *e* verbunden, die zum Absober *g* führt und mit einem seitlichen Hahn *f* versehen ist, der in einem mit Wasser gefüllten Becherglase mündet. In den Absorber *g* ist unten eine umgebogene Röhre *h* so eingeschmolzen, dass eine ringförmige Vertiefung entsteht, die mit Quecksilber gefüllt wird; das Ende der Röhre reicht in einen mit Lauge gefüllten Kolben. Der Absorber geht oben in eine enge Kapillare über, welche die Verbindung mit der Bürette verbunden ist. Diese ist mit Wasser gefüllt und unten durch einen Kautschukschlauch mit dem Gefässe *k* zur Ausgleichung des Druckes verbunden ist; diese ist zur bequemen Handhaltung an einer Schnur aufgehängt, das über Rollen läuft und mit einem Gegengewicht versehen

ist. Durch Senken und Heben des Gefässes überführen wir das Gas in die Bürette u. s. w. Die Bürette ist mit einem Wassermantel versehen,



in welchem ein Thermometer hängt. Der Zweiweghahn der Bürette kommuniziert einerseits mit dem Absorber *g*, anderseits mit einem zweiten Absorber *i*, der etwa 300 cm^3 gesättigter Kaliumpermanganatlösung in ca

10% Alkalilauge gefüllt ist. Der Doppelwegbahn *g* des Absorbers erlaubt die Verbindung desselben mit der Bürette (I) oder mit der Aussenluft (III).

(Den beschriebenen Apparat[9]) verwende ich mit Vorteil zur Bestimmung des Stickstoffes in Nitraten nach der Methode von Schulze-Tieman sowie des Stickstoffes nach Dumas. Im letzteren Falle wird der Zersetzungskolben direkt durch das Verbrennungsrohr ersetzt und der Absorber *i* fällt weg.)

Die Bestimmung der Aminosäuren wird folgendermassen ausgeführt: In den Kolben *a* werden ca. 4—5 *g* Kochsalz und 25 cm^3 der Lösung, die 0·05—0·3 *g* Aminosäure enthält, eingeführt, der Kolben dann mittels des mit Vaselin ein wenig geschmierten Glasstöpsel geschlossen und Kohlensäure durchgeleitet. (Dazu eignet sich nicht die Kohlensäure aus der Bombe, da sie viel Luft enthält. Dafür kann man aus reinem Marmor Kohlensäure, die nur etwa 0·1—0·2% anderer Gase enthält, gewinnen, wenn man den Kippschen Apparat tags vorher füllt und zeitweise etwas der Kohlensäure auslässt.)

Nach dem Öffnen der Hähne *c'* und *f* lassen wir circa 5 Minuten Kohlendioxyd hindurchstreichen und prüfen dann, ob schon alle Luft verdrängt ist, indem wir den Hahn *f* schliessen und in raschem Strome etwa 30 cm^3 Gas in den Absorber einlassen; wird alles bis auf ein kleines Bläschen absorbiert, so lassen wir aus dem Trichter *d* etwa 40 cm^3 der Nitrosylchloridlösung in den Kolben und lassen unter öfterem Schütteln reagieren. Auf vollständiges Aufhören der Gasentwicklung braucht man nicht zu warten, sondern man lässt nach etwa $^1/_2$ Stunde aus dem Trichter *d* gesättigte Kochsalzlösung mit etwas Nitrosylchlorid einfliessen bis das Gas vollkommen verdrängt und etwas der Flüssigkeit bis zum Absorber gelangt. Dann verbinden wir den Absorber *g* mit der Bürette, durch Senken der Füllkugel saugen wir das Gas in die Bürette und leiten dasselbe sogleich in den zweiten Absorber, der vordem vollkommen mit Flüssigkeit gefüllt worden war. In diesem schütteln wir das Gas so lange, bis aller N_2O_2 absorbiert ist. (Das Ende der Reaktion erkennen wir daran, dass die rote Permanganatlösung an den Glaswänden seine Farbe in grün umwandelt, sofern noch eine Spur Stickstoffoxyd vorhanden ist. Eine Füllung des Absorbers reicht für circa 10 Versuche aus.) Sodann saugen wir das Gas wieder in die Bürette und warten, bis die Temperatur des Gases sich ausgeglichen hat und lesen sein Volumen nach Ausgleichung des Druckes ab. Da sich der Stickstoff sowohl aus der Aminosäure als auch aus dem Nitrosylchlorid abspaltet, entspricht die Hälfte des abgelesenen Volumens dem Stickstoff der Aminosäure. Zur Überführung des Gasvolumens auf Gewicht benützt man die Tafel von Dietrich.

Nach der beschriebenen Methode wurde der Stickstoff in den gewöhnlichen Aminosäuren mit folgendem Erfolge bestimmt:

---

[9]) Von der Firma Huněk, Prag.

Substanz	*mg* der Subst.	*mg* Stickstoff	*cm*³ Gas	Druck *mm*	Temperatur °C	Gefunden *mg* N_2	Differenz *mg*	Theorie % N	Gefunden % N
Glykokoll	50	9·35	17·0	744	22	9·42	+ 0·07	18·70	18·84
	100	18 70	33·7	738	20	18·70	—		18·70
	100	18·70	33·0	745	20	18·52	— 0·17		18·52
	100	18·70	32·7	746	24	18·00	— 0·70		18·00
Leucin	200	21·41	38·3	743	23	21·12	— 0·29	10·71	10·56
	50	5·35	9·6	744	22	5·27	— 0·08		10·53
	250	26·76	48·2	744	23	26·57	— 0·19		10·63
	100	10·71	19·0	744	24	10·84	+ 0·13		10·84
Tyrosin	100	7·74	14·4	743	22	7·98	+ 0·24	7·74	7·98
	200	15·48	27·0	744	23	14·88	+ 0·40		7·44
	300	23·22	44·4	744	22	24·60	+ 1·38		8·20
Glutaminsäure .	50	4·76	8·6	743	21	4·79	+ 0·03	9·52	9·58
	100	9·52	16·5	744	22	9·13	— 0·39		9·13
	100	9·52	18 0	744	22	9·98	+ 0 46		10·37
	200	19 04	33 6	747	20	18·96	— 0·08		9·48
	150	14·28	25·6	744	21	14·25	— 0·08		9 49
	250	23·80	43 0	744	23	23·71	— 0·09		9·48
	300	28·56	50·2	743	23	27·68	— 0·88		9·23
Asparaginsäure .	50	5·27	9·5	743	23	5·24	— 0 003	10·54	10·48
	100	10·54	18·5	744	22	10·25	— 0·29		10 28
	150	15·80	29·5	741	23	16·14	+ 0·34		10·76
	200	21·08	36·7	747	19	20 76	— 0·32		10·38
	250	26·34	45·2	741	21	25·07	— 1·27		10·28

Die angeführten Ergebnisse sind ganz befriedigend. Die weitere Aufgabe war zu bestimmen, ob und in welchem Masse auch andere stickstoffhaltige Substanzen durch Nitrosylchlorid Stickstoff abspalten.

Die abgewogenen Mengen an Substanz wurden in 25 *cm*³ gesättigter Kochsalzlösung gelöst oder suspendiert und dann, wie bei den Aminosäuren vorgegangen. Die Ergebnisse waren folgende:

Substanz	*mg*	*mg* Stickstoff in der Substanz	*cm*³ Gas	Druck *mm*	Temp. °C	*mg* N abgespalten
Betain	1000	104·6	0·5	746	20	0 28
Asparagin	100	21·18	25·8	746	23	14·26
Ammoniumsulfat .	100	21·23	8·70	746	23	9·5
Pepton	200	26·3	9·0	741	25	4·88
Gelatine	1000	120·30	21·5	746	25	11·73
Harnstoff	100	46·70	50·3	746	2	27·66
Hydrazinsulfat . . .	100	21·56	33·0	746	25	12·35
Cinchonin	100	9·46	0·8	746	26	0·43
Cocainchlorhydrat .	100	3·83	0·4	744	26	0·22
Nicotin	200	34·56	1·0	746	26	0·54
Piperin	100	4·92	0·5	742	25	0·27

Endlich blieb noch übrig zu erforschen, wie sich gewisse Stoffe, die frei von Stickstoff sind, bei der Bestimmung der Aminosäuren verhalten. Es wurde einerseits die direkte Einwirkung von Nitrosylchlorid auf die erwähnten Stoffe untersucht, anderseits eine Bestimmung von Aminosäuren in ihrer Gegenwart ausgeführt. Die Resultate waren folgende:

Substanz	Aminosäure *mg*	Stickstoff-Gehalt	cm^3 Gas	Druck *mm*	Temp. °C	*mg* N_2	Differenz *mg*
2·5 *g* Sacharose	—	—	0·2	740	25	0·11	—
7 » »	200 Asparagin	21·08	39·0	744	23	21·54	+ 0·46
10 » »	200 »	21·08	38·3	745	24	21·07	— 0·01
10 » »	100 »	10·54	18·2	746	24	10 01	— 0·53
10 » »	100 Glutaminsäure	9·52	17·8	746	23	9·84	+ 0·32
10 » »	200 »	19·04	34·0	746	22	18·90	— 0 14
10 » »	200 Leucin	21·48	38·5	746	22	21·40	— 0·08
10 » »	100 »	10·74	18·5	746	24	10·16	— 0·58
1 » Ameisensäure	—	—	0·3	740	20	0·17	—
1 » »	200 Glutaminsäure	19·04	35·0	744	25	19·12	+ 0·08
1 » Milchsäure	—	—	0·6	741	26	0·30	—
1 » »	100 Leucin	10·74	19·2	744	25	10·46	— 0·28
1 » Oxalsäure	—	—	0·3	744	23	—	—
1 » »	200 Asparaginsäure	21·08	37·2	744	23	20 67	— 0·41
1 » Essigsäure 1 » Milchsäure 1 » Oxalsäure 1 » Ameisensäure	200 Asparaginsäure 100 Glykokol 100 Glutaminsäure	21·08 18·70 9·54	36·3 35·2 17·5	744 740 744	23 23 26	20·01 19·36 9·5	— 1·07 + 0·66 — 0 02

Aus den angeführten Zahlen ist zu ersehen, dass die erwähnten Substanzen keinen nennenswerten Einfluss auf die Genauigkeit der Bestimmung haben. Es wird also möglich sein nach dieser Methode die Aminosäuren bei den verschiedenen Reaktionen, ja selbst in den Zersetzungsprodukten des Eiweisses u. o. w. zu verfolgen und es erübrigt nur noch, die Einwirkung von Nitrosylchlorid auf Hexonbasen, die bei der Hydrolyse ebenfalls entstehen, zu studieren. Ich will versuchen diese Frage zu lösen, sobald das notwendige Material gewonnen sein wird. Auch ist noch notwendig zu prüfen, inwieweit sich diese Methode zur Bestimmung der Aminosäuren in pflanzlichen und tierischen Produkten, sowie in verschiedenen technischen Erzeugnissen eignet.

Unterdessen ist es mir gelungen diese Methode auf die Bestimmung von Aminosäuren im Harn anwendbar zu machen, worüber in einer besonderen Arbeit »Eine chemisch-physiologische Studie über Betaïn« (Berichte der Böhm. Akademie XIII, 22) berichtet wurde.

Ergebnis.

In dieser Arbeit wurde nachgewiesen, dass die von Tilden entdeckte Reaktion von Nitrosylchlorid auf Aminosäure zur quantitativen Bestimmung der letzteren verwendet werden kann. Es wurde ein Apparat beschrieben, welcher ein bequemes Auffangen, Reinigen und Messen des abgespaltenen Stickstoffes ermöglicht und die geeignetsten Bedingungen aufgesucht, sowie der Einfluss verschiedener Stoffe auf die Genauigkeit der Bestimmung geprüft.

Aus dem chem. Laboratorium der Untersuchungsstation für Zuckerindustrie in Prag.

Die symmetrischen Zahlensysteme und der Satz von Sturm.

Von

K. Petr.

Vorgelegt am 19. Jänner 1906.

Die Signatur der quadratischen Form

$$a_{11}\,x_1{}^2 + 2\,a_{12}\,x_1\,x_2 + a_{22}\,x_2{}^2 + \ldots + a_{nn}\,x_n{}^2$$

wird, wie bekannt, aus der Anzahl der Zeichenwechsel in einer Reihe der Hauptsubdeterminanten bei der Determinante

$$A_n = |\,a_{ik}\,|\,, \qquad i,\,k = 1,\,2\ldots n; \qquad a_{ik} = a_{ki}$$

bestimmt; z. B. in dieser Reihe

$$(k)\quad 1,\ A_1 = a_{r_1 r_1},\ A_2 = \begin{vmatrix} a_{r_1 r_1}, & a_{r_1 r_2} \\ a_{r_2 r_1}, & a_{r_2 r_2} \end{vmatrix},\ A_3 = \begin{vmatrix} a_{r_1 r_1}, & a_{r_1 r_2}, & a_{r_1 r_3} \\ a_{r_2 r_1}, & a_{r_2 r_2}, & a_{r_2 r_3} \\ a_{r_3 r_1}, & a_{r_3 r_2}, & a_{r_3 r_3} \end{vmatrix}, \ldots,\ A_n.$$

Aber diese Reihe gibt die Anzahl der Zeichenwechsel in dem Falle nicht an, wenn in derselben einige mittlere Nachbarglieder verschwinden. Dann bedient man sich bei der Berechnung der Signatur eines Satzes von Gundelfinger,[1]) nach welchem die Folge der Zahlen $r_1, r_2, \ldots r_n$ immer so gewählt werden kann, dass zwei mittlere auf einander folgende Glieder in der zugehörigen Reihe nicht verschwinden.

Ich bemerke aber im Folgenden, daß eine jede Reihe (k) die Signatur der quadratischen Form auch in dem Falle genau angibt, wenn eine beliebige Gliederanzahl verschwindet; es reicht nämlich hin einem jeden verschwindenden Gliede das Vorzeichen einer von seinen Hauptsubdeterminanten beizulegen, welche von möglichst hohem Grade und von Null verschieden ist; wenn aber alle seine Hauptsubdeterminanten (und daher

---

[1]) Journal für reine und ang. Mathematik Bd. 91. S. 235.

auch alle seine Elemente) verschwinden, so ist dem betreffenden Gliede in der Reihe (k) das positive Vorzeichen beizulegen.

Es ist infolge dieser Bemerkung einerseits nicht notwendig bei Berechnung der Signatur denjenigen Subdeterminanten auszuweichen, welche verschwinden (wie es bei der Benützung des Satzes von Gundelfinger geschieht), anderseits werden verschiedene Sätze über quadratische Formen und ihre Beweise bedeutend einfacher.

Ich befasse mich aber in meiner Arbeit nicht mit quadratischen Formen sondern mit Zahlensystemen

$$a_{ik}; \qquad i, k = 1, 2, 3, \ldots\ldots,$$

welche von zwei Indexen abhängen und die Eigenschaft besitzen, daß $a_{ik} = a_{ki}$. Ich setze noch voraus, daß das betreffende System vom bestimmten, endlichen Range n ist; d. h. daß jede aus diesen Zahlen gebildete Determinante $|a_{r_i r_k}|$ der Null gleich ist, wenn ihr Grad n übersteigt, daß aber einige Determinanten des n-ten Grades von Null verschieden sind. Dann gibt die Reihe der Hauptsubdeterminanten (k), welche mit einer solchen von 0 veschiedenen Determinante vom n-ten Grade endet, oder welche dieselbe als Hauptsubdeterminante enthält, eine Anzahl von Zeichenwechseln, welche wir auch als Signatur [2]) des Systems a_{ik} (oder auch als Signatur der Determinante A_n, u. s. w.) bezeichnen können. Ich habe mir nun vorgenommen die Sturm'schen Functionen auf Grund solcher Systeme abzuleiten. Wie bekannt, werden dieselben entweder auf die ursprüngliche elementare Weise oder mit Hilfe des Trägheitsgesetzes quadratischer Formen hergeleitet. Die letztere Methode führt zu den allgemeinen Formen für die Sturm'schen Ausdrücke besonders einfach. Natürlich ist es auch möglich dieselben Resultate unabhängig von diesem Gesetze herzuleiten.

Ich habe dies versucht und befasste mich direkt mit der Signatur der Koëfficienten in der Entwickelung des Ausdruckes

$$c_1 + \frac{\xi_1}{z-\alpha_1} + \frac{\xi_2}{z-\alpha_2} + \ldots\ldots + \frac{\xi_n}{z-\alpha_n} = c_1 + \frac{c_2}{z} + \frac{c_3}{z^2} + \ldots\ldots,$$

wobei ich

$$a_{ik} = c_{i+k} \qquad i, k = 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

setzte, und die Untersuchung hat gezeigt, daß selbst in den noch allgemeineren Fällen die Bestimmung dieser Signatur leicht und nicht unbequemer ist als auf dem Umwege über das Trägheitsgesetz.

---

[2]) Man bezeichnet nach dem Vorgange von Frobenius gewöhnlich als Signatur die Differenz zwischen der Anzahl der Zeichenfolgen und der Zeichenwechsel. Ich habe mir im Texte eine kleine Änderung der Bedeutung dieses Wortes gestattet.

I.

Es sei gegeben die symmetrische Determinante:

$$(1) \qquad \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & a_{13}, & \ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & a_{23}, & \ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{31}, & a_{32}, & a_{33}, & \ldots\ldots & a_{3n} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & a_{n3}, & \ldots\ldots & a_{nn} \end{vmatrix}; \qquad a_{ik} = a_{ki}.$$

Der Kürze wegen werden wir diese Determinante mit Hilfe der Indexe der Hauptdiagonale bezeichnen durch den Ausdruck

$$(1, 2, \ldots\ldots n).$$

Ähnlich bezeichnen wir auch alle Hauptsubdeterminanten, d. h. Subdeterminanten, bei denen die Elemente in der Hauptdiagonale zugleich Elemente der Hauptdiagonale der gegebenen Determinante sind. Wir werden z. B. schreiben:

$$(1, 2, 4) = \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & a_{14} \\ a_{21}, & a_{22}, & a_{24} \\ a_{41}, & a_{42}, & a_{44} \end{vmatrix}.$$

Stellen wir uns eine solche Reihe der Hauptsubdeterminanten der gegebenen Determinante zusammen, daß jedes Glied dieser Reihe eine Subdeterminante des folgenden Gliedes ist und daß der Grad jedes folgenden Gliedes um eine Einheit zunimmt, wobei wir mit 1 beginnen und mit der gegebenen Determinante enden. Wir erhalten so eine Reihe von der Form:

$$(2) \qquad 1, (r_1), (r_1, r_2), (r_1, r_2, r_3), \ldots\ldots, (r_1, r_2, r_3, \ldots\ldots r_n),$$

wo $r_1, r_2, \ldots\ldots r_n$ ohne Rücksicht auf die Reihenfolge den Zahlen $1, 2, \ldots\ldots n$ gleich sind.

Hierauf betrachten wir die Vorzeichen der Glieder dieser Reihe. Dabei werden wir auch einem solchen Gliede ein Vorzeichen beilegen, welches null ist, und zwar auf folgende Weise. Verschwindet das Glied $(r_1, r_2, \ldots\ldots r_k)$ und zugleich alle seine Hauptsubdeterminanten der ersten zweiten $\ldots\ldots$ μ-ten Ordnung, und sind erst die Subdeterminanten der $\mu+1$-ten Ordnung nicht insgesamt null (wobei freilich $\mu+1 \leqq k$)[3]), so legen wir dem Gliede $(r_1, r_2, \ldots\ldots r_k)$ dasjenige Vorzeichen bei, welches die Summe seiner Hauptsubdeterminanten der $\mu+1$ Ordnung hat. Sollte aber auch diese Summe, welche wir mit $S^{(k)}_{\mu+1}$ bezeichnen

---

[3]) In dem Falle, wenn $\mu+1 = k$, verstehen wir unter der Subdeterminante der k-ten Ordnung bei der Determinante $(r_1, r_2, \ldots\ldots r_k)$ die positive Einheit.

wollen, 0 sein, so werden wir uns nach dem Vorzeichen der Zahl $S^{(k)}_{\mu+2}$ richten, u. s. w. Wir legen daher dem Gliede $(r_1, r_2, r_3, \ldots\ldots r_k)$ das Vorzeichen des ersten, von Null verschiedenen Gliedes der folgenden Reihe bei:

$$(r_1, r_2, \ldots r_k),\ S^{(k)}_1,\ S^{(k)}_2 \ldots,\ S^{(k)}_k\ ^4)$$

Das letzte Glied dieser Reihe ist (nach der obigen Anmerkung) die positive Einheit und daher ist sicher ein Glied der Reihe von 0 verschieden.

Wenn wir nun auf diese Weise einem jeden Gliede ein bestimmtes Vorzeichen beilegen, so können wir folgenden Satz aussprechen:

I. Satz: Die Anzahl der Zeichenwechsel in der Reihe

$$1,\ (r_1),\ (r_1, r_2) \ldots\ldots (r_1, r_2, r_3, \ldots\ldots r_n) \tag{2}$$

ist von der Reihenfolge der Zahlen $r_1, r_2, \ldots\ldots r_n$ unabhängig.

Zum Beweise dieses Satzes reicht es hin zu zeigen, daß zwei Reihen

$$\begin{aligned} &1,\ (r_1),\ (r_1, r_2), \ldots (r_1, r_2, \ldots r_{l-1}, r_l),\ (r_1, r_2, \ldots r_l, r_{l-1}), \ldots \\ &\qquad\qquad \ldots \quad (r_1, r_2, \ldots r_n); \\ &1,\ (r_1), (r_1, r_2), \ldots (r_1, r_2, \ldots r_{l-1}, r_{l+1}), (r_1, r_2, \ldots r_l, r_{l+1}), \ldots \\ &\qquad\qquad \ldots \quad (r_1, r_2, \ldots r_n), \end{aligned} \tag{3}$$

welche sich bloß durch das einzige $l+1$-te Glied unterscheiden, eine gleiche Anzahl Zeichenwechsel geben; denn zwischen zwei beliebige Reihen

$$\begin{aligned} &1,\ (r_1),\ (r_1, r_2),\ (r_1, r_2, r_3), \ldots (r_1, r_2, \ldots r_n); \\ &1,\ (s_1),\ (s_1, s_2),\ (s_1, s_2, s_3), \ldots (s_1, s_2, \ldots s_n) \end{aligned}$$

läßt sich immer eine solche Folge von Reihen einschieben, daß sich eine jede der Reihen von ihren benachbarten bloß durch ein Glied unterscheidet.

Für die Reihen (3) ist aber der Beweis, falls kein Glied derselben null ist, ganz leicht; es ist nämlich nach einem bekannten, oft benützten Determinantensatz

$$\begin{aligned} (r_1, r_2, \ldots r_{l-1}\, r_l)\ (r_1, r_2, \ldots\ r_{l-1}\, r_{l+1}) = \alpha^2{}_{l,\ l+1} + \\ + (r_1, r_2 \ldots r_{l-1})\ (r_1, r_2, \ldots r_{l+1}), \end{aligned}$$

---

[4]) Diese Regel kann man noch vereinfachen; wenn nämlich nicht alle Hauptsubdeterminanten der $\mu+1$ Ordnung verschwinden und wenn alle Hauptsubdeterminanten niedrigerer Ordnung null sind, dann haben alle Hauptsubdeterminanten der $\mu+1$ Ordnung dasselbe Vorzeichen, wie mir später zeigen werden.

wo $a_{l,\,l+1}$ der Minor der Determinante $(r_1,\ r_2, \ldots r_{l+1})$ ist, welcher zum Elemente $a_{r_l r_{l+1}}$ gehört. Aus dieser Identität folgt sogleich, daß $(r_1,\ r_2, \ldots r_{l-1}\, r_l)$ und $(r_1,\ r_2, \ldots r_{l-1}\, r_{l+1})$ ein gleiches Vorzeichen besitzen, wenn $(r_1,\ r_2, \ldots r_{l-1})$ und $(r_1,\ r_2 \ \ldots r_{l+1})$ ebenfalls ein gleiches Vorzeichen haben, und daraus schließt man leicht, daß die Reihen (3) dieselbe Anzahl Zeichenwechsel besitzen. Um dasselbe allgemein zu beweisen, wo eine beliebige Anzahl der Reihenglieder null ist, betrachten wir anstatt der Determinante (1) diese Determinante:

$$\begin{vmatrix} a_{11}+x, & a_{12}, & a_{13}, & \ldots & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}+x, & a_{23}, & \ldots & a_{2n} \\ a_{31}, & a_{32}, & a_{33}+x & \ldots & a_{3n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & a_{n2}, & \ldots & a_{nn}+x \end{vmatrix}.$$

Bezeichnen wir dieselbe mit $(1,\ 2, \ldots n)_x$ und analog ihre Hauptsubdeterminanten. Alle möglichen Gleichungen

$$(l) \qquad (r_1,\ r_2. \ldots r_k)_x = 0, \qquad o < k \leqq n$$

wo $r_1, r_2 \ldots r_k$ k verschiedene Zahlen aus der Reihe $1, 2 \ldots n$ sind, haben solche linke Seiten, welche nicht identisch null sind, weil in denselben das Glied x^k sicher erscheint. Unter den Wurzeln aller dieser Gleichungen gibt es teils solche, welche null sind, teils negative, und endlich eine gewisse Anzahl positiver Wurzeln. Es sei nun der kleinste Wert unter positiven Wurzeln x_1; d. i. eine jede positive Wurzel der Gleichung *(l)* $(r_1,\ r_2 \ldots r_k;\ k$ beliebig) ist größer oder gleich x_1, und setzen wir

$$o < x < x_1.$$

Dann sind die Glieder der Reihen

$$1,\ (r_1)_x,\ (r_1,\ r_2)_x, \ldots (r_1,\ r_2, \ldots r_{l-1},\ r_l)_x,\ (r_1,\ r_2, \ldots r_l,\ r_{l+1})_x, \ \ldots \ldots (r_1,\ r_2, \ldots r_n)_x,$$

$$1,\ (r_1)_x,\ (r_1,\ r_2)_x \ldots,\ (r_1,\ r_2, \ldots r_{l-1},\ r_{l+1})_x,\ (r_1,\ r_2, \ldots r_l,\ r_{l+1})_x, \ \ldots \ldots (r_1,\ r_2, \ldots r_n)_x$$

sämtlich von Null verschieden und haben daher nach dem, was eben bewiesen wurde, eine gleiche Anzahl Zeichenwechsel.

Aber das Vorzeichen einer von Null verschiedenen Zahl $(r_1, r_2, .. r_k)_x$ ist identisch mit dem Vorzeichen, welches wir nach der oben gegebenen Vorschrift der Subdeterminante $(r_1,\ r_2 \ldots r_k)$ in dem Falle beilegen, wenn dieselbe null ist, denn wenn:

$$(r_1,\ r_2, \ldots r) = 0,\ \ S_1^{(k)} = 0,\ S_2^{(k)} = 0, \ldots S_\mu^{(k)} = 0, S_{\mu+1}^{(k)} \gtrless 0,$$

so ist:

$$(r_1, r_2, \ldots r_k)_x = x^{\mu+1} S^{k)}_{\mu+1} + x^{\mu+2} S^{(k)}_{\mu+2} + \ldots;$$

x ist positiv und kleiner als eine beliebige positive Wurzel der Gleichung $(r_1, r \ldots r_k)_x = 0$; es hat daher $(r_1, r_2, \ldots r_k)_x$ das Vorzeichen der Zahl $S^{(k)}_{\mu+1}$. Die Reihen (3) haben daher in jedem Falle eine gleiche Anzahl Zeichenwechsel, vorausgesetzt, daß wir das Vorzeichen eines jeden Gliedes nach der angenommenen Vorschrift bestimmen. Damit ist der angeführte Satz bewiesen.

Es kann aber leicht gezeigt werden, wenn in der symmetrischen Determinante alle Hauptsubdeterminanten der ersten, zweiten .... μ-ten Ordnung verschwinden, daß zugleich alle Subdeterminanten der $1, 2, 3 \ldots \mu$-ten Ordnung verschwinden. Wenn nun unter diesen Umständen zwei Hauptsubdeterminanten der $\mu+1$ Ordnung von 0 verschieden sind

$$(r_1, r_2, \ldots r_{k-\mu-1}), (s_1, s_2, \ldots s_{k-\mu-1}),$$

so gilt, wie bekannt,[5]) die Relation:

$$(r_1, r_2, \ldots r_{k-\mu-1})\ (s_1, s_2, \ldots s_{k-\mu-1}) = A^2 \begin{pmatrix} r_1, r_2, \ldots r_{k-\mu-1} \\ s_1, s_2, \ldots s_{k-\mu-1} \end{pmatrix},$$

wo auf der rechten Seite das Quadrat einer Subdeterminante ist, welche Elemente aus den Vertikalreihen $s_1, s_2, \ldots s_{k-\mu-1}$ und aus den Horizontalreihen $r_1, r_2 \ldots r_{k-\mu-1}$ hat. Es haben daher zwei beliebige Hauptsubdeterminanten, welche nicht verschwinden, dasselbe Vorzeichen, falls die Subdeterminanten von höherem Grade insgesamt null sind. Infolge dessen kann man den bewiesenen Satz in der Richtung ergänzen, daß man dem Gliede $(r_1, r_2 \ldots r_k)$, welches mit allen seinen Hauptsubdeterminanten der 1, 2, ... μ Ordnung 0 gleich ist, das Vorzeichen einer beliebigen von Null verschiedenen Hauptsubdeterminante der $\mu+1$ Ordnung beilegt. Falls aber alle Elemente der Determinante $(r_1, r_2, \ldots r_k)$ null sind, so wird demselben das positive Vorzeichen zuerkannt.

Im folgenden nenne ich die Anzahl der Zeichenwechsel in der Reihe (2) die Signatur des Zahlensystems a_{ik}; $i, k = 1, 2, \ldots . n$, beziehungsweise auch die Signatur der Determinante $|a_{ik}|$, $i, k = 1, 2 \ldots n$, wie schon in der Einleitung bemerkt wurde.

II.

Ich werde im folgenden diesen bekannten Satz benützen:

II. Satz. Wenn die Determinante $(1, 2, \ldots n)$ von Null verschieden ist, so kann man die Reihenfolge der Indexe $r_1, r_2, \ldots r_n$ so wählen, daß in der Reihe

$$1, (r_1), (r_1, r_2), \ldots, (r_1, r_2, \ldots r_n)$$

---

[5]) Sieh z. B. Cesàro, Elem. Lehrbuch d. allg. Anal. S. 32.

zwei Nachbarglieder nicht gleichzeitig verschwinden. Ist dann irgend ein Glied dieser Reihe null, so haben die beiden Nachbarglieder entgegengesetzte Vorzeichen.[6]) Aus den Sätzen I. und II. folgt dann leicht der

III. Satz. Sind in der Determinante (1) a_{ik} ganze rationale Funktionen der Variablen x

$$a_{ik} = R_{ik}(x)$$

und verschwindet diese Determinante für keinen Wert von x, für welchen

$$A < x < B,$$

so hat die Reihe (2) für jedes x dieses Intervalls (A, B) dieselbe Anzahl Zeichenwechsel.

Um dies zu beweisen, bezeichnen wir alle Werte, welche den Wurzeln aller Gleichungen

$$(r_1, r_2, \ldots r_k) = 0$$

entsprechen und welche in das Intervall (A, B) fallen, mit:

$$x_1, x_2, x_3, \ldots x_N,$$

die Indexe seien schon so gewählt, daß:

$$A < x_1 < x_2 < \ldots < x_N < B$$

und es seien ξ_1 und ξ_2 zwei Werte, für welche

$$x_{l-1} < \xi_1 < x_l < \xi_2 < x_{l+1}.$$

Wir beweisen, daß für $x = \xi_1$, $x = x_l$ und für $x = \xi_2$ die Reihe (2) immer dieselbe Anzahl Zeichenwechsel liefert.

Wir wählen die Indexe $r_1, r_2 \ldots r_n$ so, daß keine zwei Nachbarglieder der Reihe

$$(m) \qquad 1, (r_1)_{x=x_l}, (r_1, r_2)_{x=x_l}, \ldots, (r_1, r_2, \ldots r_n)_{x=x_l}$$

null sind, was nach dem zweiten Satze immer möglich ist, da das letzte Glied von Null verschieden ist. Die korrespondierenden Glieder der Reihen

$$(n) \qquad \begin{array}{l} 1, (r_1)_{x=\xi_1}, (r_1, r_2)_{x=\xi_1}, \ldots (r_1, r_2, \ldots r_n)_{x=\xi_1}; \\ 1, (r_1)_{x=\xi_2}, (r_1, r_2)_{x=\xi_2}, \qquad (r_1, r_2, \ldots r_n)_{x=\xi_2} \end{array}$$

---

[6]) Sieh Gundelfinger, loco cit.; Weber's Algebra, 1. Bd., 1. Ausgabe. S. 261.

können jedoch nur dann ein verschiedenes Vorzeichen haben, wenn das entsprechende Glied der Reihe (m) null ist, aber in diesem Falle hängt die Anzahl der Zeichenwechsel in den einzelnen Reihen von dem Vorzeichen jener Glieder nicht ab, da dann die beiden Nachbarglieder immer entgegengesetzte Vorzeichen besitzen.

Die Reihen (m), (n) haben daher dieselbe Anzahl Zeichenwechsel; und es hat daher eine jede wie auch immer gewählte Reihe der Hauptsubdeterminanten für $x = \xi_1$, für $x = x_2$ und für $x = \xi_2$ dieselbe Anzahl Zeichenwechsel, wenn wir die Vorzeichen auf die oben erwähnte Weise bestimmen. Damit ist der Satz bewiesen.

Wir machen aus demselben diese Folgerung: In der Determinante (1) kann man zu den Elementen einer Horizontalreihe ein gleiches Vielfache der korrespondierenden Glieder einer anderen parallelen Reihe addieren, und der Wert der Determinante bleibt ungeändert. Wenn wir eine analoge Änderung mit den Vertikalreihen vollziehen, so daß die resultierende Determinante symmetrisch ist, so ist ihre Signatur dieselbe wie die der ursprünglichen Determinante.

Wenn wir z. B. zur zweiten Horizontalreihe die erste mit λ multiplizierte Horizontalreihe und dann zur zweiten Vertikalreihe die erste ebenfalls mit λ multiplizierte Vertikalreihe addieren, so bekommen wir aus der Determinante (1) die Determinante:

$$(p)\qquad \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}+\lambda a_{11}, & a_{13}, \ldots\ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21}+\lambda a_{11}, & a_{22}+2\lambda a_{12}+\lambda^2 a_{11}, & a_{23}+\lambda a_{13}, \ldots & a_{2n}+\lambda a_{1n} \\ a_{31}, & a_{32}+\lambda a_{31}, & a_{33}, \ldots\ldots\ldots & a_{3n} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ a_{n1}, & a_{n2}+\lambda a_{n1}, & a_{n3} \ldots\ldots\ldots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Diese Determinante ist von λ unabhängig, daher ist die zugehörige Signatur nach dem eben bewiesenen Satze immer dieselbe, mag λ wie auch immer gewählt werden; wählen wir $\lambda = 0$, so erhalten wir die Determinante (1). Es ist daher die Signatur von der Determinante (p) und von der Determinante (1) eine und dieselbe.

Anmerkung. Dieses Resultat hängt mit dem Trägheitsgesetze quadratischer Formen sehr eng zusammen.

Die Determinante (1) gehört zur Form:

$$(q)\qquad a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x^2 + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3 + a_{33}x_3^2 + \ldots + a_{nn}x_n^2.$$

Die Determinante (p) gehört zu einer quadratischen Form, welche aus der vorangehenden durch die Substitution

$$(r)\qquad x_1 = x'_1 + \lambda x'_2,\ x_2 = x'_2, \ldots x_n = x'_n.$$

entsteht. Bezeichnen wir die zur Determinante (1) zugehörige Signatur auch als Signatur der quadratischen Form (q), so sehen wir, daß die Signatur der quadratischen Form von der Substitution (r) nicht abhängt. Da nun dieselbe nach dem Satze (I) von der Permutation der Variablen $x_1, x_2, \ldots x_n$ unabhängig ist und da dieselbe augenscheinlich auch von linearen Substitutionen von der Form $x_i = \varrho_i x'_i$, nicht abhängt, so sehen wir, daß die Signatur der quadratischen Form bei jeder beliebigen linearen Substitution unverändert bleibt.

Die eben abgeleiteten Resultate lassen eine leichte Erweiterung für den allgemeineren Fall zu, wenn a_{ik} Polynome von mehreren Variablen sind, womit ich mich aber, da es mit dem Zwecke dieser Arbeit nicht zusammenhängt, nicht befassen will.

III.

Es seien gegeben zwei Wertsysteme

$$a_{ik} = a_{ki}\,,\ b_{ik} = b_{ki}\,;\ i,\ k = 1,\ 2,\ \ldots\quad m.$$

Bezeichnen wir

$$(r_1, r_2, \ldots r_k)^{\mathrm{I}} = \begin{vmatrix} a_{r_1 r_1}, & a_{r_1 r_2}, & \ldots & a_{r_1 r_k} \\ a_{r_2 r_1}, & a_{r_2 r_2}, & \ldots & a_{r_2 r_k} \\ \ldots\ldots\ldots & & & \\ a_{r_k r_1}, & a_{r_k r_2}, & \ldots & a_{r_k r_k} \end{vmatrix},$$

$$(r_1, r_2, \ldots r_k)^{\mathrm{II}} = \begin{vmatrix} b_{r_1 r_1}, & b_{r_1 r_2}, & \ldots \\ b_{r_2 r_1}, & b_{r_2 r_2}, & \ldots \\ \ldots\ldots\ldots & & \end{vmatrix},$$

und machen wir diese Voraussetzungen:

1. Das System a_{ik} sei vom Range n, das System b_{ik} vom Range p, wobei

$$n + p = m.$$

2. Es sei ferner möglich die Zahlen 1, 2, .. m in zwei Gruppen

$$r_1, r_2, r_3 \ldots r_n;\ r_{n+1}, r_{n+2}, \ldots r_m$$

so zusammenzustellen, daß die beiden Determinanten

$$(r_1, r_2, \ldots r_n)^{\mathrm{I}},\ (r_{n+1}, r_{n+2}, \ldots r_m)^{\mathrm{II}}$$

von 0 verschieden sind, und es seien die Zahlen $r_1, r_2, \ldots r_m$ zugleich so gewählt, daß in den Reihen

$$(s) \qquad \begin{aligned} &1,\ (r_1)^{\mathrm{I}},\ (r_1,\ r_2)^{\mathrm{I}} \ldots\ (r_1,\ r_2,\ \ldots\ r_n)^{\mathrm{I}};\\ &1,\ (r_{n+1})^{\mathrm{II}},\ (r_{n+1},\ r_{n+2})^{\mathrm{II}},\ \ldots\ (r_{n+1}\ r_{n+2},\ \ldots\ r_m)^{\mathrm{II}} \end{aligned}$$

zwei Nachbarglieder nicht 0 sind.

3. Die Determinante

$$(s_1, s_2, s_3, \ldots s_m)_x^{\mathrm{I,\ II}} =$$

$$(u) \qquad \begin{vmatrix} x^{2m-2}a_{s_1 s_1}+b_{s_1 s_1}, & x^{2m-3}a_{s_1 s_2}+b_{s_1 s_2}, & x^{2m-4}a_{s_1 s_3}+b_{s_1 s_3}, \ldots & x^{m-1}a_{s_1 s_m}+b_{s_1 s_m} \\ x^{2m-3}a_{s_2 s_1}+b_{s_2 s_1}, & x^{2m-4}a_{s_2 s_2}+b_{s_2 s_2}, & x^{2m-5}a_{s_2 s_3}+b_{s_2 s_3}, \ldots & x^{m-2}a_{s_2 s_m}+b_{s_2 s_m} \\ x^{2m-4}a_{s_3 s_1}+s_{s_3 s_1}, & x^{2m-5}a_{s_3 s_2}+b_{s_3 s_2}, & x^{2m-6}a_{s_3 s_3}+b_{s_3 s_3}, \ldots & x^{m-3}a_{s_3 s_m}+b_{s_3 s_m} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ x^{m-1}a_{s_m s_1}+b_{s_m s_1}, & x^{m-2}a_{s_m s_2}+b_{s_m s_2}, & x^{m-3}a_{s_m s_3}+b_{s_m s_3}, \ldots & a_{s_m s_m}+b_{s_m s_m} \end{vmatrix}$$

soll für jedes x, welches $\gtreqless 1$ ist, von 0 verschieden sein, wobei die Zahlen $s_1,\ s_2 \ldots s_n$ mit den Zahlen $r_1,\ r_2, \ldots r_n$ und die Zahlen $s_{n+1},\ s_{n+2}, \ldots s_m$ mit den Zahlen $r_{n+1},\ r_{n+2}, \ldots r_m$ bis auf die Reihenfolge übereinstimmen. Infolge der letzten Voraussetzung hat die Reihe

$$(t) \qquad 1,\ (r)_x^{\mathrm{I,\ II}},\ (r_1,\ r_2)_x^{\mathrm{I,\ II}}, \ldots (r_1,\ r_2,\ \ldots r_m)_x^{\mathrm{I,\ II}}$$

nach dem III. Satze für jedes $x \geqq 1$ dieselbe Anzahl Zeichenwechsel, und daher können wir zur Bestimmung dieser Anzahl für x eine beliebige Zahl $\geqq 1$ wählen. Seien die Wurzeln aller Gleichungen:

$$(r_1,\ r_2, \ldots r_k)_x^{\mathrm{I,\ II}} = 0, \qquad k = 1,\ 2, \ldots m$$

in dem endlichen Wertsysteme

$$x_1,\ x_2 \ldots x_N$$

enthalten, und es sei X größer, als eine jede von diesen N Zahlen. Setzen wir in der Reihe (t) $x = X$. Dann sind die Vorzeichen der verschiedenen Glieder dieser Reihe durch die Vorzeichen der Koëfficienten höchster Potenzen von x gegeben und diese Koëfficienten stimmen dann der Reihe nach mit den Zahlen:

$$\begin{aligned} &1,\ (r_1)^{\mathrm{I}},\ (r_1,\ r_2)^{\mathrm{I}},\ (r_1,\ r_2,\ r_3)^{\mathrm{I}}, \ldots\ (r_1,\ r_2, \ldots r_n)^{\mathrm{I}},\\ (t') \qquad &(r_1,\ r_2, \ldots r_n)^{\mathrm{I}}.(r_{n+1})^{\mathrm{II}},\ (r_1,\ r_2, \ldots r_n)^{\mathrm{I}}.(r_{n+1},\ r_{n+2})^{\mathrm{II}}, \ldots\\ &(r_1,\ r_2, \ldots r_n)^{\mathrm{I}}.(r_{n+1},\ r_{n+2} \ldots r_m)^{\mathrm{II}}, \end{aligned}$$

überein, insofern diese Zahlen von Null verschieden sind. Aber nach den Voraussetzungen können keine zwei Nachbarglieder dieser Reihe null

sein, und wir wissen, wenn ein Glied 0 ist, daß die beiden Nachbarglieder entgegengesetzte Vorzeichen haben, daher bestimmt die Reihe (t') durch ihre Anzahl der Zeichenwechsel (wenn wir die verschwindenden Glieder nicht berücksichtigen) die Anzahl der Zeichenwechsel der Reihe (t), wenn in derselben $x \gtreqless 1$ ist.

Nun gibt es in der Reihe (t') gerade so viel Zeichenwechsel, wie in den Reihen (s) zusammen genommen; diese Reihen bestimmen aber die Signaturen der Zahlen a_{ik}, b_{ik} $i, k = 1, 2, \ldots m$, die Reihe (t) bestimmt, wenn wir in derselben $x = 1$ setzen, nach dem Satze I. die Signatur von $a_{ik} + b_{ik}$, $i, k = 1, 2, \ldots m$; daher haben wir unter den gegebenen Suppositionen folgende Gleichheit:

$$\text{Signt. } a_{ik} + \text{Signt. } b_{ik} = \text{Signt. } (a_{ik} + b_{ik}),\ i,\ k = 1,\ 2,\ 3, \ldots m.$$

IV.

Wir werden uns nun mit den Koëfficienten in der Entwickelung des Ausdruckes

$$(\alpha) \qquad c_1 + \frac{\xi_1}{z - \alpha_1} + \frac{\xi_2}{z - \alpha_2} + \ldots + \frac{\xi_n}{z - \alpha_n} = \\ = c_1 + \frac{c_2}{z} + \frac{c_3}{z^2} + \ldots + \frac{c_l}{z^{l-1}} + \ldots$$

nach fallenden Potenzen der Variablen z befassen. Wir setzen

$$a_{ik} = c_{i+k}. \qquad i,\ k = 1,\ 2, \ldots$$

Wir werden voraussetzen, daß die Zahlen $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ von einander und die Zahlen $\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_n$ von 0 verschieden sind, und dabei lassen wir für diese Zahlen auch komplexe Werte unter der Bedingung zu, daß bei reellem α_k auch ξ_k reell ist, und wenn α_k komplex ist, daß es unter den Zahlen α eine Zahl $\alpha_{k'}$ gibt, welche mit $\alpha_{k'}$ komplex konjugiert ist, wobei ebenfalls ξ_k und $\xi_{k'}$ komplexe, konjugierte Zahlen sind. Die Zahlen $c_2, c_3, \ldots$ sind insgesamt reell. Wenn wir dieselben durch ξ und α ausdrücken, so erhalten wir

$$c_{k+2} = \xi_1 \alpha_1^k + \xi_2 \alpha_2{}^k + \ldots + \xi_n \alpha_n^k.$$

Die Determinante

$$(1,\ 2, \ldots n) = \begin{vmatrix} c_2, & c_3, & \ldots & c_{n+1} \\ c_3, & c_4, & \ldots & c_{n+2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ c_{n+1}, & c_{n+2} & \ldots & c_{2n} \end{vmatrix}$$

kann man als das Produkt der zwei Determinanten schreiben

$$\begin{vmatrix} \xi_1, & \xi_2, & \ldots & \xi_n \\ \xi_1\,\alpha_1, & \xi_2\,\alpha_2, & \ldots & \xi_n\,\alpha_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \xi_1\,\alpha_1^{n-1}, & \xi_2\alpha_2^{n-1}, & \ldots & \xi_n\alpha_n^{n-1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1, & 1, & \ldots & 1 \\ \alpha_1, & \alpha_2 & \ldots & \alpha_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_1^{n-1}, & \alpha_2^{n-1}, & \ldots & \alpha_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

und wenn wir die Bezeichnung

$$\Delta(\alpha_1,\ \alpha_2, \ldots \alpha_n)^2 = \Pi(\alpha_k - \alpha_i)^2, \qquad \begin{matrix} k = 2,\ 3, \ldots n, \\ i = 1,\ 2, \ldots k-1 \end{matrix}$$

einführen, so ist

$$(b) \qquad (1,\ 2, \ldots n) = \xi_1\,\xi_2 \ldots \xi_n\,\Delta(\alpha_1,\ \alpha_2, \ldots \alpha_n)^2.$$

Ähnlich erhalten wir

$$(r_1,\ r_2, \ldots r_n) = \xi_1\,\xi_2 \ldots \xi_n\,\Delta(\alpha_1,\ \alpha_2, \ldots \alpha_n)^2\,[S(\alpha_1,\ \alpha_2, \ldots \alpha_n)]^2,$$

wo $S(\alpha_1,\ \alpha_2, \ldots \alpha_n)$ eine symmetrische Function der Zahlen $\alpha_1 \ldots \alpha_n$ ist. Speziell ist

$$(b') \qquad \begin{aligned}(p+1,\ p+2, \ldots p+n) = \xi_1,\ \xi_2 \ldots \xi_n\,\alpha_1^{2p}\,\alpha_2^{2p} \ldots \\ \ldots \alpha_n^{2p}\,\Delta(\alpha_1,\ \alpha_2, \ldots \alpha_n)^2.\end{aligned}$$

Endlich ist sogleich klar, daß

$$(r_1,\ r_2, \ldots r_{n+1}) = 0.$$

Das Zahlensystem $a_{ik} = c_{i+k}$ ist daher unter den gegebenen Suppositionen vom n-ten Range.

Außer diesem Systeme führen wir noch ein anderes ein durch die Entwickelung des Ausdruckes:

$$d_1 + \frac{\eta_1}{z-\beta_1} + \frac{\eta_2}{z-\beta_2} + \ldots \frac{\eta_p}{z-\beta_p} = d_1 + \frac{d_2}{z} + \frac{d_3}{z^2} + \ldots$$
$$\ldots \frac{d_l}{z^{l-1}} + \ldots$$

Wenn wir für $\eta_k,\ \beta_k$ ähnliche Suppositionen machen, wie oben für $\xi_k,\ \alpha_k$, so erhalten wir ein Zahlensystem $b_{ik} = d_{i+k}$ vom p-ten Range. Außerdem machen wir noch folgende Suppositionen. Es sei:

$$(c) \qquad |\,\alpha_k\,| \leqq |\,\beta_l\,|, \qquad \begin{matrix} k = 1,\ 2, \ldots n, \\ l = 1,\ 2, \ldots p; \end{matrix}$$

wobei keine von den Zahlen α_k keiner und von den Zahlen β_l gleich sein darf.

Benützen wir nun die Bezeichnung des vorangehenden Absatzes, so können wir nach (b) und (b') behaupten, daß die beiden Determinanten

$$(1,\ 2,\ \ldots\ n)^{\mathrm{I}},\quad (n+1,\ n+2,\ \ldots\ m)^{\mathrm{II}},\quad m = n+p$$

von Null verschieden sind. Ebenso ist die Determinante

$$(1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ m)_x^{\mathrm{I,\ II}} \qquad \text{(siehe S. 10 } (u)\text{)}$$

für jedes $x \geqq 1$ von 0 verschieden.

Denn diese Determinante erhalten wir aus der Entwickelung des Ausdruckes

$$x^{2m-1}\left[c_1 + \frac{\xi_1}{xz-\alpha_1} + \frac{\xi_2}{xz-\alpha_2} + \ldots + \frac{\xi_n}{xz-\alpha_n}\right] +$$
$$+ d_1 + \frac{\eta_1}{z-\beta_1} + \frac{\eta_2}{z-\beta_2} + \ldots + \frac{\eta_p}{z-\beta_p}$$

und es ist daher diese Determinante gleich dem Ausdrucke:

$$\xi_1\,\xi_2\,\ldots\,\xi_n\,\eta_1\,\eta_2\,\ldots\,\eta_p\,\Delta(\alpha_1,\ \ldots\ \alpha_n)^2\,.\,\Delta(\beta_1\ \ldots\ \beta_p)^2\,.\,x^{n^2-n}\,\Pi(\alpha_i-\beta_k x)^2;$$
$$i = 1,\ 2,\ \ldots\ n,\ k = 1,\ 2,\ \ldots\ p.$$

Mit Rücksicht darauf, daß alle Suppositionen des vorangehenden Absatzes erfüllt sind, können wir dann schreiben:

$$\text{Signt. } c_{i+k} + \text{Signt. } d_{i+k} = \text{Signt. } (c_{i+k} + d_{i+k});$$

$$i,\ k = 1,\ 2,\ \ldots$$

Dieses Resultat werden wir auch in der Form schreiben:

$$(d)\qquad \begin{aligned} &\text{Signt.}\left[c_1 + \frac{\xi_1}{z-\alpha_1} + \frac{\xi_2}{z-\alpha_2} + \ldots\right] + \\ &+\text{Signt.}\left[d_1 + \frac{\eta_1}{z-\beta_1} + \frac{\eta_2}{z-\beta_2} + \ldots\right] = \\ =\text{Signt.}&\left[c_1 + d_1 + \frac{\xi_1}{z-\alpha_1} + \frac{\xi_2}{z-\alpha_2} + \ldots + \frac{\eta_1}{z-\beta_1} + \frac{\eta_2}{z-\beta_2} + \ldots\right] \end{aligned}$$

Die Herleitung ist an die Ungleichheiten (c) gebunden. Diese Einschränkung ist jedoch überflüssig, denn durch wiederholte Benützung dieses Resultates erhalten wir leicht:

$$\text{Signt.}\left[c_1+\frac{\xi_1}{z-\alpha_1}+\frac{\xi_2}{z-\alpha_2}+\ldots\right]=\sum_i \text{Signt.}\frac{\xi_i}{z-\alpha_i}+$$
$$+\sum_{k,k'}\text{Signt.}\left[\frac{\xi_k}{z-\alpha_k}+\frac{\xi_{k'}}{z-\alpha_{k'}}\right],$$

wobei das erste Summenzeichen auf alle reellen Werte α_i, das zveite Summenzeichen aber auf konjugierte Paare komplexer Zahlen α_k, $\alpha_{k'}$ sich bezieht. Daraus folgt sogleich, daß für die Giltigkeit der Gleichung (d) die Voraussetzung der Ungleichheiten (c) nicht nötig ist. Um daher die Signatur des Ausdruckes (α) zu bestimmen, genügt es die Signatur der Ausdrücke

$$\frac{\xi}{z-\alpha}, \quad \frac{\xi_1}{z-\alpha_1}+\frac{\xi_2}{z-\alpha_2}.$$

zu ermitteln.

Diese Signaturen sind durch die Anzahl der Zeichenwechsel in den Reihen

$$1, \quad \xi$$
$$1, \ \xi_1+\xi_2, \quad \xi_1\xi_2(\alpha_1-\alpha_2)^2$$

gegeben.

Die erste Reihe hat entweder einen oder keinen Zeichenwechsel, je nach dem ξ negativ oder positiv ist; die zweite Reihe hat einen Zeichenwechsel falls α_1, α_2 (und ebenso ξ_1 und ξ_2) konjugierte komplexe Zahlen sind. Und so folgt der Satz: Die Signatur des Ausdruckes

$$c_1+\frac{\xi_1}{z-\alpha_1}+\frac{\xi_2}{z-\alpha_2}+\ldots+\frac{\xi_n}{z-\alpha_n},$$

in welchem die Zahlen α_k insgesamt verschieden sind und in welchem zu jedem Paare komplexer Werte ξ_k, α_k ein Paar konjugierter komplexer Werte $\xi_{k'}$, $\alpha_{k'}$ sich vorfindet, ist die Summe der Anzahl konjugierter komplexer Paare der Zahlen α_k, $\alpha_{k'}$, und der Anzahl negativer zu reellen α_k zugehöriger ξ_k.

Aus diesem Satze erhalten wir leicht verschiedene bekannte Formen für Sturm'sche Functionen. Bezeichnen wir

$$s_k=\alpha_1{}^k+\alpha_2{}^k+\ldots\alpha_n^k$$

und setzen wir zuerst $\xi_1=\xi_2=\ldots=\xi_n=1$; so haben wir den Satz: Die Signatur der Zahlen $\alpha_{ik}=s_{i+k-2}$ gibt an, wie viel Paare komplexer Zahlen es unter den Zahlen α_1, $\alpha_2\ldots\alpha_n$ gibt. Setzen wir ferner $\xi_1=\alpha_1$, $\xi_2=\alpha_2\ldots\xi_n=\alpha_n$, so erhalten wir, daß die Signatur der Zahlen $\alpha_{ik}=s_{i+k-1}$ die Anzahl konjugierter, komplexer Paare vermehrt nun die Anzahl reeller negativer Zahlen in den Zahlen α_1, α_2, $\ldots\alpha_n$ angibt.

Setzen wir

$$\xi_k = \frac{1}{X - \alpha_k}$$

$$S_k = \frac{{\alpha_1}^k}{X - \alpha_1} + \frac{{\alpha_2}^k}{X - \alpha_2} + \ldots + \frac{{\alpha_n}^k}{X - \alpha_n},$$

so ist die Signatur der Functionen $a_{ik} = S_{i+k-2}$ gleich der Anzahl komplexer Paare unter den Zahlen $\alpha_1 \ldots \alpha_k$ vermehrt um die Anzahl reeller und als X größerer Zahlen α_k. Wenn wir diese Signatur aus der Reihe der Determinanten

$$1, \quad S_0, \quad \begin{vmatrix} S_0, & S_1 \\ S_1, & S_2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} S_0, & S_1, & S_2 \\ S_1, & S_2, & S_3 \\ S_2, & S_3, & S_4 \end{vmatrix}, \quad \ldots \quad \begin{vmatrix} S_0, & S_1, & \ldots & S_{n-1} \\ S_1, & S_2, & \ldots & S_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ S_{n-1}, & S_n, & \ldots & S_{2n-2} \end{vmatrix}$$

bestimmen, so erhalten wir die Reihe der ursprünglichen, zum Ausdrucke $(X - \alpha_1)\ (X - \alpha_2) \ldots (X - \alpha_n)$ zugehöriger Sturm'schen Functionen; multiplizieren wir die Glieder dieser Reihe mit dem Ausdrucke $(X - \alpha_1)$ $(X - \alpha_2) \ldots (X - \alpha_n)$, so erscheint auf der ersten Stelle dieser Ausdruck, auf der zweiten seine Derivation, und wenn wir ferner die Determinanten auf bekannte Weise entwickeln, so erhalten wir die Sturm'schen Functionen in derjenigen Form, welche denselben Sylvester gegeben hat.

Wählen wir endlich

$$\xi_k = X - \alpha_k,$$

so erhalten wir die Zahlen $a_{ik} = Xs_{i+k-2} - s_{i+k-1}$, deren Signatur dieselbe ist, wie die der Zahlen $a_{ik} = S_{i+k-2}$. Wir erhalten wieder eine Reihe der Sturm'schen Functionen in der Form, welche gewöhnlich durch die Anwendung quadratischer Formen auf die Sturm'schen Functionen hergeleitet wird.

V.

Die Resultate des vorangehenden Absatzes lassen sich durch das Ermitteln der Signatur verallgemeinern, welche zum Ausdrucke

$$(e) \qquad c_1 + \sum \left[\frac{\xi_{i_0}}{(z - \alpha_i)^{m_i}} + \frac{\xi_{i1}}{(z - \alpha_i)^{m_i - 1}} + \ldots + \frac{\xi_{i\,m_i - 1}}{z - \alpha_i} \right],$$

$$i = 1, 2, \ldots \mu.$$

gehört.

Auch für diese Ausdrücke gilt die Relation, daß, wenn α_i und β_k sämtlich verschiedene Zahlen sind,

$$\text{Signt.} \sum\left(\frac{\xi_{i0}}{(z-\alpha_i)^{m_i}}+\frac{\xi_{i1}}{(z-\alpha_i)^{m_i-1}}+\ldots\right)+$$

$$+\text{Signt.} \sum\left(\frac{\eta_{k0}}{(z-\beta_k)^{n_k}}+\frac{\eta_{k1}}{(z-\beta_k)^{n_k-1}}+\ldots\right)=$$

$$=\text{Signt.}\left[\sum\left(\frac{\xi_{i0}}{(z-\alpha_i)^{m_i}}+\ldots\right)+\sum\left(\frac{\eta_{k0}}{(z-\beta_k)^{n_k}}+\ldots\right)\right];$$

$$\begin{cases} i=1,\ 2,\ \ldots\ \mu, \\ k=1,\ 2,\ \ldots\ \nu, \end{cases}$$

was man ebenso, wie die analoge Relation im vorangehenden Absatze beweisen kann. Auf Grund dieser Relation bestimmen wir leicht die Signatur des Ausdruckes (e) aus den Signaturen einerseits für

$$(f) \qquad \frac{\xi_0}{(z-\alpha)^m}+\frac{\xi_1}{(z-\alpha)^{m-1}}+\ldots\frac{\xi_{m-1}}{z-\alpha},$$

wo α und $\xi_0, \xi_1 \ldots \xi_{m-1}$ insgesamt reelle Zahlen sind; andererseits für

$$(g) \qquad \left[\frac{\xi_{10}}{(z-\alpha_1)^m}+\frac{\xi_{11}}{(z-\alpha)^{m-1}}+\ldots\frac{\xi_{1\,m-1}}{(z-\alpha_1)}\right]+$$
$$+\left[\frac{\xi_{20}}{(z-\alpha_2)^m}+\frac{\xi_{21}}{(z-\alpha_2)^{m-1}}+\ldots+\frac{\xi_{2\,m-1}}{z-\alpha_2}\right],$$

wo α_1, α_2 und ebenfalls ξ_{1k}, ξ_{2k}; $k=0,\ 1,\ 2\ldots m-1$ konjugierte komplexe Zahlen sind.

Bei der Berechnung der Signatur dieser Ausdrücke mit Hilfe der Reihen von der Form (2) ist das letzte Glied am wichtigsten; denn dieses belehrt uns, wenn wir den Satz (III) benützen, darüber, von welchen Zahlen der Signatur abhängt. Vor allem kann gezeigt werden, daß die Signatur nicht geändert wird, wenn man $z=z_1+a$ setzt und den betreffenden Ausdruck in eine nach fallenden Potenzen von z_1 geordnete Reihe entwickelt, und es ist daher die zu (f) gehörige Signatur gleich der Signatur von

$$\frac{\xi_0}{z^m}+\frac{\xi_1}{z^{m-1}}+\ldots+\frac{\xi_{m-1}}{z}.$$

Diese letztere ist aber gegeben durch eine Reihe, deren letztes Glied die Determinante

$$\begin{vmatrix} \xi_{m-1}, & \xi_{m-2}, & \ldots & \xi_1, & \xi_0 \\ \xi_{m-2}, & \xi_{m-3}, & \ldots & \xi_0, & 0 \\ & & & & \\ \xi_0\ ; & 0, & \ldots & 0, & 0 \end{vmatrix} = \xi_0{}^m \cdot (-1)^{\frac{m(m-1)}{2}}$$

ist. Diese Determinante hängt von ξ_{m-1}, $\xi_{m-2} \ldots \xi_1$ nicht ab, und daher hängt von denselben auch die Signatur nicht ab, und wir können daher $\xi_{m-1} = \xi_{m-2} = \ldots = \xi_1 = 0$ setzen; wenn wir übrigens die Reihe der Hauptsubdeterminanten passend wählen, so erhalten wir von diesen Zahlen überhaupt unabhängige Glieder. Wir haben dann bei geradem m die Reihe:

$$1, \; -\xi_0^{\,2}, \; \xi_0^{\,4}, \; -\xi_0^{\,6}, \ldots, \; (1)^{\frac{m}{2}} \xi_0^{\,m},$$

also im ganzen $\frac{m}{2}$ Zeichenwechsel; bei ungeradem m erhalten wir dann die Reihe

$$1, \; \xi_0, \; -\xi_0^{\,3}, \; \xi_0^{\,5} \ldots (-1)^{\frac{m-1}{2}} \xi_0^{\,m},$$

und daher $\frac{m-1}{2}$ Zeichenwechsel, falls ξ_0 positiv und $\frac{m+1}{2}$ Zeichenwechsel, falls ξ_0 negativ ist.

Was nun das letzte, die Signatur des Ausdruckes (g) bestimmende Glied anbelangt, so erkennen wir durch eine leichte Rechnung, daß dasselbe abgesehen vom numerischen Faktor $\xi_{10}^{\,m} \xi_{20}^{\,m} (\alpha_1 - \alpha_2)^{2m^2}$ gleich ist. Wir können daher die Zahlen $\xi_{11}, \ldots \xi_{1m-1}$ beliebig wählen, und ebenso können wir den komplexen Zahlen ξ_{10}, α_1 beliebige Werte beilegen, wenn nur ξ_{10} ξ_{20} und $\alpha_1 - \alpha_2$ von 0 verschieden ist. Wir wählen diese Zahlen so, daß der Ausdruck (g) gleich ist dem Ausdrucke:

$$\frac{1}{(z^2+1)^m} = \frac{1}{z^{2m}} + \frac{1}{z^{2m+2}} + \ldots$$

Dann ist $c_2 = c_3 = \ldots = c_{2m} = 0$, $c_{2m+1} = 1$ und die Determinante $(1, \; 2 \ldots m)$ reduziert sich auf eine Determinante vom $2m$-ten Grade, deren Glieder in der Nebendiagonale sämtlich 1 und links von dieser Diagonale 0 sind. Die zugehörige Reihe gibt m Zeichenwechsel.

Wir haben daher den Satz: Die Signatur des Ausdruckes (e) ist gegeben durch die Zahl

$$\frac{1}{2} \sum m_i + \frac{1}{2} p; \qquad i = 1, \; 2, \qquad u,$$

wo p die Differenz zwischen der Anzahl negativer zu reellen α_i und ungeraden m_i zugehöriger ξ_{i0} und der Anzahl positiver ebenfalls zu reellen α_i und ungeraden m_i zugehöriger ξ_{i0} bedeutet.

VI.

Die Resultate des vorangehenden Absatzes kann man noch einigermaßen erweitern. Zuerst bemerken wir den Umstand, daß die Signatur des Ausdruckes (e) durch keine lineare Substitution,

(*h*) $$z = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d}$$

von der Determinante $ad - bc > 0$ geändert wird, wenn dieselbe die Form dieses Ausdruckes $(c\alpha_1 - a \lesseqgtr 0,)$ nicht ändert. Darüber belehrt uns der diese Signatur bestimmende Satz und eine ganz leichte Rechnung. Mit Rücksicht darauf kann man den Begriff der Signatur auch auf Reihen von der Form

$$c_{-m+1} z^m + c_{-m+2} z^{m-1} + \ldots + c_0 z + c_1 + \frac{c_2}{z} + \frac{c_3}{z^2} + \ldots$$

durch die Forderung erweitern, daß die Signatur auch für diese Reihen durch keine lineare Substitution von positiver Determinante geändert wird. Wenn wir aber die Substitution (*h*), welche so gewählt ist, daß keine von den Zahlen $c\alpha_i - a = 0$ wird, auf den Ausdruck

$$c_{-m+1} z^m + c_{-m+2} z^{m-1} + \ldots c_0 z + c_1 + \\ + \sum \left[\frac{\xi_{i0}}{(z - \alpha_i)^{m_i}} + \frac{\xi_{i1}}{(z - \alpha_i)^{m_i - 1}} + \ldots \right], \quad i = 1, 2 \ldots \mu$$

anwenden, so erhält das Polynom vor dem Summenzeichen die Form

$$\frac{\xi_0}{(z - \alpha)^m} + \frac{\xi_1}{(z - \alpha)^{m-1}} + \ldots$$

wo die Zahl ξ_0 dasselbe Vorzeichen wie c_{-m+1} hat. Dieser Ausdruck trägt zur totalen Signatur mit dem Betrage $\frac{m}{2}$ bei, falls m gerade ist; falls aber m ungerade ist mit dem Betrage $\frac{m - \varepsilon}{2}$, wo $\varepsilon = +1$ ist, wenn c_{-m+1} positiv und $\varepsilon = -1$ ist, wenn c_{-m+1} negativ ist.

Es ist klar, daß die Relation (*d*) auch für den so erweiterten Begriff der Signatur giltig bleibt. Das Polynom in z darf freilich nur in einem der Summanden erscheinen.

VII.

Die Signatur einer rationalen Funktion ist durch Determinanten aus den Koëfficienten c_{i+k} ausgedrückt. Diese aber sind als einfache Funktionen der Zahlen ξ_i, α_i gegeben. Wie man solche Determinanten umformt, daß in denselben die Koëfficienten a_k, b_k vorkommen, welche in den Polynomen des Zählers und Nenners einer rationalen Funktion

(*i*) $$\frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \ldots + b_{n-1} z + b_n}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n} = c_1 + \frac{c_2}{z} + \frac{c_3}{z^2} + \ldots$$

erscheinen, ist bekannt.[9]) Bei dieser Umformung entstehen aus den Determinanten in c_{i+k} Determinanten in a_k, b_k, aber von einem zweimal höheren Grade. Ich will auf eine einfache Art hinweisen, wie man solche Determinanten umformt, ohne den Grad derselben zu erhöhen. Um die Reihe, welche die Signatur bestimmt, zu erhalten, reicht es dann hin eine einzige Determinante und zwar vom n-ten Range zu transformieren (wir setzen voraus, daß die beiden Polynome im Zähler und Nenner kein gemeinschaftliches Maß haben, und dass $a_0 \lesseqgtr 0$). Wir wählen dazu die einfachste Determinante vom n-ten Range, nämlich:

$$\begin{vmatrix} c_2, & c_3, \ldots . c_{n+1} \\ c_3, & c_4, \ldots . c_{n+2} \\ \\ c_{n+1}, & c_{n+2}, \ldots c_{2n} \end{vmatrix} .$$

Diese Determinante läßt sich transformieren mit Hilfe der Relationen:

$$a_0 c_k + a_1 c_{k-1} + a_2 c_{k-2} + \ldots + a_{k-1} c_1 = b_{k-1}$$
$$k = 1, 2, 3, \ldots$$

Addieren wir zur i-ten mit a_0 multiplizierten Vertikalreihe die $i-1$-te Vertikalreihe multipliziert mit a_1, die $i-2$-te Vertikalreihe multipliziert mit $a_2 \ldots$, die erste Vertikalreihe multipliziert mit a_{i-1}, so erhalten wir in der i-ten Vertikalreihe folgende Elemente:

$$\begin{aligned}
a_0 c_{i+1} + a_1 c_i + a_2 c_{i-1} + \ldots + a_{i-1} c_2 &= b_i - a_i c_1 \\
a_0 c_{i+2} + a_1 c_{i+1} + a_2 c_i + \ldots + a_{i-1} c_3 &= b_{i+1} - a_i c_2 - \\
&\quad - a_{i+1} c_1 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_0 c_{i+k} + a_1 c_{i+k-1} + a_2 c_{i+k-2} + \ldots + a_{i-1} c_{k+1} &= b_{i+k-1} - a_i c_k - \\
&\quad - a_{i+1} c_{k-1} - \ldots a_{i+k-1} c_1
\end{aligned}$$

Addieren wir nun zur k-ten mit a_0 multiplizierten Zeile die $k-1$-te Zeile multipliziert mit a_1, die $k-2$-te Zeile multipliziert mit $a_2 \ldots$, die erste Zeile multipliziert mit a_{k-1}, so erhalten wir als Element der k-ten Zeile und i-ten Vertikalreihe:

$$\begin{aligned}
A_{ki} &= b_{i+k-1} a_0 + b_{i+k-2} a_1 + \ldots + b_i a_{k-1} - a_i . b_{k-1} - a_{i+1} b_{k-2} - \ldots \\
&\quad \ldots - a_{i+k-1} b_0 \\
&= d_{i+k-1,\,0} + d_{i+k-2,\,1} + \ldots + d_{i,\,k-1} = d_{i+k-1,\,0} + d_{i+k-2,\,1} + \ldots \\
&\quad \ldots + d_{k,\,i-1},
\end{aligned}$$

---

[9]) Sieh z. B. Hurwitz, Math. Annalen, Bd. 46, S. 218.

wo $$d_{i,k} = b_i a_k - b^k a_i.$$

Daraus ist ersichtlich, daß A_{ki} nach k und i symmetrisch ist; d. h. $A_{ki} = A_{ik}$.

Da nun die Determinante symmetrisch geblieben ist, so gibt nach dem Satze auf der Seite 8 die Determinante

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \ldots A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} \ldots A_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_{n1} & A_{n2} \ldots A_{nn} \end{vmatrix}$$

und jede beliebige Reihe ihrer Hauptsubdeterminanten mit ihren Vorzeichen (wenn dieselben nach der Vorschrift des I. Abschnittes bestimmt werden) die Signatur von (i) an.

Es ist dies die übliche Form Resultante der ganzen rationalen Funktionen

$$f(x) = b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + \ldots + b_n$$
$$f_1(x) = a_0 x_n + a_1 x_{n-1} + \ldots + a_n,$$

zu der wir mit Hilfe der Bezout'schen Methode gelangen.

An dieses Resultat läßt sich eine Bemerkung anschließen, welche auf dem Umstande beruht, daß die Resultante sich nicht ändert, wenn wir a_k mit b_k $(k = 1, 2 \ldots n)$ umtauschen, und wenn wir gleichzeitig allen b_k (oder allen a_k) des entgegengesetzte Vorzeichen geben. Es ist daher

$$\text{Signt.}\left[\frac{f(x)}{f_1(x)}\right] = \text{Signt.}\left[\frac{f_1(x)}{-f(x)}\right].$$

Diese Relation, welche nur bei der Voraussetzung, daß a_0 und b_0 von Null verschieden sind, abgeleitet worden ist, aber in Folge von Festsetzungen des VI. Absatzes allgemein gilt, belehrt uns, wie bekannt, daß wir die Signatur des Quotienten zweier rationalen Funktionen durch sukzessive Division bestimmen können, d. h. wir gelangen so zum Sturmschen Satz in der ursprünglichen Form. Wir setzen

$$f(x) = q_1(x) f_1(x) - f_2(x),$$
$$f_1(x) = q_2(x) f_2(x) - f_3(x),$$
$$f_2(x) = q_3(x) f_3(x) - f_4(x),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f_{r-1}(x) = q_r(x) f_r(x). \qquad f_r(x) = \text{Konst.}$$

Dann ist

$$\text{Signt.}\frac{f(x)}{f_1(x)} = \text{Signt. } q_1(x) + \text{Signt.}\left[\frac{-f_2(x)}{f_1(x)}\right] =$$

$$= \text{Signt. } q_1(x) + \text{Signt.}\left[\frac{f_1(x)}{f_2(x)}\right] = \text{Signt. } q_1(x) = \text{Signt. } q_2(x) = \text{Signt.}\left[\frac{-f_3(x)}{f_2(x)}\right]$$

$$= \text{Signt. } q_1(x) + \text{Signt. } q_2(x) + \ldots + \text{Signt. } q_r(x),$$

wo die Signatur der einzelnen Quotienten nach der Regel des VI. Absatzes zu bestimmen ist.

Über das Cholinperjodid und die quantitative Fällung von Cholin durch Kaliumtrijodid.

Von

Vladimír Staněk.

Vorgelegt am 2. Mai 1905.

In meiner Arbeit[1]) über die quantitative Fällung von Betain in den Produkten der Zuckerindustrie habe ich einen weiteren Bericht über die Bestimmung von Cholin in Aussicht gestellt. Die Fällung von Cholin durch Jodjodkalium wird in der Literatur[2]) oft als qualitative Reaktion angeführt. Der entstandene Niederschlag wird als braune Masse, oder als metallisch glänzendes Öl oder endlich grüne krystallische Substanz beschrieben. Gries und Harrow[3]) halten diesen Niederschlag für das Perjodid des Cholin. Ich fand indess in der mir zugänglichen Literatur keine nähere Angabe über die Zusammensetzung des erwähnten Perjodides.

Ich versuchte in der vorliegenden Arbeit die Zusammensetzung des Cholinperjodid zu erforschen und auf seiner Unlöslichkeit eine Bestimmungsmethode, wie bei Betain zu gründen.

Als Ausgangsmaterial diente mir Cholinchlorhydrat, welches nach Würtz[4]) durch 24stündiges Erwärmen einer Mischung von Trimethylamin und Monochlorethylalkohol auf 100^0 erhalten wird, nach der Gleichung

$$N(CH_3)_3 + CH_2Cl \cdot CH_2OH = C_5H_{13}NO \cdot HCl.$$

Das entstandene Chlorhydrat wurde durch Überführen in eine Doppelverbindung mit Quecksilberchlorid und Umkrystallisieren gereinigt.

---

[1]) Listy cukrovarnické 1905, 193.

[2]) Brieger: Die Ptomaine I. 38, Rippenberger: Z. f. Unters. d. Nahr. und Genussmittel 1898, 602; Lecco: Chem. Ztg. 1898, 22, 139 Gulewitsch: Z. f. physiol. Ch. 24, 513 u. s. w.

[3]) B. B. 18, 717.

[4]) Lieb. An. Suppl. 6, 116.

Nach dem Zersetzen durch Schwefelwasserstoff und Eindampfen wurde reines Cholinchlorhydrat erzielt, das als Platinchloridverbindung identifiziert wurde. Schon bei den Vorversuchen über die Bildung des Cholinperjodids habe ich beobachtet, dass verschiedene Perjodide entstehen, je nachdem Jodjodkalium oder Cholinchlorhydrat im Überschusse ist. In beiden Fällen entsteht erst ein brauner Niederschlag, der sich rasch absetzt und zwar im ersten Falle als schwarzes grünschillerndes Oel, im zweiten in Form von grünen metallisch glänzenden Nadeln. Beide Präparate wurden in grösserer Menge hergestellt und analysiert.

a) Die Lösung von Cholinchlorhydrat wurde in eine gesättigte Lösung von Jod in 15%iger Jodkaliumlösung eintropfen lassen; es entstand ein brauner voluminöser Niederschlag, der sich in wenigen Minuten in grüne Krystallchen umwandelte. Diese wurden abgesaugt, mit Wasser gewaschen und auf einem porösen Teller getrocknet. Sie wiesen folgende Zusammensetzung auf:

	I.	II.
Jodhydrat des Cholin . . .	18·09 %	18·63 %
Jod des Perjodides	81·92 »	80·09 »

Die Zusammensetzung entspricht einem Cholineneajodid

$$C_5H_{14}NOJ \cdot J_8$$

das theoretisch enthält an

Cholinjodhydrat . .	18·54 %
Perjodidjod	81·46 »
	100·00 %

Das Eneajodid des Cholin krystallisiert in glänzenden grünen Nädelchen, die in Wasser unlöslich, sich in Alkohol, sowie in konz. Jodkaliumlösung sehr leicht auflösen. An der Luft verliert es Jod und geht in ein schwarzes metallisch glänzendes Oel über. Desgleichen tritt ein in Lösungen, die Jod verbrauchen, wie unterschwefligsaures und arseniksaures Natron; auch durch Kochen in Wasser geht Jod verloren und es bildet sich Cholinjodhydrat.

b) Dieselbe Lösung von Jodjodkalium, wie sub *a)*, wurde in die wässerige Lösung des Cholinchlorhydrates, das im grossen Überschuss vorhanden war, eingetropft. Der entstandene braune Niederschlag, der rasch in ein schwarzes grünlich schillerndes Öl überging, hatte die Zusammensetzung:

	I.	II.	III.
Cholinjodhydrat . .	32·04 %	27·13 %	30·16
Perjodidjod . . .	67·93 »	70·28 »	—
	99·97 %	97·41 %	—

Dem Pentajodid des Cholin würde die theoretische Zusammensetzung entsprechen:

Cholinjodhydrat . .	31·30 %
Perjodidjod	68·70 »
	100·00 %

Das ölige Perjodid des Cholin ist stark metallisch glänzend, grünlichschwarz, in Wasser unlöslich, löslich in Alkohol und in Kaliumjodidlösungen. In Berührung mit pulverigem Jod oder mit Kaliumtrijodidlösung geht es in das grüne krystallinische Eneajodid über.

II. Die quantitative Fällung des Cholin durch Kaliumtrijodid.

Zum Fällen von Cholin wurde bis jetzt hauptsächlich Quecksilberchlorid in alkoholischer Lösung verwendet,[5]) sodann Doppelsalze von Jodkalium und Jodquecksilber oder Jodwizmut[6]) oder endlich die Phosphorwolframsäure (Schulze).[7]) Nur in einem Falle fand ich die Unlöslichkeit des Cholinperjodid ausgenützt, nämlich in der Arbeit von P. Gries und Harrow,[8]) die zur Darstellung von Cholin aus Hopfen den Extrakt desselben mittels einer Lösung von Jod in Jodwasserstoff fällten. Nach Gulewitsch (l. c.) liefert Cholin mit Jodjodkalium einen Niederschlag noch bei einer Verdünnung 1 : 20000. Ich glaubte nun, dass es möglich sein könnte, diese Reaktion zur quantitativen Bestimmung des Cholin zu verwenden.

Die Lösungen von Cholin wurden mit Kaliumtrijodid (153 *g* Jod 100 *g* Kaliumjodid und 200 *g* Wasser) in schwach saurer Lösung gefällt, solange sich ein Niederschlag bildete. Nach etwa 6 Stunden wurde das ausgeschiedene Perjodid in Goochtiegel, in welchem sich ein Filtrierscheibchen befand, filtriert, 5mal mit je 5 cm^3 Wasser gewaschen in den Verbrennungskolben gespült und nach Kjeldahl verbrannt. Es entsprechen

1 cm^3 $^n/_{10}$ H_2SO_4 . . . 1·404 *mg* Stickstoff = 12·119 *mg* Cholin.

In der eben beschriebenen Weise wurde die Bestimmung von Cholin in verschiedenen Lösungen ausgeführt und ergab folgende Resultate:

---

[5]) Brieger: Die Ptomaine II, 55. Schulze, Berichte d. deutsch. chem. Ges. 22, 1827, u. s. w.

[6]) Jahresber. d. deutsch. chem. Ges. 18, 2519.

[7]) Landw. Versuchsstat. 1904, 344.

[8]) Ber. d. deutsch. chem. Ges. 18, 717.

cm^3 Lösung	*mg* Cholin	cm^3 $n/_{10}$ H_2SO_4	Gefunden *mg* Cholin	Differenz *mg* Cholin	Gefunden %
50	50,3	4,1	49,7	— 0,6	98,8
50	100,7	8,3	100,6	— 0,1	99,9
20	201,4	16,2	196,3	— 5,1	97,5
40	402,8	31,7	384,0	— 18,8	95,0
50	503,5	41,1	498,1	— 5,4	98,9
50	201,4	16,5	199,5	— 1,9	99,3
50	100,7	8,4	101,8	+ 1,1	101,7

Aus den Zahlen der Tabelle ist ersichtlich, dass man Cholin fast quantitativ fällen kann.

Es blieb noch übrig, den Nachweis zu erbringen, welchen Einfluss auf die Fällung von Cholin die Verdünnung ausübt, sodann wie ein Überschuss des Reagens, die Gegenwart von Salzen, Zucker, organischen Säuren etc. wirkt.

Die Resultate der Versuche, die zu diesem Zwecke ausgeführt wurden, sind in den folgenden Tabellen enthalten:

Einfluss der Verdünnung und der Menge des Reagens:

mg Cholin	Volumen der Lösung cm^3	Volumen des Reagens cm^3	cm^3 $n/_{10}$ H_2SO_4	Gefunden *mg* Cholin	Differenz *mg* Cholin	Gefunden %
251·8	25	10	20·1	244·5	— 7·3	97·1
201·4	50	10	16·5	199·5	— 1·9	99·3
251·8	100	10	19·6	237·5	— 14·3	94·2
251·8	100	10	19·7	238·7	— 13·1	94·8
251·8	200	10	19·2	232·6	— 19·2	92·3
251·8	300	10	18·6	225·4	— 26·4	89·4
204·2	50	20	16·0	194·8	— 10·4	99·4
204·2	50	20	16·5	198·8	— 6·4	97·3

Aus der Tabelle ist zu ersehen, dass grössere Verdünnung infolge der hydrolytischen Spaltung und der Löslichkeit des Niederschlages ungünstig auf das Resultat wirkt und dass ein unbedeutender Überschuss des Reagens die Genauigkeit der Bestimmung nicht beeinträchtigt, ein allzu grosser, jedoch wegen der Löslichkeit des Niederschlages in Kaliumjodidlösungen zu vermeiden ist.

Einfluss fremder Substanzen.

Angewendet 251·8 *g* Cholin und normale Menge des Fällungsmittels

Substanz und Menge derselben in *g*	Volumen der Lösung cm^3	cm^3 $n/_{10}$ H_2SO_4	Gefunden *mg* Cholin	Differenz *mg* Cholin	Gefunden %
5 *g* Saccharose . .	50	20·0	242·4	— 9·4	96·1
5 » » . . .	25	20·3	246·5	— 5·3	97·6
10 » Na_2SO_4	50	20·5	249·5	— 2·3	98·0
5 » NaCl	50	20·0	242·8	— 9·0	96·0
2 » Zitronensäure 2 » Milchsäure 2 » Oxalsäure	50	19·6	237·5	— 14·3	94·2
10 » Saccharose 10 » NaCl	50	20·4	247·2	— 4·6	98 1

Aus der Tabelle ist zu ersehen, dass Zucker und die angeführten Salze die Fällung nicht besonders beeinträchtigen, Säuren jedoch schädlich wirken, indem sie wahrscheinlich das Cholinjodhydrat zum Teil zersetzen. Es sind also zur Fällung möglichst konzentrierte und fast neutrale Lösungen zu verwenden.

Die Bestimmung des Cholins mittels Kaliumtrijodid hat gegenüber anderen Methoden den Vorteil, dass sie ziemlich rasch ist, indem sie nur ca 6 Stunden zur vollständigen Fällung benötigt, während das Fällen durch Quecksilberchlorid oft mehrere Wochen in Anspruch nimmt. Ausserdem fällt das Kaliumtrijodid auch Kaliumsalze, Ammoniumsalze und Hexonbasen nicht, die durch die Phosphorwolframsäure und auch die komplexen Jodide von Quecksilber und Wizmut mit abgeschieden werden. Man wird also die beschriebene Methode mit Vorteil zur Isolierung und Bestimmung von Cholin in pflanzlichen und tierischen Stoffen verwenden können.

Das Perjodid kann in das Chlorhydrat auf folgende Weise übergeführt werden: Das gewaschene Perjodid wird in eine Schale gebracht, mit Wasser übergossen und so lange molekulares Kupfer (dargestellt nach der Methode von Štolba durch Fällen einer Lösung von Kupfervitriol und Zinkvitriol durch Zink) zugesetzt, bis der Niederschlag eine lichte Farbe annimmt und der Jodgeruch verschwindet. Dann setzt man Kupferchlorid zu und kocht auf. Der Jodwasserstoff reagiert nach der Gleichung:

$$4\,HJ + 2\,CuCl_2 = Cu_2J_2 + J_2 + 4\,HCl$$

mit dem Kupferchlorid und das freigewordene Jod verbindet sich mi dem überschüssigen Kupfer. Das gebildete Kupferjodür und Chlorür scheidet sich zum grössten Teile aus und wird abfiltriert; der in der Lösung verbleibende Rest von Kupfer wird durch Schwefelwasserstoff entfernt.

In den Pflanzen tritt Cholin oft in Begleitung von Betain auf. Ihre Trennung wurde bis jetzt durch wiederholtes Extrahieren der Chlorhydrate mit absolutem Alkohol, in welchem das Chlorhydrat des Betain fast unlöslich ist, zu erzielen gesucht. Es ist mir nun gelungen eine quantitative Methode zur Trennung beider Stoffe aufzufinden, worüber ich demnächst einen Bericht vorlegen werde.

Aus dem Laboratorium der Versuchsstation für Zuckerindustrie.

Über die quantitative Trennung von Cholin und Betain.

Von

Vladimír Staněk.

Vorgelegt am 22. Juni 1905.

Seinerzeit habe ich im Kaliumtrijodid ein sehr geeignetes Fällungsmittel für Cholin [1]) und Betain [2]) gefunden und habe konstatiert, dass sich beide Basen aus ihren sauren Lösungen quantitativ als krystallinische Perjodide fällen und so von einer Reihe anderer Stoffe trennen lassen.

Betain und Cholin werden sehr oft nebeneinander in Pflanzen angetroffen: so wurden sie von Schulze in Wickensamen gefunden, von Böhm[3]) im Baumwollsamen, von Jahns [4]) im Wurmsamen u. s. w. Auch in der Rübe findet sich das Betain neben Lecithin, der Muttersubstanz des Cholins vor. Bis jetzt wurde zur Trennung beider Stoffe die geringe Löslichkeit des Betainchlorhydrates im absoluten Alkohol, in welchem das Chlorhydrat des Cholins ziemlich leicht löslich ist, ausgenützt. (Schulze, Jahns.) Die Trennung, die auch Schulze [5]) in seiner Vorschrift für die Isolation von Basen an Pflanzen beschreibt, wird in folgender Weise ausgeführt:

Das getrocknete Gemisch der Chlorhydrate wird wiederholt mit absol. Alkohol ausgelaugt und die Lösung zur Trockne abgedampft.

Ich habe nun versucht eine geeignetere Methode auf Grund der Fällung der Basen durch Kaliumperjodid auszuarbeiten.

In meiner Arbeit über die Abscheidung des Betainperjodides wurde erwähnt, dass das freie Betain mit dem erwähnten Reagens keinen Niederschlag gibt; das Betainperjodid bildet sich nur in sauren Lösungen. Demgegenüber fand ich bei Cholin, dass es auch in neutralen und sogar in

---

[1]) Rozpravy České Akademie XII. 36.
[2]) Listy cukrovarnické 1905. 193.
[3]) Journ. f. prakt. Ch. (2) 30. 37.
[4]) Ber. Ber. 26, 1494.
[5]) Landw. Versuchst. 1904. 344.

schwach durch Soda alkalisch gemachten Lösungen sich als Perjodid abscheidet. Diese Erscheinung, welche zurückzuführen ist auf die grössere Basicität des Cholins, welches mit Säuren neutral reagierende, beständige Salze liefert, während Betain, selbst neutral reagierend, Salze mit sauerer Reaktion bildet, aus denen es schon durch Karbonate und Bikarbonate wieder abgeschieden werden kann, versuchte ich zur Trennung beider genannten Salze auszunützen.

Vorerst musste geprüft werden, ob sich Cholin aus alkalischen Lösungen ebenso quantitativ abscheiden lässt wie aus sauren. Zu diesem Zwecke wurden verschiedene Mengen von Cholinchlorhydrat, durch Kaliumtrijodid [6]) in Gegenwart von Soda, Alkalikarbonaten oder Borax gefällt und der Einfluss der Verdünnung, eines Überschusses des Fällungsmittels und anderer eventuell zugefügter Stoffe erforscht. Der Niederschlag des Cholinperjodides wurde nach 6stündigem Stehen durch einen Goochschen Tiegel mit Papiereinlage filtriert, fünfmal mit je 5 cm^3 kaltem Wasser gewaschen und nach Kjeldahl verbrannt.

Die erzielten Resultate sind in den nachfolgenden Tabellen I. und II. zusammengestellt.

I.

cm^3 Lösung	Angewend. mg Cholin	cm^3 $^n/_{10}$ H_2SO_4	Gefunden mg Cholin	Differenz mg	Gefunden %	Gefällt aus der Lösung
25	211,5	17,4	210,9	— 0,6	99,7	10% $KHCO_3$
25	211,5	17,3	209,6	— 1,9	99,1	5 » $NaHCO_3$
25	211,5	17,4	210,9	— 0,6	99,7	5 » $Na_2B_4O_7$
25	251,8	20,5	248,4	— 3,4	98,6	5 » Na_2Co_3
25	50,4	4,1	49,7	— 0,7	98,0	5 » $KHCO_3$
40	201,4	16,5	199,5	— 1,9	99,3	Gefällt mit 20 *cc* KJ_3 (dreifache Menge) aus 2%tigen $KHCO_3$-lösung
40	100,7	8,1	98,2	— 2,5	97,5	
20	201,4	16,5	199,5	— 1,9	99,3	
200	251,8	19,2	232,6	— 19,2	92,3	mit 15 *cc* KJ_3 aus 1%tigen $NaHCO_3$
300	211,5	16,7	183,3	— 28,2	86,6	
30	211,5	17,4	210,9	— 0,6	99,7	Bei Gegenw. 5% $NaHCO_3$ + 20% Zucker
25	251,8	19,5	236,3	— 15,5	93,7	» » 5 » $KHCO_3$ + 60 » »
25	251,8	19,7	239,7	— 12,2	94,7	» » 5 » $KHCO_3$ + 40 » »
30	251,8	20,1	243,6	— 8,2	97,1	» » 5 » $KHCO_3$, 5% Laktat, 5% Oxalat, 5% Acetat des Kaliums

[6]) 153 g Jod, 100 g Kaliumjodid, 200 g Wasser.

II.

cm^3 Lösung	Angewend. mg Cholin	cm^3 $n/_{10}$ H_2SO_4	Gefunden mg Cholin	Differenz mg	Gefunden %	Gefällt aus
50	423,0	34,3	415,7	— 7,3	98,3	5 % Lösung $KHCO_3$, 2 g Betain
25	211,5	17,5	212,1	+ 0,6	100,2	5 » » $Na_2B_4O_7$, 1 » »
40	211 5	17,5	209,6	— 1,9	99,1	3 » » Na_2CO_3, 2 » »
30	302,1	24,7	299,3	— 2,8	99,1	5 » » $KHCO_3$, 1 » »
25	251,8	20,1	243,6	— 8,2	96,1	5 » » $NaHCO_3$, 0,5 g »

Aus der Tabelle I. ist ersichtlich, dass sich das Cholin aus alkalischen Lösungen mittels Kaliumtrijodid quantitativ fällen lässt, aus der Tabelle II., dass Betain keinen Einfluss auf das Resultat ausübt.

Schliesslich wurde die Methode zur Bestimmung von Betain und Cholin nebeneinander ausgearbeitet. Die Trennung erfolgt auf folgende Weise:

Zu 25—40 cm^3 der Lösung des Gemisches beider Chlorhydrate wurden 5 % Kalium- oder Natriumkarbonat zugefügt und mit Kaliumtrijodid gefällt, das abgeschiedene Cholinperjodid abfiltriert, gewaschen und der Stickstoff in oben bemerkter Weise bestimmt. Das Filtrat wurde auf etwa 25 cm^3 konzentriert, dann ungefähr 10% Schwefelsäure zugesetzt, die Flüssigkeit mit Chlornatrium gesättigt und so lange Kaliumtrijodid zugesetzt, als noch ein Niederschlag entstand. Nach 3 Stunden wurde in einen Goochschen Tiegel filtriert, 5mal mit 5 cm^3 gesättigter Kochsalzlösung gewaschen und der Stickstoff nach Kjeldahl bestimmt.

Die erzielten Resultate sind aus der Tabelle ersichtlich.

III.

Angew. mg		Gefunden mg		Differenz mg		Gefunden %		Gefällt aus
Cholin	Betain	Cholin	Betain	Cholin	Betain	Cholin	Betain	
84,6	519,0	86,0	505,5	+ 1,4	— 13,5	101,4	97,4	5% Lösung von $KHCO_2$
169,2	415,2	163,6	404,1	— 5,6	— 11,1	96,6	97,4	
253,8	311,4	247,2	300,0	— 6,6	— 11,4	97,1	96,5	
338,4	207,6	338,3	202,7	— 0,1	— 4,9	99,9	97 6	
423,0	103,8	416,9	100 0	— 6,1	— 3,8	98,6	96,1	
423,0	259,5	420,7	252,7	— 2,3	— 6,8	99,3	97,4	5% Lösung von Na_2CO_3
215,5	259,5	214,9	254,1	— 0,6	— 5,4	99,7	97,9	2 » » » $NaHCO_3$

Diese Zahlen beweisen, dass nach der beschriebenen Methode Cholin und Betain ziemlich genau nebeneinander bestimmt werden können.

Ich habe diese Methode auch der quantitativen Bestimmung beider Basen in Pflanzen angepasst und beschäftige mich soeben mit der Bestimmung derselben in verschiedenen landwirtschaftlichen Produkten.

Weiters erschien es mir interessant zu erfahren, wie sich andere Stickstoffbasen, welche mit Jodjodkalium in saurem Medium einen Niederschlag liefern, in alkalischen Lösungen verhalten.

Zu diesem Zwecke wurden folgende Versuche ausgeführt, soweit mir eben Material zu Gebote stand:

IV.

Etwa 0,1%ige Lösungen der Substanz wurden mit einer mit Jod gesättigten 10%igen Jodkaliumlösung gefällt:

Substanz	Gelöst in 5% Lösung von			
	Soda	Borax	Kalium-bikarbonat	Chlor-wasserstoff
Chlorammonium	schwarzer Niederschlag von Jodstickstoff	—	—	—
Chlorhydrate von:				
Mono-methylamin	brauner, beim Stehen schwarz	brauner	—	—
Dimethyl-amin	orangebelber	dunkelbrauner	dunkelbrauner, sich langsam abscheidend	—
Trimethyl-amin	gelbckfloiger	gelbbrauner	brauner, sich schwärzend	brauner
Neurin	rotbrauner, dann grüne Krystalle	brauner, dann Krystalle	dasselbe	dasselbe
Cholin	rotbrauner, dann grüne Krystalle	brauner, dann Krystalle	dasselbe	dasselbe
Betain	—	—	—	brauner, dann grüne Krystalle
Kreatinin	entfärbt Jodlösung	aus 2·5% Jod-lösung brauner	ebenso	ebenso

Substanz	Gelöst in 5% Lösung von			
	Soda	Borax	Kalium-bikarbonat	Chlor-wasserstoff
Chlorhydrate von:				
Adenin	flockiger brauner grüner, dann indigoblauer	flockiger, indigoblauer	—	brauner, dann olivgrüner
Pepton	—	—	—	schmieriger, brauner
Pyridin	dunkelbrauner	ebenso	ebenso	grüne Krystalle
Picolin (α)	dunkelbrauner	ebenso	ebenso	schwarz. Oel
Lutidin	dunkelbrauner	ebenso	ebenso	schwarz. Oel
Tetra-methyliumjodid	brauner, dann graugrüner	ebenso	ebenso	brauner, dann grüne Krystalle
Trimethylbrom-methiliumbromid	gelber	ebenso	ebenso	Rote, beim Überschuss an Reagens grüne Krystalle

Diese Reaktionen der Stickstoffbasen in alkalischer Lösung sollen noch weiter verfolgt werden.

Aus dem Laboratorium der Versuchsstation für Zuckerindustrie
in Prag.

On the Radiation of the Radiotellurium.

Part I.

By Dr. **B. Kučera** and Dr. **B. Mašek.**

Presented February 16, 1906.

The interesting investigation of Prof. *Bragg* concerning the α-rays of radium attracted vivid attention to this very little known phenomenon. The α rays emitted from radium and other radioactive bodies were regarded soon after their discovery as correspondent to Goldstein's canal rays, which opinion was corroborated by Rutherford's proof of their deflection in the magnetic field. Earlier study of this difficult kind of radiation dealt only with its absorbability and ionising power; some of the few results obtained appear now in quite a different light. In two papers published in December 1904 *Bragg* [1]) and *Kleeman* [2]) showed that the α-radiation of radium in radioactive equilibrium consists of four particular kinds characterised by their maximal range in a given medium. In air at 76 *cm* pressure and 20° C these distinct kinds of α-rays can penetrate the maximal thicknesses of 3·50, 4·23, 4·83, 7·06 *cm* respectively, corresponding to the α radiation emitted partly from radium itself (3·50) partly from its transformation products viz. radium *C* (7·06), emanation, and radium *A*. The limited penetration of various kinds of these rays is due, as *Bragg* [3]) suggests, to the diminution of their velocity. Their so-called absorption is only caused by the expense of energy in ionising i. e. producing of ions in the traversed medium. *Rutherford* [4]) (July 1905) corroborated this view of diminution of velocity by direct experiments of deflection in the magnetic field and explained [5]) quite satisfactorily the apparent discrepancies in *Becquerel's* [6]) results. The laws governing the penetration of the

---

[1]) *W. H. Bragg*, Phil. Mag. (6) *8*. 719. 1904.
[2]) *W. H. Bragg* and *R. Kleeman*, Phil. Mag. (6) *8*. 726. 1904.
[3]) *W. H. Bragg* and *R. Kleeman*, Phil Mag. (6) *10*. 318. 1905.
[4]) *E. Rutherford*, Phil. Mag. (6) *10*. 163. 1905.
[5]) *E. Rutherford*, Phil. Mag. (6) 11. 166. 1905.
[6]) *H. Becquerel*, Phys. ZS. *6*. 666. 1905. C. R. *136*. 199, 431, 977, 1517, 1903.

α-rays are entirely different from those of β- and γ-rays. As the radiation of the radiotellurium (polonium), which had not been investigated from this point of view yet, promised — regarding the absense of the two other kinds of rays — a greater simplicity of results than the radiation of the evaporated radiumbromide solution, we attempted to study more thoroughly this question. In the present paper we confined ourselfs to

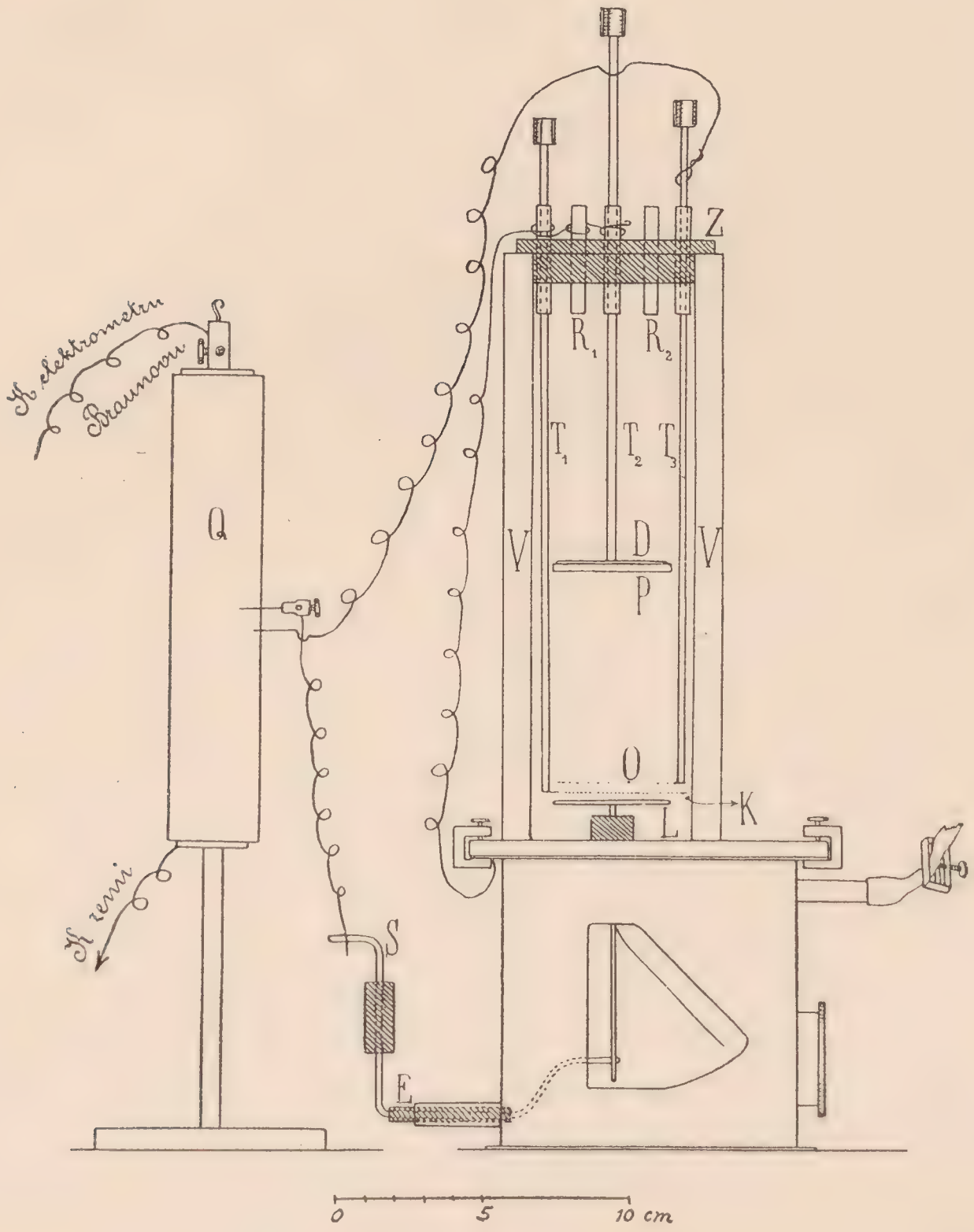


Fig. 1.

the results obtained as to the dependence of the ionising power upon the distance from the radiating body and to the comparison of an old and fresh specimen of radiotellurium.

* * *

A battery of high potencial not being at our disposal, we were obliged to use a gold-leaf electroscope in a form devised by one of us lately. The produced ionisation was measured by the saturation current in a plan condenser, whose one plate L (fig. 1) (the lower one) was in a well insulated (amber) communication with the leaf of the electroscope, the upper one K consisting of a metal ring with a wire-gauze to let the

flying α-particles freely into the ionisation chamber. The charging of the leaf and the lower plate was performed by means of an insulated piece of wire S which could be, by turning it, brought in connection either with a dry pile Q (Elster-Geitel) or with the earth. The slow sinking of potential of the aluminium leaf accompagnied by a slow movement of the same was observed by means of a microscope fitted with a micrometric eyepiece. As it proved to be convenient to keep back all ions produced above the upper plate of the measuring condenser, another round piece of wire-gauze O of a far less density was placed some distance over the plate K to form another condenser of variable thickness. The electric field therein was established by the same dry pile but in opposite sense to that in the first condenser and of nearly the same intensity. In this way the diffusion of ions into the measuring condenser was prevented. All these three plates were placed in the inner space of a very thick glass tube of about 5·5 *cm* bore and could be brought to various distances from each other by means of movable metal rods ($T_1 T_2 T_3$) fastened into an ebonite plug Z at the top of the cylinder. The electroscope was enclosed in a screen of earthed wire-gauze in order to avoid electrostatic disturbances. A silvered glass-scale fastened outside along the mantle of the cylinder allowed to determine the relative position of all three plates and the position of the radiation surface P, fastened on a suitable holder $D_1 T_2$. The observation consisted of measuring by means of one or two stopwatches the time T the leaf needed to fall through one or several scale-divisions N. The value N/T is proportional to the ionisation produced by the α-rays reaching the condenser's space. The absolute variation of position of the leaf in the focal plane being very small, there was found a perfect equivalence of all parts on the scale. It proved convenient to wait some minutes and not to begin a series of observations till the ionic equilibrium in the two condensers were established.

* * *

An idea of the dependence of the ionisation produced by radio-tellurium upon the distance from the radiating surface can be got by fig. 2, where the intensities of the saturation current are represented as abscissae in different units for a single curve, the distances of the radiating source from the middle plate for ordinates.

The curve A of this diagram corresponds to an arrangement, when the radiation was emitted from the whole surface the measuring condenser being 1 *cm* thick and 4 *cm* in diameter. The first signs of ionisation appear at 4 *cm* distance from K By approaching the radiating plate the ionisation increases at first very rapidly, then slowly. The curve B represents the progress of ionisation in a narrower condenser (2—3 *mm*) under the same conditions. It is evident that at a distance of 6 *mm* from the condenser

the ionisation reaches its maximum. The curves *C, D* were obtained while the diameter of the condenser's plate was 2·8 *mm* the radiating surface beeing simultaneously screened by a piece of cardboard which allowed the radiation to be emitted only through a central hole of 1·4 *cm* dia-

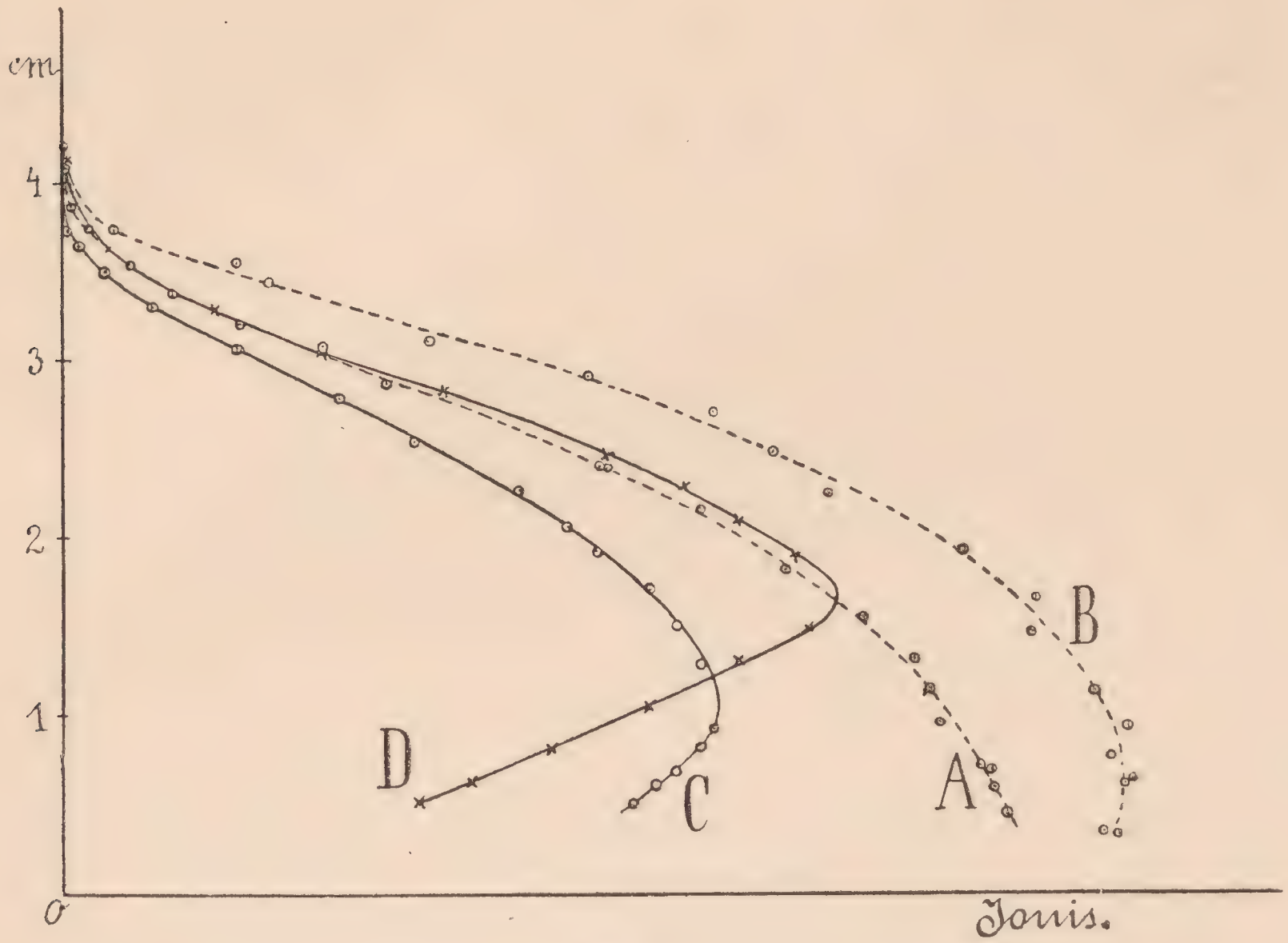


Fig. 2.

meter. The position of radiotellurium corresponding with the maximum ionisation depends in a high degree upon the thickness of the condenser, being namely for the thicknesses of 0 95 *cm* resp. 0·37 *cm* about 1 *cm* resp. 1·7 *cm* above the upper plate of the condenser. It will be also observed hat the ionisation curve is affected by the dimensions of the condensers this effect being due to the unequal paths of the various α rays between a radiating point and an incidence point on the condenser plate. The purest results can be expected when all rays are compelled to assume the same direction. For this purpose a screen was constructed consisting of numerous short (12 *mm*) glass tubes (2·5 *mm* bore) inserted into a brass tube (fig. 3); this screen being fastened in front of the radiating surface let only almost parallel α-rays through. In our case the remaining dispersion attained 22^0.

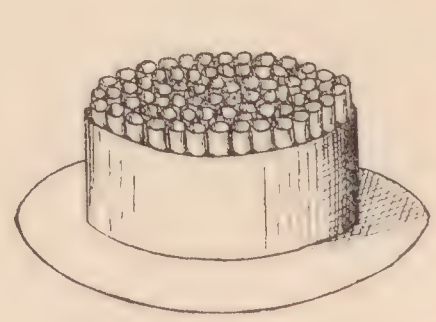


Fig. 3.

The results gained by this arrangement are represented in the curve I (fig. 4). The ionisation begins at the distance of 4 1 *cm*, increases very rapidly, reaches its maximal value in the distance of 3—4 *cm*, then slowly diminishing. This behaviour is quite analogous to the α-rays of radium

as demonstrated by *Bragg* and *Kleeman*, while greatly differing from the β- and γ-radiation. To illustrate still more clearly the analogy between the α-radiation of radiotellurium and the α-radiation of radium *C* the curve II

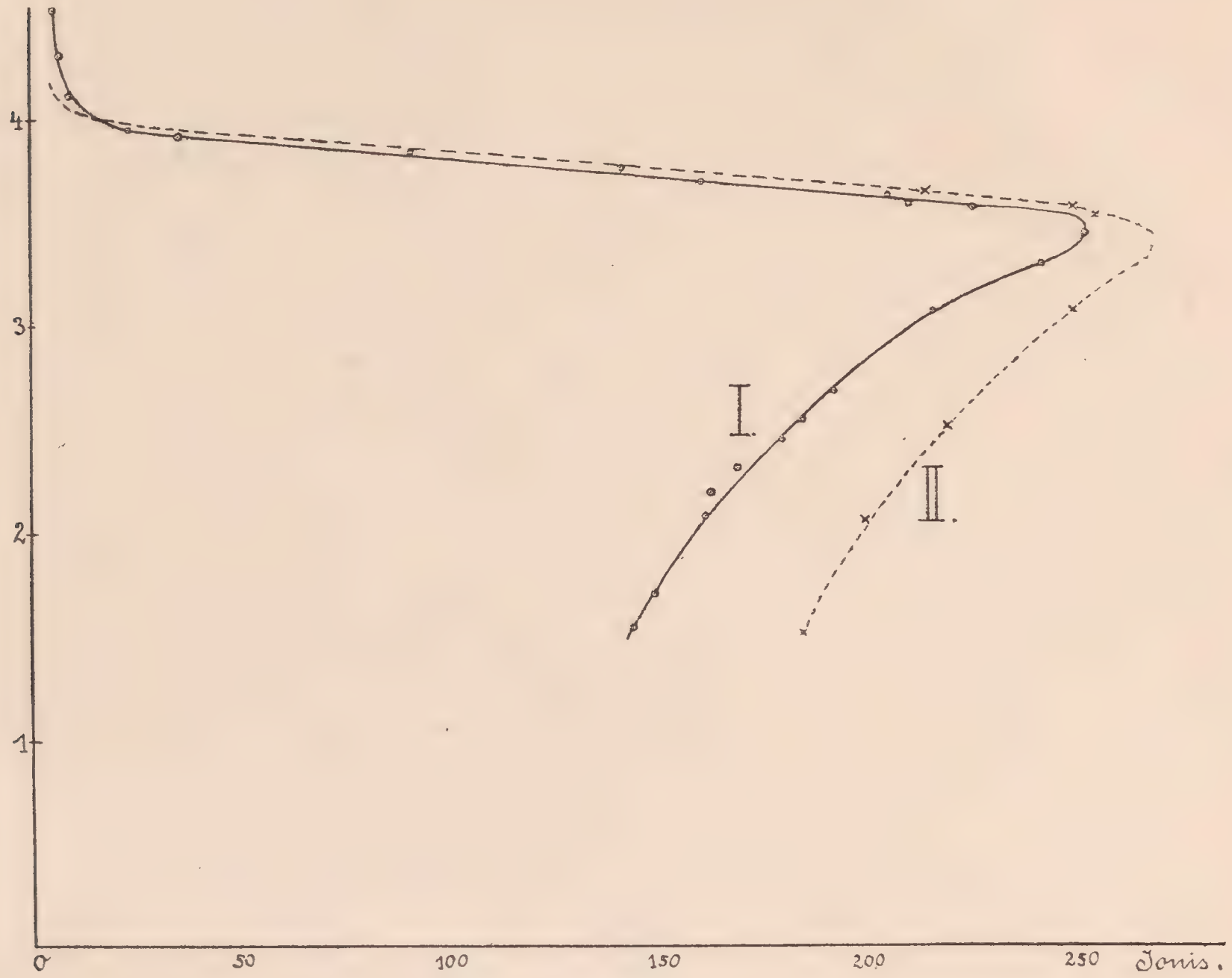


Fig. 4.

given by the data of Bragg and Kleemann for radium *C* is drawn into the diagram. The similar character of the radiation in both cases is strikingly evident. Prof. *Bragg's* explanation of this curious phenomenon is based upon the supposition that for a critical velocity of flying α-particle, smaller than the starting velocity the ionisation power of this particle reaches its maximum. At different distances from the source the α-rays are differently good ionisers and by this supposition it is possible to explain the shape of the curves *ABCD* (fig. 2), which are representing only an integral effect of many rays of various lengths of path. In the case of the curves *AB*, where the radiating surface is very large besides the shortest perpendicular rays many oblique longer rays penetrate the ionisation space. In this case the maximum on the curve is not so sharp ai when either the diameter of the radiating surface or the thickness of the condenser are reduced.

The simplest case of parallel rays was realised with some approximation by using the screening tubes.

* * *

There were two radioactive preparations (from Dr. *Sthamer*-Hamburg) at our disposal, one quite fresh (February 1906) another nearly two years old. Both pieces were examined under identical conditions

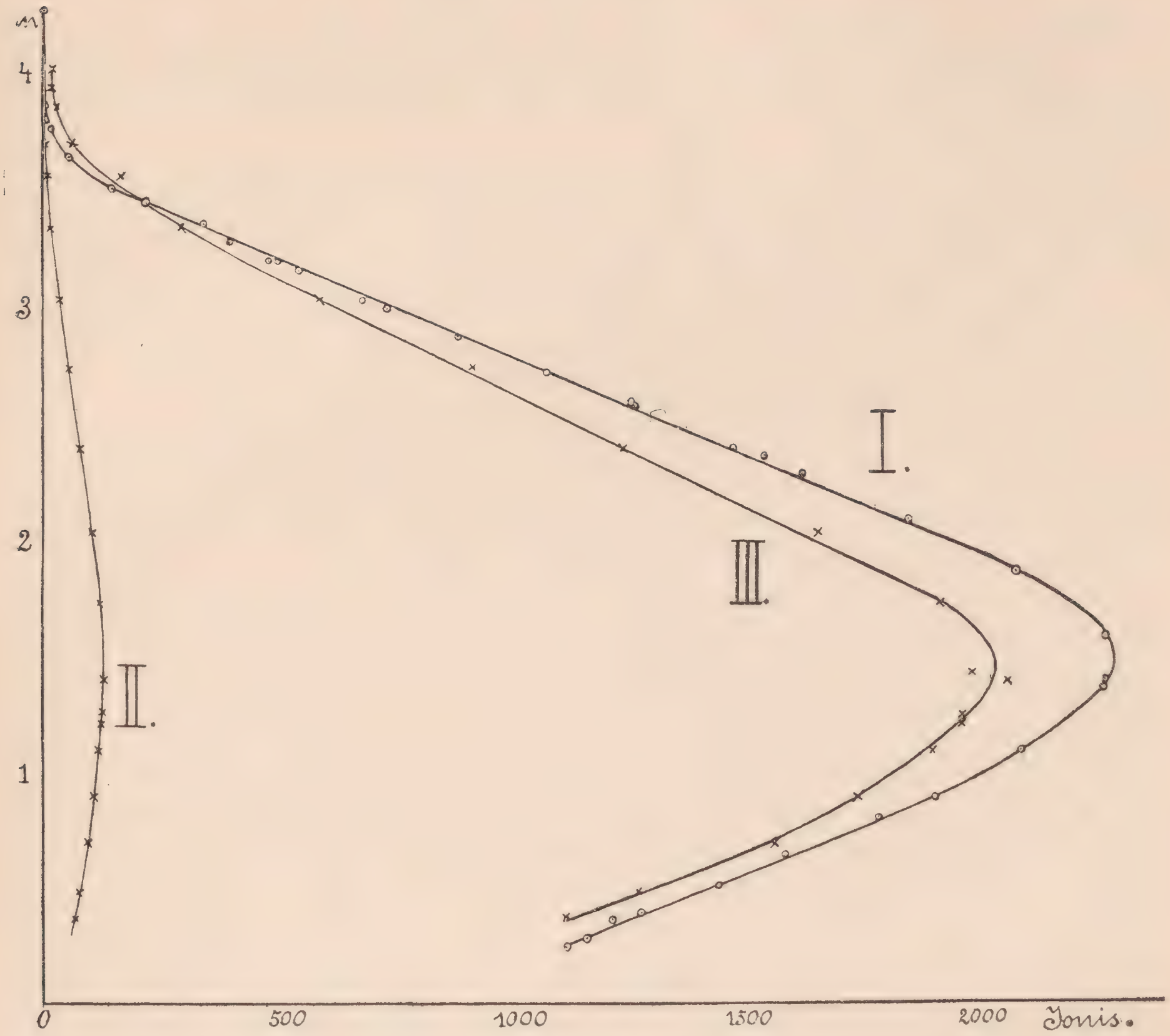


Fig. 5.

a narrow condenser with small plates being employed as the screening tubes weakened the radiation of the old preparation to a considerable extent. The results represented in the curves I and II (fig. 5) drawn in the same scale clearly show that the older preparation is very much feebler than the new one. Nevertheless the character of radiation remained unchanged in both cases as it can be deducted from the curve III in which the abscissae of II are 16 times enlarged. The exact ratio of the corresponding abscissae was found to be 1 : 18·5, thus closely congruent with the latest measurements Rutherford's [7]) and Marckwald-Greinacher-Hermann's,[8]) which have lead to the statement, that the radiation of

---

[7]) *E. Rutherford*, Phil. Mag. (6) *10.* 290. 1905.

[8]) *W. Marckwald, H. Greinacher, K. Hermann*, Jahrb. der Radioakt. u. Elektronik *2.* 136. 1905.

the radium *C* resp. the radiotellurium falls to half value in about 140 days.

Summary of results.

1. The maximal distance from the radiation surface of radiotellurium at which the ionising power of the α rays can be detected was found to be very nearly 4·1 *cm*.

2. The character and rate of the α-radiation proved to be identical with that of the α-radiation from radium and its transformation products viz emanation, radium *A* and radium *C*.

3. It is probable that the radiotellurium is a simple radiating matter or such a mixture of radioactive substances of which only one sends out the α-rays in measurable quantities.

4. With the lapse of time a diminution of the radiation from the radiotellurium appears, but the character of radiation remains unchanged viz. the starting velocity of the α-particles is not altered with the time only the number of the emitted particles being less.

5. The result (2) corroborates the opinion of Rutherford founded upon other facts, namely that the radiotellurium or a similar substance present in polonium is only a further transformation product of radium — probably the radium *F*.

6. The controversy between Mme Curie and Mr. Marckwald [9]) who holds up the opinion that polonium is not a simple body but a mixture of more radioactive products, could be decided exactly the polonium of Mme Curie were used.

We wish to express our sincere thanks to Prof. Strouhal for tendering us the means to accomplish our task by giving us financial aid of his Institution and placing at our disposal its laboratory.

The physical Laboratory of the Bohemian University of Prague.
February 1906.

---

[9]) *W. Marckwald*, Jahrb. d. Radioact. u. Elektronik *2* 133. 1905.

Über die Invariantenkriterien für die Realität der Wurzeln einer Gleichung sechsten Grades.

Von

K. Petr.

Vorgelegt am 17. Feber 1906.

Mit der Aufgabe, die ich mir für eine Gleichung sechsten Grades gestellt habe, befasste sich Sylvester für eine Gleichung des fünften Grades und löste dieselbe mit Hilfe der Bedingung, welcher die ungerade Invariante der Form vom fünften Grade Genüge leistet. Er gelangte so zu Realitätsbedingungen von großer Einfachheit.

Die Realität der Wurzeln einer Gleichung des sechsten Grades untersuchte mit Hilfe der Invarianten A. Brill [1]), aber er gab die vollständige Lösung dieser Aufgabe nicht (der Hauptzweck seiner Arbeit war übrigens ein anderer als die Bedingungen für die Realität der Wurzeln der Gleichung sechsten Grades festzustellen). Brill's Kriterien lassen nämlich die Anzahl der komplexen Wurzeln für einige Zeichenkombinationen unbestimmt.

Der Ausgangspunkt meiner Lösung war ebenso wie in der Arbeit Sylvester's die Relation zwischen der ungeraden Invariante und den übrigen vier Invarianten. Setzt man die ungerade Invariante gleich Null, so erhält man eine Beziehung zwischen den übrigen vier Invarianten oder zwischen den drei absoluten Invarianten, wenn man absolute Invarianten einführt. Diese absoluten Invarianten fasste ich alls Koordinaten eines Punktes im Raume auf, wodurch die erwähnte Beziehung in die Gleichung einer gewissen Fläche überging. Bei der Lösung meiner Aufgabe war am wichtigsten die Untersuchung des Verlaufs dieser Fläche und die Erforschung des Zusammenhanges der Bereiche, in welche der ganze Raum durch diese Fläche und durch die Diskriminantenebene geteilt wird.

---

[1]) A. Brill, Über binäre Formen und die Gleichung des sechsten Grades. Math. Annalen, Bd. XX, S. 330.

Ein wichtiges Hilfsmittel bei dieser Untersuchung war der Umstand, daß die erwähnte Fläche rational ist, d. h. daß die Koordinaten der einzelnen Punkte dieser Fläche rationale Funktionen von zwei Parametern sind.

Die Bedingungen für die Realität erscheinen dann in einer so einfachen Form, daß dieselben auch praktisch verwertet werden können; die zugehörigen Ausdrücke sind bedeutend einfacher als jene, welche aus dem Sturm'schen Satze folgen, was übrigens seinen Grund darin hat, daß von allen Invarianten einer Form vom sechsten Grade die Diskriminante den höchsten Grad besitzt.

Aus dem erhaltenen Resultate folgt der beachtenswerte Umstand, daß es bei gegebenen Invarianten nicht immer möglich ist zu entscheiden, wie viel komplexe Wurzeln zu der betreffenden Form gehören; wenn nämlich gewisse zwei Bedingungen zwischen den Invarianten erfüllt sind, so gehören zu diesen Invarianten gleichzeitig zwei Formen mit verschiedener Anzahl komplexer Wurzeln. Daß dieser Umstand bei Formen des achten Grades vorkommt, habe ich schon in einer früheren Arbeit gezeigt; aus den dort angeführten Gründen erscheint dieser Umstand bei allen Formen, deren Grad durch 8 teilbar ist; nach den für eine Form sechsten Grades in dieser Arbeit abgeleiteten Resultaten ist es nun wahrscheinlich, daß das System der Invarianten allgemein bei Formen vom geraden Grade die Anzahl der komplexen Wurzeln in einigen Ausnahmsfällen nicht eindeutig bestimmt.

I.

Bei der Untersuchung der Realität der Wurzeln einer Gleichung vom sechsten Grade, deren linke Seite wir in der Gestalt einer Form vom sechsten Grade voraussetzen wollen

$$(1) \quad . \; . \; . \; a_0 x^6 + 6 a_1 x^5 y + 15 a_2 x^4 y^2 + 20 a_3 x^3 y^3 + 15 a_4 x^2 y^4 + 6 a_5 x y^5 + a_6 y^6 ,$$

nehmen wir als Grundlage jene Invarianten an, welche Salmon in seiner Algebra mit den Buchstaben A, B, C bezeichnet und außerdem noch die Diskriminante

$$\Delta = a_0^5 a_6^5 + \ldots .$$

Außer diesen vier von einander unabhängigen Invarianten hat die Form des sechsten Grades noch eine Invariante, welche in Bezug auf die Koëfficienten vom 15 Grade ist, und welche Salmon mit E bezeichnet. Zwischen dieser und den übrigen Invarianten besteht folgende Relation:

$$(2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad E^2 = P(A, B, C, \Delta) ,$$

wo $P(A, B, C, \Delta)$ ein Polynom der Zahlen A, B, C, Δ bedeutet.

Dieser Umstand hat im folgenden grundlegende Wichtigkeit. Es folgt nämlich daraus, daß für solche Werte von A, B, C, Δ, für welche das Polynom negativ ist, die Form des sechsten Grades keine reelle Koëfficienten haben kann. Wenn wir daher für die Koëfficienten a_0, a_1 ... nur reelle Werte zulassen, was bei unserer Aufgabe selbstverständlich ist, so sind solche Werte der Zahlen A, B, C, Δ, welche $P(A, B, C, \Delta)$ negativ machen, unmöglich. Es wäre aber gewagt zu behaupten, daß zu solchen A, B, C, Δ, für welche $P(A, B, C, \Delta)$ positiv ist, immer Formen des sechsten Grades mit reellen Koëfficienten gehören müßten, man kann sogar auch solche Bereiche für das System dieser Zahlen angeben, in denen zu keinem Systeme eine reelle Form gehört, obwohl $P(A, B, C, \Delta)$ positiv ist; allein dies ist schon von untergeordneter Bedeutung.

Um mich auf geometrische Anschauung und Sprache stützen zu können, führe ich statt der Invarianten A, B, C, Δ absolute Invarianten ein und wähle dazu folgende:

$$X = \frac{A^2 - 100\,B}{A^2},$$

$$(3) \quad Y = \frac{A^3 - 300\,A\,B + 250\,C}{A^3},$$

$$Z = \frac{\Delta}{A^5};$$

dann ist

$$E^2 = P_1(X, Y, Z) \cdot A^{15},$$

wo $P_1(X, Y, Z)$ ein Polynom von X, Y, Z ist. Wenn wir nun bloß Formen mit reellen Koëfficienten berücksichtigen, so ist

$$(4) \quad \begin{array}{ll} P_1(X, Y, Z) \geqq 0 & \text{für } A > 0, \\ P_1(X, Y, Z) \leqq 0 & \text{» } A < 0. \end{array}$$

Für die Einführung der absoluten Invarianten durch die Gleichungen (3) war entscheidend die Form der Bedingung für die Existenz zweier Paare gleicher Wurzeln; es muß dabei, wie bekannt außer $\Delta = 0$ auch noch

$$(5) \quad (A^3 - 300\,A\,B + 250\,C)^2 - 5\,(A^2 - 100\,B)^3 = 0.$$

In den oben eingeführten absoluten Invarianten erhält diese Bedingung folgende einfache Form

$$(6) \quad (Y^2 - 5\,X^3)\,A^6 = 0.$$

Unsere erste Aufgabe ist nun die Untersuchung des Verlaufs der Fläche

$$P_1(X, Y, Z) = 0,$$

wo X, Y, Z rechtwinklige Koordinaten eines Punktes im Raume bedeuten. Diese Fläche werden wir Grenzfläche nennen.

Die Berechnung des Ausdruckes $P_1(X, Y, Z)$ ist schon schwer; noch schwieriger wäre aber auf Grund des berechneten Ausdruckes die Diskussion des Verlaufs der Fläche, insofern sie für unseren Zweck nötig ist. Allein die Sache selbst führt uns dazu die Koordinaten X, Y, Z mit Hilfe zweier Parameter auszudrücken, was hier rational geschehen kann.

Sollen nämlich drei Wurzelpaare der gegebenen Form in der Involution sein, so ist dazu die Bedingung $E = 0$ notwendig und hinreichend.

Diese Bedingung können wir aber auch mit Hilfe der Invarianten A, B, C, Δ ausdrücken; wir erhalten als linke Seite dieser Bedingung einen Ausdruck vom dreißigsten Grade in Bezug auf die Koëfficienten, welcher sich von E^2 bloß durch einen numerischen Faktor [2]) unterscheiden kann.

Die erwähnte Bedingung kann man nun mit Hilfe A, B, C, Δ folgenderweise ausdrücken [3]).

Wenn wir von ganz besonderen Fällen abstrahieren, so können wir in dem Falle, wo sechs Wurzeln einer Form vom sechsten Grade sechs Punkten in der Involution entsprechen, jene Form in den Ausdruck

$$(7) \quad \ldots \quad a_0 x^6 + 15 a_2 x^4 y^2 + 15 a_4 x^2 y^4 + a_6 y^6 .$$

transformieren. Der Kürze wegen setzen wir nach Salmon

$$(8) \quad \ldots \quad a_0 a_6 = \lambda , \qquad a_2 a_4 = \mu , \qquad a_0 a_4^3 + a_2^3 a_6 = \nu .$$

Dann sind die Invarianten A, B, C, Δ gegeben durch die Ausdrücke

$$(9) \quad \ldots \quad \begin{aligned} A &= \lambda + 15 \mu \\ B &= \lambda \mu + \mu^2 - \nu \\ C &= -24 \lambda \mu^2 - 8 \mu^3 + 4 \nu (\lambda + 3 \mu) \\ \Delta &= \lambda (\lambda^2 - 150 \lambda \mu - 1875 \mu^2 + 500 \nu)^2 . \end{aligned}$$

Durch Elimination der Parameter λ, μ, ν aus diesen vier Gleichungen bekämen wir eine Bedingung zwischen A, B, C, Δ, welche mit der Bedingung $E = 0$ aequivalent wäre und welche wir durch Einführung der absoluten Invarianten X, Y, Z auf die Gleichung der Grenzfläche überführen könnten. Allein, wenn wir zuerst X, Y, Z durch λ, μ, ν ausdrücken, so erhalten wir für dieselben rationale homogene Funktionen dieser Zahlen von nullter Dimension, indem wir dabei den Grad von λ, μ als 1, und den Grad von ν als 2 zählen und daher können wir dieselben als rationale Funktionen zweier Parameter z. B. $\frac{\mu}{\lambda}$, $\frac{\nu}{\lambda^2}$ in der Form schreiben:

---

[2]) Sieh Salmon-Fiedler, Algebra der l. Transf. Seite 346.

[3]) Sieh Salmon-Fiedler, Algebra der l. Transf. Seite 346. und folg.

$$X = R_1\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\lambda^2}\right), \qquad Y = R_2\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\lambda^2}\right), \qquad Z = R_3\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\lambda^2}\right),$$

Diese drei Gleichungen können wir für die Gleichung der Grenzfläche selbst ansehen, und es wird diese Form derselben für uns gewiß vorteilhafter sein als jede andere.

Um die Form der rationalen Funktionen so einfach als möglich zu bekommen, führen wir die Zahlen λ', μ', ν' ein, so daß

$$\begin{aligned} \lambda &= \tfrac{5}{4}(5\lambda' - 3\mu'), \\ \mu &= \tfrac{1}{4}(\lambda' + \mu'), \\ \nu &= \nu' + \tfrac{1}{8}[5\lambda'^2 + 6\lambda'\mu' - 7\mu'^2]\,. \end{aligned} \tag{10}$$

Dann ist

$$A = 10\lambda', \qquad A^2 - 100B = 100\nu', \tag{11}$$

$$A^3 - 300AB + 250C = 1000[-8\mu'^2\lambda + 4\mu'^3 + 10\nu'\lambda' - 3\nu'\mu'] \tag{11}$$

$$\Delta = 2^2 \cdot 5^5 (5\lambda' - 3\mu')(-4\mu'^2 + 5\nu')^2.$$

Für die Gleichung der Grenzfläche erhalten wir, wenn

$$\frac{\nu'}{\lambda'^2} = u, \qquad \frac{\mu'}{\lambda'} = v \tag{12}$$

gesetzt wird, diese einfachen Relationen:

$$\begin{aligned} X &= u\,, \\ Y &= 4v^3 - 8v^2 - 3uv + 10u\,, \\ Z &= \tfrac{1}{8}(5 - 3v)(-4v^2 + 5u)^2\,. \end{aligned} \tag{13}$$

II.

Vor allem werden wir die singuläre Kurve der Grenzfläche aufsuchen.

Dies kann auf dieselbe Weise geschehen, wie Doppelpunkte auf einer rationalen Kurve ermittelt werden. Wir finden leicht, daß die singuläre Kurve in zwei Kurven zerfällt. Für die erste gilt

$$12v^2 - 16v - 3u = 0\,. \tag{14}$$

Einem jeden Punkte dieser Kurve entspricht nur ein einziges System von Werten (u, v). Wir werden diese Kurve Rückkehrlinie der Grenzfläche nennen.

Für Punkte der zweiten singulären Kurve gilt

$$4v^4 - 4v^3 - 4v^2 - u(7v^2 - 6v - 5) + 4u^2 = 0\,. \tag{15}$$

Einem jeden Punkte dieser Kurve entsprechen zwei verschiedene (von ganz besonderen Fällen abgesehen) Systeme von Werten (u, v); ist das eine System (u, v), das andere (u_1, v_1), so gilt

$$u_1 = u, v_1 = -\frac{u+v}{1+v}.$$

Diese Linie werden wir die Knotenlinie der Grenzfläche nennen. Die Gleichung der Rückkehrlinie erhalten wir unmittelbar in der Form

$$X = 4v^2 - \frac{16}{3}v,$$

$$(16) \quad Y = -8v^3 + 48v^2 - \frac{160}{3}v,$$

$$Z = \frac{4v^2}{9}(-6v+10)^3$$

Die Projektion dieser Kurve in die Ebene $Z=0$ ist, wie aus diesen Gleichungen ersichtlich, eine Kurve des dritten Grades, von der Gestalt einer semikubischen Parabel. Der Doppelpunkt der Projektion ist in dem Punkte $X = -\frac{2^4}{3^2}$, $Y = -\frac{7.2^6}{3^3}$ $(Z = \frac{2^7}{3})$. Für den einen vom Doppelpunkt ausgehenden Ast der Kurve ist beständig $Z > 0$. Der zweite Ast befindet sich anfangs ebenfalls im Halbraume $Z > 0$, berührt die Ebene $Z=0$ im Punkte $v=0$, $(0,0,0)$; im Punkte $v=\frac{5}{3}$, $(X=\frac{20}{9}, Y=\frac{200}{7})$ folgt eine zweite Berührung mit der Ebene und zugleich der Übergang der Kurve unter die Ebene $Z=0$.

Die Relation (15), welche die Knotenlinie bestimmt, ist vom nullten Geschlechte; wir genügen dieser Relation, wenn wir z. B.

$$v = \frac{5(t^2-1)}{3t^2+5}, \qquad u = 5\frac{t^4+8t^3-14t^2+5}{(3t^2+5)^2}.$$

setzen. Wenn wir diese Ausdrücke für v und u in die Gleichungen (13) substituieren und außerdem

$$(17) \quad \frac{5(t-1)^2}{3t^2+5} = \tau,$$

setzen, so erhalten wir als Gleichung der Knotenlinie

$$(18) \quad X = \tau(2-\tau), \qquad Y = \tau^2(3-2\tau), \qquad Z = \tfrac{1}{4}\tau^3(5-3\tau)^2.$$

Die Knotenlinie befindet sich auf der Grenzfläche (wir berücksichtigen nur die reellen Teile der Grenzfläche) nur insofern, inwiefern die Gleichung (17) für t reelle Werte gibt. Die Diskriminante der Gleichung für t ist

$$5\tau(8-3\tau).$$

Das τ ist also beschränkt auf das Intervall

$$0 \leqq \tau \leqq \tfrac{8}{3}.$$

Wenn τ dieses Intervall wachsend durchläuft, so beschreibt der Punkt X, Y, Z den Teil der Knotenlinie auf dem reellen Teile der Grenzfläche. Diese Linie geht vom Punkte $\tau = 0$ $(0, 0, 0)$ aus, kommt zum Punkte $(1, 1, 1)$, dessen Projektion ein Rückkehrpunkt für die Projektion der Knotenlinie ist, und endigt im Punkte $\tau = \frac{8}{3}$ $(-\frac{2^4}{3^2}, -\frac{7.2^6}{3^3}, \frac{2^7}{3})$. Dieser Teil der Kurve läuft beständig oberhalb der Ebene $Z = 0$ und berührt dieselbe in zwei Punkten $\tau = 0$ und $\tau = \frac{5}{3}$ $(X = \frac{5}{9}, Y = -\frac{25}{9})$. Die Projektion der Knotenlinie hat wiederum die Gestalt einer semikubischen Parabel, mit dem Rückkehrpunkte $(X = 1, Y = 1)$.

Andere, für uns wichtige Linien auf der Grenzfläche sind ferner die Berührungslinie der Grenzfläche mit der Ebene $Z = 0$ und die Gerade, in welcher sie die Ebene $Z = 0$ schneidet. Die Berührung der Grenzfläche mit der Ebene $Z = 0$ entsteht, wie aus den Gleichungen (13) ersichtlich, in Punkten, für welche

$$(19) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4v^2 - 5u = 0$$

gilt. Die zugehörige Linie hat die Gleichung

$$X = \frac{4v^2}{5}, \qquad Y = \frac{8v^3}{5}, \qquad Z = 0.$$

Sie ist eine semikubische Parabel, welche den Rückkehrpunkt im Punkte $(0, 0, 0)$ hat und welche zur Axe X symmetrisch liegt. Wir werden diese Linie kurz die Berührungslinie nennen.

Die Grenzfläche durchschneidet endlich die Ebene $Z = 0$ in Punkten, für die $v = \frac{5}{3}$. Diese Punkte liegen auf einer Geraden, welche wir die Durchschnittsgerade oder auch bloß Gerade $v = \frac{5}{3}$ nennen wollen.

Fig. 1. veranschaulicht den Verlauf der Projektion der Rückkehrlinie, den Verlauf der Berührungslinie und der Geraden $v = \frac{5}{3}$. Alle drei Linien berühren einander im Punkte S $(\frac{20}{9}, \frac{2000}{27})$ [4]). Dies ist gerade der Punkt, in welchem die Rückkehrlinie unter die Ebene Z übergeht und von welchem angefangen die Berührung der Grenzfläche mit der Ebene

---

[4]) In dieser Figur bedeutet C_a die Projektion der Rückkehrlinie, C_b die Berührungslinie, $P\frac{5}{3}$ die Durchschnittsgerade der Ebene $Z = 0$ und der Grenzfläche.

Die Dimension der Ordinaten ist im Verhältniss zur Dimension der Abscissen zehnmal kleiner. Die Figur 2 veranschaulicht den Verlauf derselben Linien und außerdem die Knotenlinie im vergrößerten Maßstabe, jedoch nur für $-\frac{16}{9} < X < \frac{20}{9}$. Die Knotenlinie ist hier mit C_c bezeichnet und es ist hier die ganze Projektion der Knotenlinie punktiert eingezeichnet, inwiefern dieselbe auf dem reellen Teile der Grenzfläche verläuft.

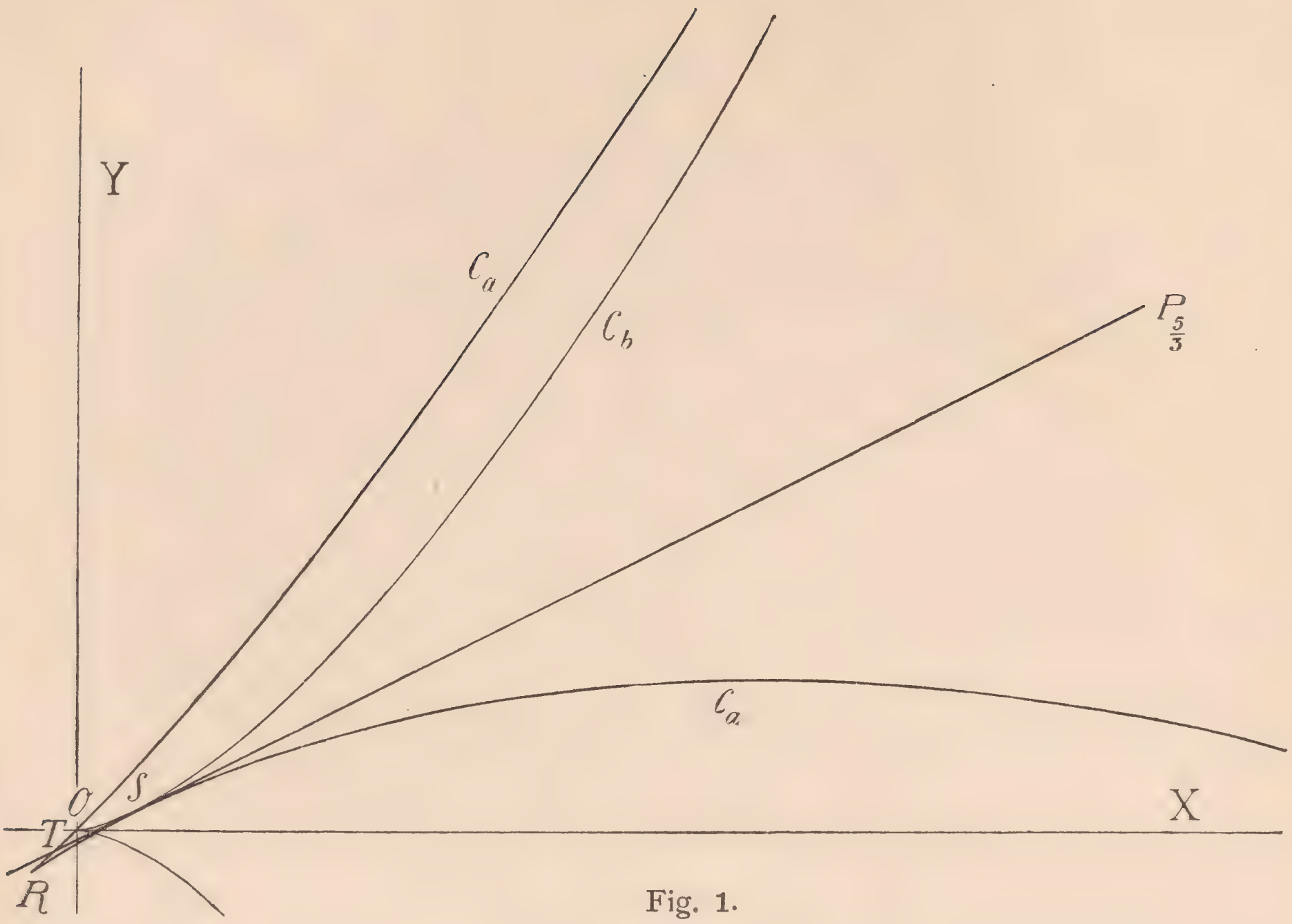


Fig. 1.

Fig. 2.

$Z = 0$ auf der unteren Seite der letzteren stattfindet. Außer dem Anfangspunkte und dem Punkte S schneiden einander die Projektion der Rückkehrlinie und die Berührungslinie noch in zwei Punkten.[5]) Die beiden Äste der Projektion der Rückkehrlinie laufen für genug große positive X zwischen den beiden Ästen der Berührungslinie (d. i. die Durchschnittspunkte der Geraden $X = C$ mit der Berührungslinie sind zwei Punkte, zwischen denen für ein genug großes C die beiden Durchschnittspunkte jener Geraden mit der Projektion der Rückkehrlinie liegen). Diesen Umstand werden wir später benützen.

Verfolgen wir nun den Verlauf der Linien $u =$ Konst. Dieselben sind rational und liegen in der Ebene $X =$ Konst. Ihre Gleichung ist

$$(20) \quad Y = 4v^3 - 8v^2 - 3uv + 10u, \qquad Z = \tfrac{1}{8}(5 - 3v)(-4v^2 + 5u)^2.$$

Hier ist v ein veränderlicher, u ein konstanter Parameter.

Wenn wir den Parameter v von $+\infty$ bis zu $-\infty$ ändern, so durchlaufen wir alle reellen Punkte der Kurve (die isolierten Punkte ausgenommen). Wir werden den Verlauf der Kurve für unseren Zweck hinreichend erforschen, wenn wir zuerst finden, wie die Durchschnitte der Kurve mit der Rückkehrlinie, mit der Berührungslinie und der Durchschnittsgerade (bei abnehmendem v) aufeinander folgen, wenn wir ferner die wechselseitige Lage der letzten drei Punkte festsetzen und wenn wir endlich bestimmen, in welchen Intervallen auf der Kurve $u =$ Konst. Knoten entstehen.

Denn durch eine leichte Rechnung werden wir finden, daß, wenn v abnimmt, eine Änderung im Wachsen des durch die Gleichung (20) gegebenen Y nur in Punkten der Rückkehrlinie stattfinden kann; eine Änderung im Wachsen von Z geschieht ebenfalls in Punkten der Rückkehrlinie (und es sind daher diese Punkte Rückkehrpunkte der Linie $u =$ Konst.) und außerdem nur noch in Punkten der Berührungslinie. Es wird daher die Gestalt der Kurve $u =$ Konst. vor allem von der Reihenfolge abhängen, in welcher die Wurzeln der Gleichungen (14) und (19) auf einander folgen. Für diese Wurzeln führen wir ein die Bezeichnung

$$(21) \quad a_1 = \frac{2}{3} + \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{u}{4}}, \qquad a_2 = \frac{2}{3} - \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{u}{4}};$$

$$(22) \quad b_1 = \frac{1}{2}\sqrt{5u}, \qquad b_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{5u},$$

und mit denselben Buchstaben bezeichnen wir die entsprechenden Punkte auf der Kurve.

---

[5]) $X = \frac{16}{9}(13 \mp 2\sqrt{40})$, $Y = \frac{8}{27}(1150 \mp 184\sqrt{40})$.

In den eben aufgeschriebenen Ausdrücken soll $\sqrt{a}$ den absoluten Wert der zweiten Wurzel aus der Zahl a bedeuten, wenn $a > 0$ ist.

Die verschiedenen Fälle, welche in der Reihenfolge der Werte a_1, a_2, b_1, b_2 und $\frac{5}{3}$ und daher auch in der Reihenfolge der entsprechenden Punkte auf der Kurve $u =$ Konst. entstehen können, sind in der folgenden Tafel zusammengestellt.

1.	$u > \frac{20}{9}$;	$b_1 > a_1 > \frac{5}{3} > a_2 > b_2$;
2.	$u = \frac{20}{9}$;	$b_1 = a_1 = \frac{5}{3} > a_2 > b_2$;
3.	$\frac{20}{9} > u > 0$;	$\frac{5}{3} > a_1 > b_1 > a_2 > b_2$;
4.	$u = 0$;	$\frac{5}{3} > a_1 > b_1 = a_2 = b_2$;
5.	$0 > u > -\frac{2^4}{3^2}$;	$\frac{5}{3} > a_1 > a_2$; b_1, b_2 komplexe Zahlen
6.	$-\frac{2^4}{3^2} > u$;	a_1, a_2; b_1, b_2 komplexe Zahlen.

Was nun die wechselseitige Lage der Punkte b_1, b_2, $\frac{5}{3}$ auf der Geraden $X = u =$ Konst., $Z = 0$ anbelangt, so folgen dieselben (in der Richtung von negativen Y zu den positiven) in dieser Ordnung:

$u > \frac{20}{9}$	$b_2, \frac{5}{3}, b_1$;
$u = \frac{20}{9}$	$b_2, \frac{5}{3} = b_1$;
$\frac{20}{9} > u > \frac{5}{9}$	$b_2, \frac{5}{3}, b_1$;
$u = \frac{5}{9}$	$b_2 \equiv \frac{5}{3}, b_1$;
$\frac{5}{9} > u > 0$	$\frac{5}{3}, b_2, b_1$;
$u = 0$	$\frac{5}{3}, b_2 = b_1$.

Dabei bedeutet $b \equiv c$, daß die den Parametern b und c entsprechenden Kurvenpunkte räumlich (keineswegs aber auf der Kurve $u =$ Konst.) zusammenfallen.

Über die Knotenlinie kann man bemerken, daß sie die Ebene $X = u =$ Konst., insofern es sich um jenen Teil derselben handelt, welcher nicht isolierte Punkte enthält, durchschneidet, und zwar in zwei zusammenfallenden Punkten, wenn $u = 1$, in zwei verschiedenen Punkten für das Intervall $1 > u \geqq 0$ und in einem einzigen Punkte für das Intervall $0 > u \geqq -\frac{16}{9}$. In diesen Durchschnittspunkten hat die Kurve $u =$ Konst. (abgesehen von den äußersten Fällen $u = 1$, $u = 0$, $u = -\frac{16}{9}$) ihre Knoten.

Es gibt daher für u bloß die Intervalle

$$\infty, \ \frac{20}{9}, \ 1, \ \frac{5}{9}, \ 0, \ -\frac{16}{9}, \ -\infty$$

in denen die Kurve $u =$ Konst. Abweichungen von ihrer Gestalt zeigt, insofern diese Abweichungen für uns wichtig sind. Die angeführten Um-

stände im Verlaufe der Kurven $u =$ Konst. sind in den Fig. 3.—12. graphisch veranschaulicht, wobei noch der Umstand benützt wurde, daß Z für ein genug großes v negativ ist und daß mit abnehmendem v anfangs Y und Z abnehmen wie aus den Gleichungen einleuchtet.

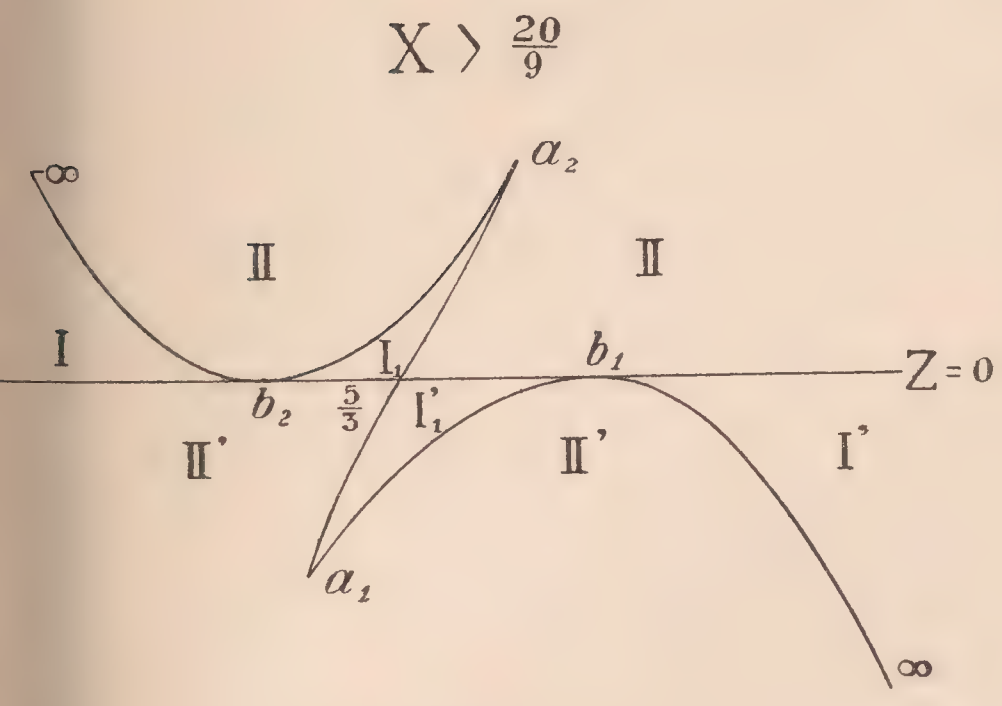


Fig. 3.

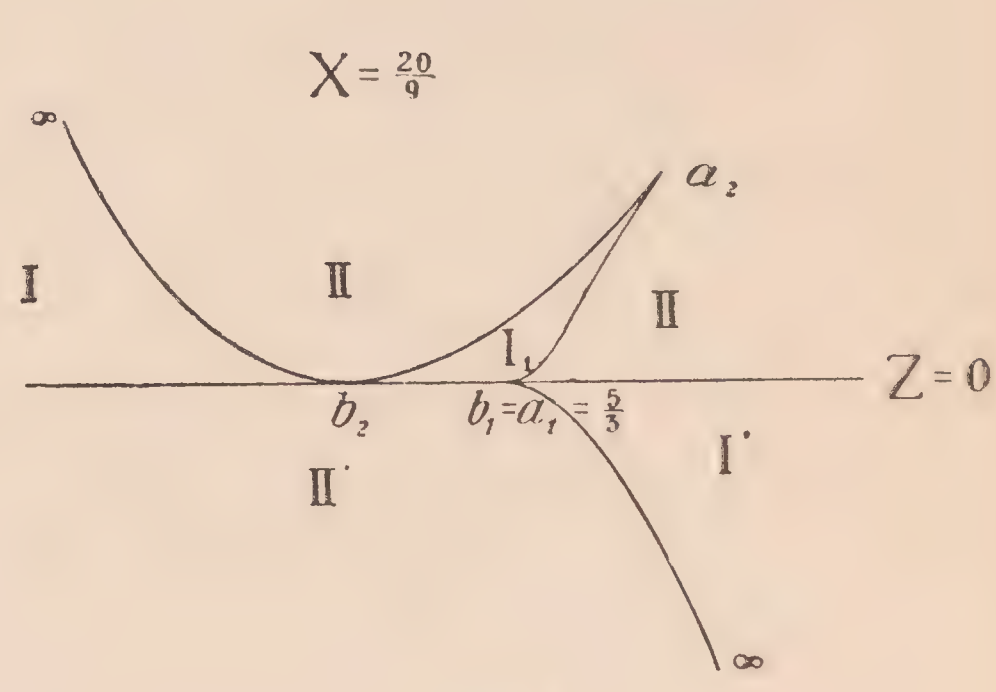


Fig. 4.

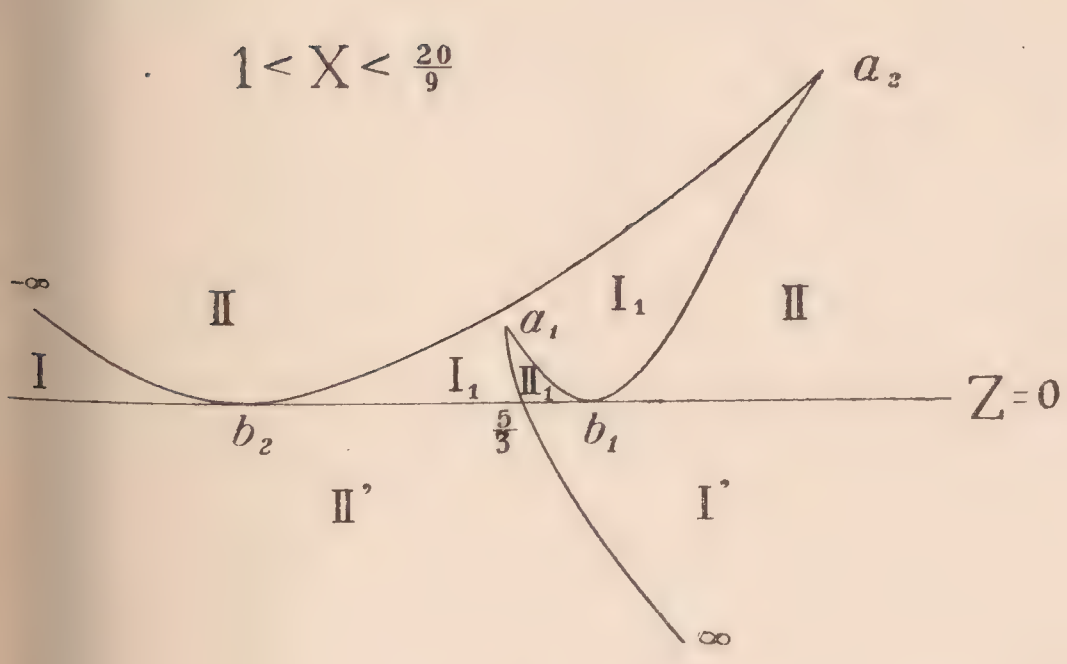


Fig. 5.

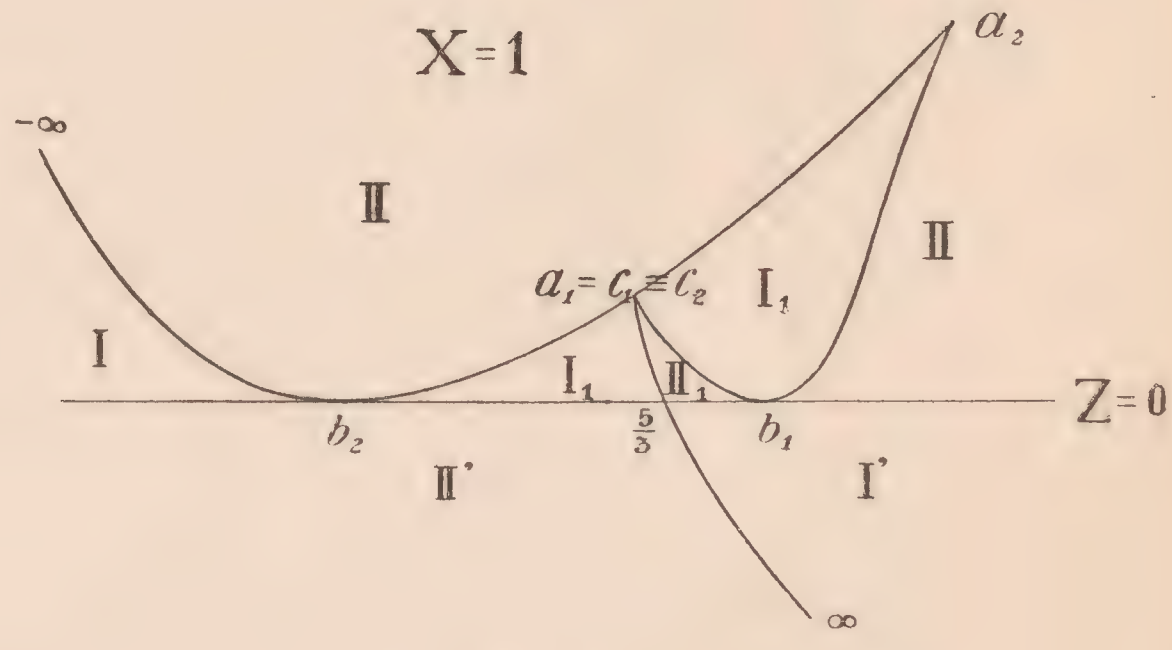


Fig. 6.

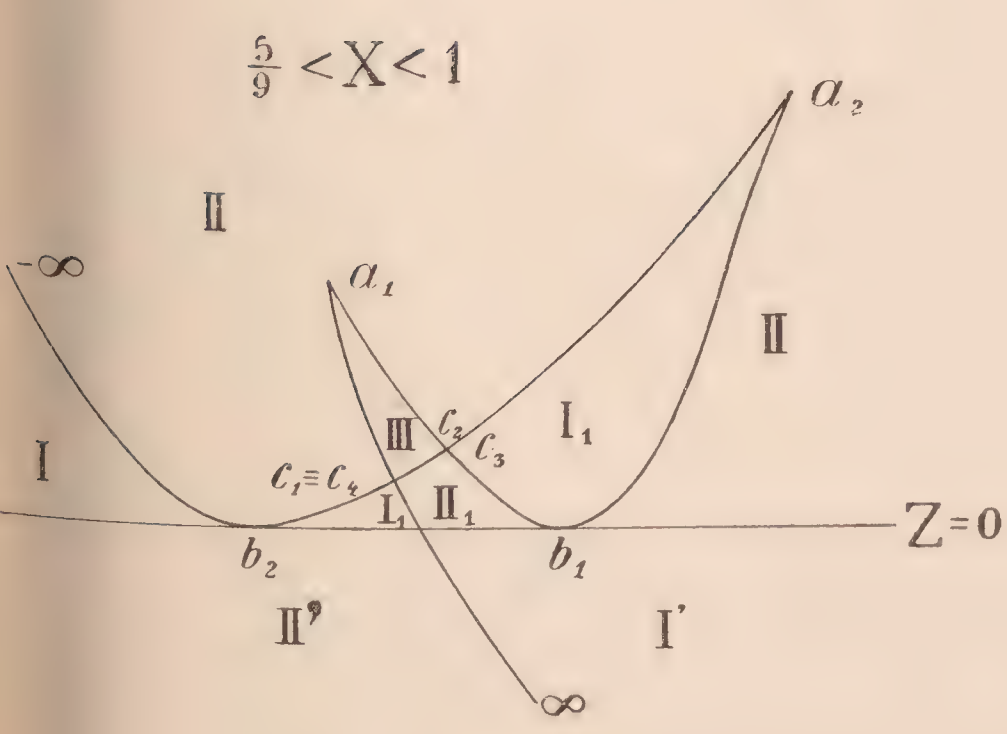


Fig. 7.

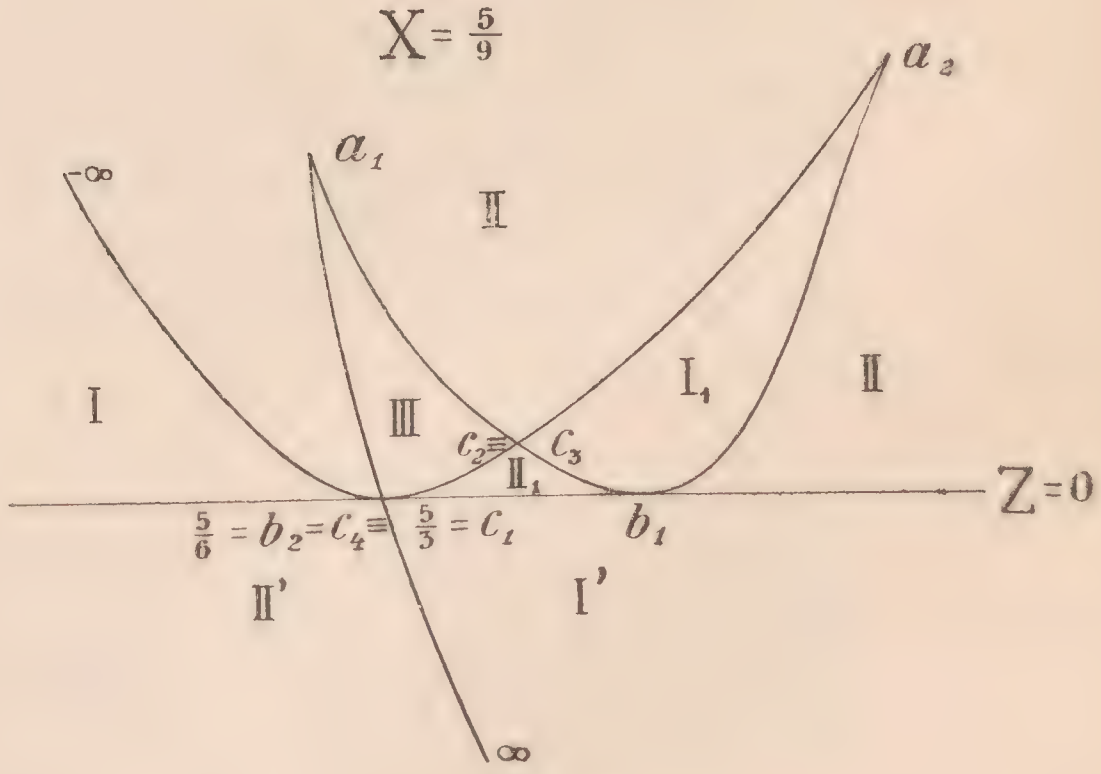


Fig. 8.

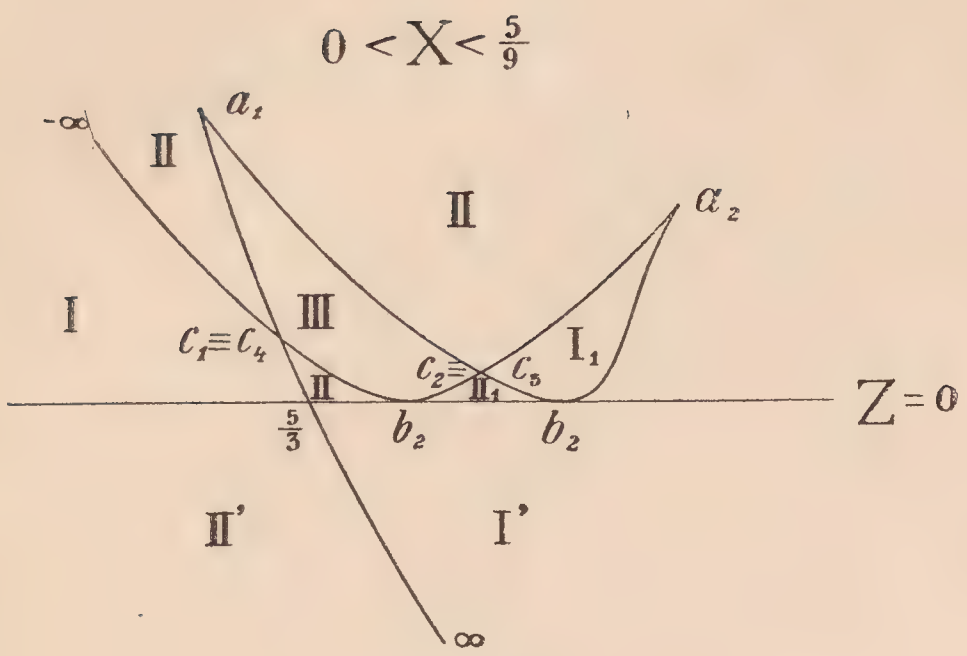


Fig. 9.

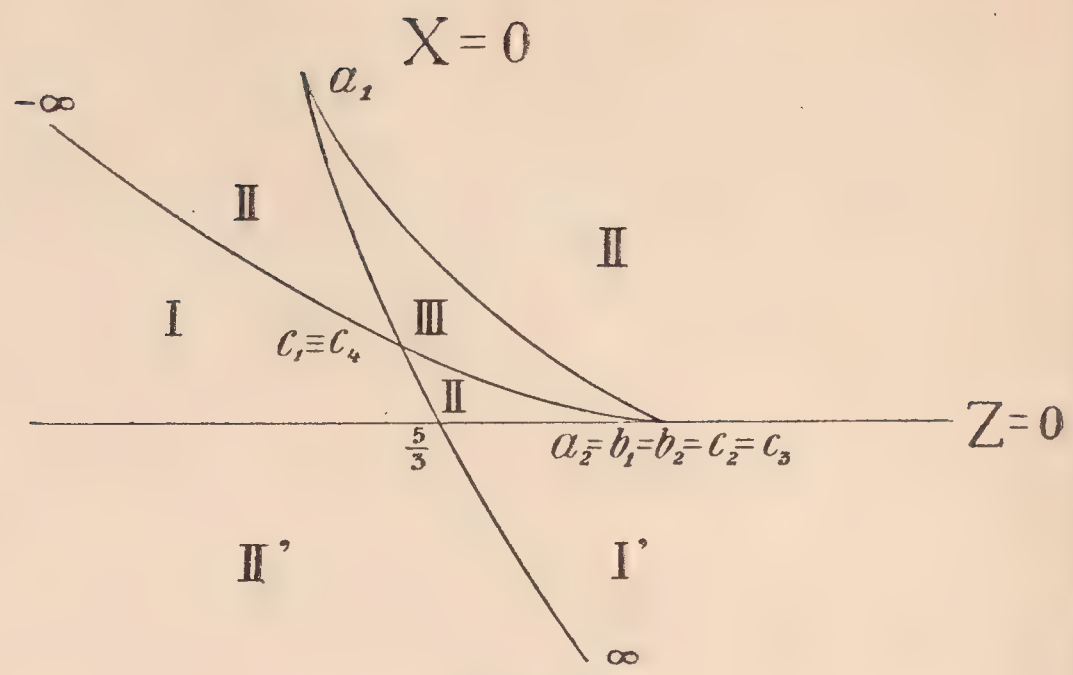


Fig. 10.

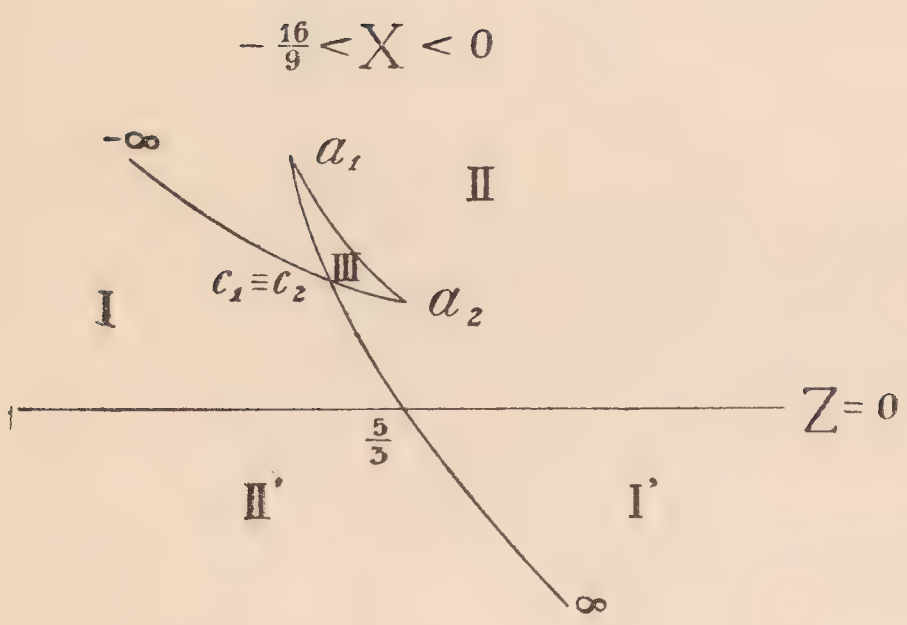


Fig. 11.

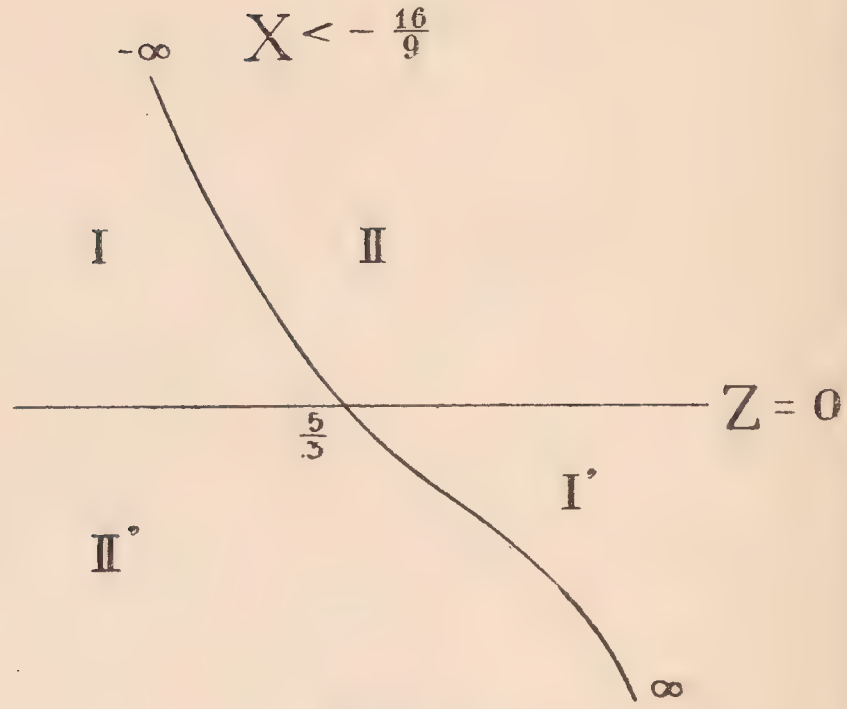


Fig. 12.

Nun ist es ganz leicht zu entscheiden, in wieviel zusammenhängende Bereiche der ganze Raum durch die Grenzfläche und die Ebene $Z = o$ geteilt wird und diese Bereiche zu charakterisieren. Ein bloßer Blick auf die Fig. 3—12, welche die Durchschnitte der Grenzfläche und der Ebene $Z = 0$ mit der Ebene $X =$ Konst. veranschaulichen, kann uns darüber belehren. Dabei ist freilich die Vorstellung nötig, daß die Gestalt eines jeden Durchschnittes stetig in die Gestalten der Nachbardurchschnitte übergeht.

Für ein negatives Z gibt es drei durch die Grenzfläche von einander geteilte Bereiche; in den Figuren sind dieselben mit I', I_1' und II' bezeichnet. Für ein positives Z gibt es deren fünf I, I_1, II, II_1 und III.

Eine ausführliche Charakterisierung der einzelnen Bereiche halte ich mit Rücksicht auf die Fig. 3—12 für überflüssig.

III.

Ich schreite jetzt zur Untersuchung, wieviel komplexe Wurzeln einer Form sechsten Grades den einzelnen Teilen der Grenzfläche entsprechen. Dabei gehe ich wieder von der Form aus

$$(\mathrm{m}) \quad . \quad . \; a_0 x^6 + 15 a_2 x^4 y^2 + 15 a_4 x^2 y^4 + a_6 y^6$$

wo a_0, a_2, a_4, a_6, reell sind und wo die sechs Wurzeln sechs Punkten der Involution entsprechen, wie ich schon angedeutet habe. Zuerst entscheiden wir, ob einem jeden Punkte der Grenzfläche Formen von der Gestalt (m) mit reellen Koëfficienten zugeordnet sind. Da einem jeden Systeme reeller Zahlen $\lambda' \mu' \nu'$ (deren Verhältnisse durch die einen Punkt auf der Grenzfläche bestimmenden Parameter u, v gegeben sind) ein System reeller Zahlen λ, μ, ν (Sieh Seite 5.) eindeutig zugeordnet ist, so genügt es zu entscheiden, ob einem jeden Systeme der Zahlen λ, μ, ν Formen (m) mit reellen Koëfficienten entsprechen. Den Koëfficienten a_0 setzen wir gleich 1; wenn wir dann aus den Gleichungen (8) z. B. a_4 berechnen, so erhalten wir:

$$a_4^6 - \nu\, a_4^3 + \lambda\, \mu^3 = 0.$$

Die anderen Koëfficienten sind mit Hilfe von a_4, λ, μ, ν rational bestimmt, und es ist demnach einleuchtend, wenn die Koëfficienten a_0, a_2, a_4, a_6 bei gegebenen λ, μ, ν als reelle Zahlen bestimmt werden sollen, daß es notwendig und auch hinreichend ist, daß

$$(21) \quad \nu^2 - 4\,\lambda\,\mu^3 \geqq 0,$$

oder in den Zahlen λ', μ', ν'

$$(21') \quad 4\nu'^2 + \nu'(5\lambda'^2 + 6\lambda'\mu' - 7\mu'^2) + 4(-\lambda'^2\mu'^2 - \lambda'\mu'^3 + \mu'^4) \geqq 0,$$

oder endlich in Parametern u, v

$$(21'') \quad 4u^2 - u(7v^2 - 6v - 5) + 4v^4 - 4v^3 - 4v^2 \geqq 0.$$

Diese Bedingung ist bei der Kurve $u =$ Konst. für ein genug großes v immer erfüllt. Der Ausdruck links vom Ungleichheitszeichen ändert aber das Zeichen, wenn der Punkt (mit abnehmendem v) den Knotenpunkt überschreitet (in den Figuren c_1, c_2, c_3, c_4) [6]), (siehe Gl. [15]). Infolge dessen ist die eben ausgesprochene Bedingung auf Bögen zwischen den Knotenpunkten c_1 und c_2 und dann zwischen c_3 und c_4 nicht erfüllt. Punkten, welche auf den Kurvenabschnitten $c_1 c_2$ resp. $c_3 c_4$ liegen, können daher Formen von der Gestalt (m) mit reellen Koëfficienten nicht entsprechen. Wir haben also dieses erste Resultat: Punkten, welche auf jenem Teile der Grenzfläche liegen, welcher den Raum *III*

---

[6]) Bei dieser Behauptung (und bei den weiteren Folgerungen) bildet bloß der Fall $u = 1$ eine Ausnahme. Da ist der Ausdruck (21'') ein vollständiges Quadrat und ändert daher sein Zeichen nicht. Dies entspricht dem Umstande, daß zwei Knotenpunkte auf der Kurve $u = 1$ zusammenfallen und es wäre daher angemessener, wenn in der Figur 6. die Knotenpunkte mit $c_1 = c_2 \equiv c_3 = c_4$ statt mit $c_1 \equiv c_2$, bezeichnet wären.

umgrenzt, entsprechen keine Formen (m) mit reellen Koëfficienten (von Punkten der Knotenlinie abgesehen). Allen anderen Punkten der Grenzfläche sind immer Formen von der Gestalt (m) mit reellen Koëfficienten zugeordnet.

Zu der Form (m) gehören immer 4 oder 6 complexe Wurzeln, falls die Diskriminante der Form dritten Grades

$$(n) \ . \ . \ . \ a_0 x^3 + 15 a_2 x^2 y + 15 a_4 x y^2 + a_6 y^3$$

positiv ist. Denn dann gehören zu der Form dritten Grades immer zwei und daher zur Form (m) mindestens 4 complexe Wurzeln. Wird diese Diskriminante durch λ, μ, ν ausgedrückt, so ist dieselbe

$$(22) \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad \lambda^2 - 150 \lambda \mu - 1875 \mu^2 + 500 \nu ;$$

durch u, v ausgedrückt, ist dieselbe

$$(22') \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 2^2 \ . \ 5^2 (-4 v^2 + 5 u) A^2 \ .$$

Wenn also

$$(23) \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad -4 v^2 + 5 u > 0,$$

so entsprechen immer zugehörige Punkte der Grenzfläche Formen (m) mit reellen Koëfficienten von 4 oder von 6 komplexen Wurzeln, wenn überhaupt jenen Punkten Formen (m) mit reellen Koëfficienten entsprechen.

Daraus die weitere Folgerung:

Den Punkten auf dem Abschnitte der Kurve $u =$ Konst., welcher durch die Punkte b_1, b_2 begrenzt ist, können nur reelle Formen (m) mit 4 oder 6 komplexen Wurzeln entsprechen und wenn die erwähnten Punkte nicht zugleich zwischen c_1 und c_2 resp. zwischen c_3 und c_4 liegen, so sind einem jeden derselben solche Formen sicher zugeordnet. Durch diese Folgerung und durch das Vorzeichen von Δ ist für diese Punkte die Anzahl komplexer Wurzeln der zugeordneten Formen von der Gestalt (m) vollkommen bestimmt.

Um auch für den Fall $-4 v^2 + 5 u < 0$ festsetzen zu können, wieviel komplexe Wurzeln es bei der Form (m) gibt, müssen wir die Anzahl negativer Wurzeln bei der Form (n) kennen und diese kann mit Hilfe der Regel von Descartes leicht bestimmt werden.

Für diesen Fall $(-4 v^2 + 5 u < 0)$ kann leicht bewiesen werden:

1. Wenn $\lambda > 0$, $\mu > 0$, $\nu > 0$, dann und nur dann hat die Form (m) sechs komplexe Wurzeln.

2. Wenn $\lambda \leqq 0$, $\mu < 0$, $\nu > 0$, dann und nur dann hat die Form (m) sechs reelle Wurzeln.

3. Wenn entweder $\lambda < 0$, $\mu > 0$, oder $\lambda < 0$, $\mu < 0$, $\nu < 0$, so hat die Form (m) zwei reelle Wurzeln.[7])

4. Wenn entweder $\lambda > 0$, $\mu < 0$, oder $\lambda > 0$, $\mu > 0$, $\nu < 0$, so hat die Form (m) vier reelle Wurzeln.[7])

Untersuchen wir auf dieser Grundlage, in welchen Fällen sich die Anzahl komplexer Wurzeln der Form (m) ändert, wenn der zugehörige Punkt der Grenzfläche auf der Kurve $u =$ Konst. durch denjenigen Punkt hindurchgeht, in welchem $-4v^2 + 5u = 0$ (d. i. durch denjenigen Punkt, in welchem die Berührung zwischen der Grenzfläche und der Ebene $Z = 0$ entsteht). Da sich hier bloß die Anzahl komplexer Wurzeln 0 in die Anzahl 4 oder die Anzahl 2 in die Anzahl 6 ändern kann, und weil, wie eben festgestellt wurde, auf dem die Punkte b_1, b_2 verbindenden Teile der Kurve $u =$ Konst. nur Punkte erscheinen können, welche Formen von 4 oder 6 komplexen Wurzeln entsprechen, so reicht es hin Punkte in der Nähe der Berührungslinie oder noch einfacher auf der Berührungslinie aufzusuchen, denen keine oder zwei komplexe Wurzeln entsprechen. Soll die Anzahl komplexer Wurzeln 0 sein, so ist notwendig und hinreichend nach dem vorangehenden, wenn λ und μ (und daher auch A) negativ und ν positiv ist, d. h. es ist nötig und hinreichend, wenn wir die Beziehungen zwischen λ, μ, ν und $\lambda' \mu' \nu'$ und die Ungleichheit $A < 0$ im Augenmerk behalten, dass

$$(24) \quad . \quad . \; 5 - 3v > 0, \qquad 1 + v > 0, \qquad u + \tfrac{1}{8}[5 + 6v - 7v^2] > 0.$$

Wenn wir aber in die Relation (21″) statt $u = \frac{4v^2}{5}$ (die für die Berührungslinie giltige Beziehung) einführen, so sehen wir, wenn Punkte der Berührungslinie Formen (m) mit reellen Koëfficienten entsprechen sollen, daß notwendig

$$v^3 (6v + 5) \geqq 0,$$

d. h. diejenigen Punkte der Berührungslinie

$$X = \frac{4v^2}{5}, \qquad Y = \frac{8v^3}{5}, \qquad Z = 0,$$

für welche $-\frac{5}{6} < v < 0$, befinden sich auf jenen Teilen der Grenzfläche, welche den Raum III begrenzen, und wir dürfen daher (da wir bloß Formen von der Gestalt (m) mit reellen Koëfficienten im Sinne haben) den entsprechenden Teil der Berührungslinie unberücksichtigt übergehen. Dann kann man statt der Bedingungen (24) schreiben

$$0 \leqq v \leqq \tfrac{5}{3}.$$

---

[7]) In diesem Auspruche wurden die Nullwerte bei λ, μ, ν nicht berücksichtigt, weil es für das Folgende gar keine Bedeutung besitzt.

Diese Ungleichheiten begrenzen auf der Berührungslinie jene Partie, wo bei negativen A (und Δ) derjenige Punktbereich, welchem Formen von der Gestalt (m) von 4 komplexen Wurzeln entsprechen, an den Bereich von Punkten angrenzt, denen Formen (m) ohne komplexe Wurzeln entsprechen.

Ähnlich erhalten wir, daß jene Punktbereiche der Grenzfläche, denen Formen (m) von zwei komplexen Wurzeln entsprechen, mit Bereichen benachbart sind, denen Formen (m) von sechs komplexen Wurzeln entsprechen:

1. wenn $A < 0$, in jenem Teile der Berührungslinie, für welche $v \geqq \frac{5}{3}$;
2. wenn $A > 0$, in jenem Teile der Berührungslinie, für welche $v \leqq -\frac{5}{6}$.

Dadurch haben wir zugleich ermittelt, wie sich die Anzahl der komplexen Wurzeln bei dem Durchgange des Punktes v durch die Punkte b_1, b_2 ändert (wenn wir auf der Kurve $u =$ Konst. fortschreiten, indem wir v ändern). Infolge dessen ist uns die Anzahl komplexer Wurzeln bei den Formen (m), welche den Punkten der an den Bogen $b_1 b_2$ angrenzenden Abschnitte der Kurve $u =$ Konst. entsprechen, insoweit bekannt, als wir auf diesen Abschnitten entweder zu dem Punkte $v = \frac{5}{3}$ oder zu solchen Punkten gelangen, denen keine Form (m) mit reellen Koëfficienten entspricht; denn jene Anzahl kann sich nur dann ändern, wenn der Punkt v auf der Kurve $u =$ Konst. entweder durch den Punkt b_1 resp. b_2 oder durch den Punkt $\frac{5}{3}$ hindurchgeht.

Es ist jedoch leicht die Anzahl komplexer Wurzeln für die Nachbarschaft der Geraden $v = \frac{5}{3} + \varepsilon$ zu ermitteln.

Setzen wir $v = \frac{5}{3} + \varepsilon$, wo ε eine Zahl ist, welche wir später näher bestimmen werden. Dann sind λ, μ, ν durch die Ausdrücke gegeben

$$\lambda = -3\Delta\varepsilon, \qquad \mu = A\left(\tfrac{8}{3} + \varepsilon\right),$$

$$\nu = A^2\left(u - \frac{5}{9} - \frac{\varepsilon}{24}(52 + 21\varepsilon)\right).$$

Wählen wir ε so, daß folgende Ungleichheiten erfüllt sind

$$|\varepsilon| > 0, \qquad |\varepsilon| < \frac{8}{3}, \qquad \left|\frac{\varepsilon}{24}(52 + 21\varepsilon)\right| < \left|u - \frac{5}{9}\right|,$$

was immer möglich ist, wenn $u \gtrless \frac{5}{9}$. Dann haben λ, μ, ν die Vorzeichen der Zahlen

$$-A\varepsilon, \qquad A, \qquad A^2\left(u - \tfrac{5}{9}\right).$$

Punkten mit positivem Z entspricht ein negatives ε und umgekehrt; es gibt also in der Nachbarschaft der Geraden $v = \frac{5}{3}$, falls $\frac{5}{3}$ nicht zwischen b_1 und b_2 enthalten ist, in welchem Falle jede weitere Untersuchung entfällt:

1. Bei $Z>0$, $A>0$, $u-\frac{5}{9}>0$; 6 komplexe Wurzeln bei den Formen (m),
2. » $Z>0$, $A>0$, $u-\frac{5}{9}<0$; 2 » » » » » (m),
3. » $Z<0$, $A<0$, $u-\frac{5}{9}\gtrless 0$; 2 » » » » » (m),
4. » $Z>0$, $A<0$, $u-\frac{5}{9}>0$; 0 » » » » » (m),
5. » $Z>0$, $A<0$, $u-\frac{5}{9}<0$; 4 » » » » » (m),
6. » $Z<0$, $A>0$, $u-\frac{5}{9}\lesseqgtr 0$; 4 » » » » » (m).

Mit Ausnahme des Abschnittes $(c_4, -\infty)$, wenn $0 \leqq u < \frac{5}{9}$, resp. des Abschnittes $(c_2, -\infty)$, wenn $-\frac{16}{9} \leqq u < 0$, ist uns jetzt die Anzahl der komplexen Wurzeln bei den Formen (m), welche den einzelnen Punkten der Kurve $u =$ Konst. entsprechen, überall bekannt. Um auch für den Abschnitt $(c_4, -\infty)$ (resp. $[c_2, -\infty]$) diese Anzahl zu bestimmen, reicht es hin in den Ausdrücken für λ, μ, ν das v einer negativen Zahl von so großem absolutem Betrage gleich zu setzen, daß der Koëfficient der höchsten Potenz der Zahl v das Vorzeichen des entsprechenden Ausdruckes bestimme.

Dann haben λ, μ, ν die Vorzeichen der Zahlen

$$A, \quad -A, \quad -1$$

und entsprechen daher auf den erwähnten Abschnitten einzelnen Punkten die Formen (m) mit reellen Koëfficienten:

1. wenn A negativ ist, mit vier komplexen Wurzeln,
2. wenn A positiv ist, mit zwei komplexen Wurzeln.

Alle diese Resultate lassen sich folgenderweise sehr einfach ordnen und ausdrücken:

I. Sei $\Delta > 0$; (dann ist $A>0$ für $Z>0$, $A<0$ für $Z<0$) Alle Teile der Grenzfläche, insofern dieselben mit der Ebene $Z=0$ die Bereiche I und I' begrenzen, enthalten nur solche Punkte, welchen Formen (m) mit reellen Koëfficienten von zwei komplexen Wurzeln entsprechen.

Alle Teile der Grenzfläche,[8]) welche mit der Ebene $Z=0$ die Bereiche I_1, I_1', begrenzen, erhalten nur solche Punkte, welchen Formen (m) mit reellen Koëfficienten von sechs komplexen Wurzeln entsprechen.

II. Sei $\Delta < 0$; (dann ist $Z<0$ für $A>0$ und $Z>0$ für $A<0$) Alle Teile der Grenzfläche[8]), welche mit der Ebene $Z=0$ den Bereich II_1 begrenzen, enthalten einerseits nur Punkte, denen Formen (m) mit reellen Koëfficienten von lauter reellen Wurzeln entsprechen, andererseits Punkte, welchen überhaupt keine Formen (m) mit reellen Koëfficienten entsprechen.

---

[8]) Dabei müssen Punkte der Knotenlinie, der Berührungslinie und der Gerade $v=\frac{5}{3}$ ausgenommen werden.

Alle Teile der Grenzfläche[9]), welche mit der Ebene $Z=0$ die Bereiche II, II' begrenzen, enthalten einerseits nur Punkte, denen Formen (m) mit reellen Koëfficienten von vier komplexen Wurzeln entsprechen, andererseits Punkte, denen überhaupt keine Formen (m) mit reellen Koëfficienten entsprechen.

Die Anordnung der Resultate ist der Art, daß die einzelnen Bereichpaare resp. jeder einzelne Bereich $[(I, I'), (I_1, I_1'), (II, II'), (II_1)]$ von Punkten der Grenzfläche begrenzt sind, denen Formen (m) von bestimmter und immer derselben Anzahl komplexer Wurzeln entsprechen (abgesehen von gewissen Linien auf der Grenzfläche, nämlich der Berührungslinie der Knotenlinie und der Geraden $v=\frac{5}{3}$) und daß es auf der Grenzfläche sonst nirgends Punkte gibt, denen Formen von derselben Anzahl komplexer Wurzeln entsprechen würden.

Wir könnten freilich die Resultate auch anders ordnen und z. B. sagen, daß der Bereich II bei positivem A von Punkten der Grenzfläche begrenzt ist, denen teilweise Formen (m) von zwei komplexen Wurzeln, teilweise Formen von sechs komplexen Wurzeln entsprechen, allein diese Anordnung wäre weniger einfach und wie wir im folgenden Absatze erkennen, vollkommen nutzlos.

IV.

Da wir uns eine Anschauung vom Verlaufe der Grenzfläche verschafft und die Verteilung der Anzahl komplexer Wurzeln für die Formen (m) auf der Grenzfläche kennen gelernt haben, so ist die Aufgabe, die uns jetzt bevorsteht, nämlich die Bereiche im Raume anzugeben, deren Punkten Formen (m) sechsten Grades mit reellen Koëfficienten und mit bestimmter Anzahl komplexer Wurzeln entsprechen, sehr leicht. Wir benützen dabei folgenden Hilfssatz:

Wenn mehrere Paare Polynome von n Veränderlichen

$$\begin{array}{ll} \varphi_1(x_1, x_2, \ldots x_n), & \psi_1(x_1, x_2, \ldots x_n); \\ \varphi_2(x_1, x_2, \ldots x_n), & \psi_2(x_1, x_2, \ldots x_n); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

von solcher Eigenschaft gegeben sind, daß die Polynome eines Paares kein gemeinschaftliches von $x_1, x_2, \ldots x_n$ abhängiges Maß besitzen und wenn man die Veränderlichen von den Anfangswerten $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)} \ldots x_n^{(0)})$ bis zu den Endwerten $(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots x_n^{(1)})$ stetig ändert, so kann diese Änderung so eingerichtet werden, daß zwei Polynome in einem Paare nicht gleichzeitig verschwinden. Der Beweis dieses Satzes ist ganz leicht.

---

[9]) Dabei müssen Punkte der Knotenlinie, der Berührungslinie und der Geraden $v=\frac{5}{3}$ ausgenommen werden.

Mit Hilfe dieses Satzes zeigen wir zuerst, wie die Räume vom positiven Z mit Räumen vom negativen Z zusammenhängen. Aus dem Raume vom positiven Z übergeht man zum Raume vom negativen Z durch stetige Änderung der Wurzeln ohne Änderung der Anzahl komplexer Wurzeln und daher auch des Vorzeichens der Diskriminante, wenn bei dieser Änderung A durch Null zu Werten vom entgegengesetzten Vorzeichen übergeht. Der Übergang geschieht daher, im Hinblicke auf die Bedeutung der Zahlen X, Y, Z »durch unendlich entfernte Punkte des Raumes«. Nach dem Hilfssatze, können wir dann den Übergang immer so einrichten, daß dabei von den Invarianten

$$\text{(p)} \ldots\ldots \begin{matrix} A, & A^2 - 100\,B, & A^3 - 300\,AB + 250\,C, \\ \Delta, & (A^3 - 300\,AB + 250\,C)^2 - 5\,(A^2 - 100\,B)^3, \end{matrix}$$

nur die Invariante A Null wird. Bei diesem Übergange ändern aber Y, Z ihre Vorzeichen, der Punkt (X, Y, Z) erscheint also auf der anderen Seite der Ebene $Z = 0$ (und auch der Ebene $Y = 0$), aber auch auf der anderen Seite der Grenzfläche; denn wenn vor dem Übergange $P_1(X, Y, Z) > 0$, so ist nach dem Übergange $P_1(X, Y, Z) < 0$ und umgekehrt.

Da ist nun vor allem klar, daß auf diese Weise der Raum I mit dem Raume I' und der Raum I_1 mit dem Raume I_1' zusammenhängt. Es ist dies zuerst bei dem Übergange durch negative X klar, denn da gibt es nur die einzige Möglichkeit; aber auch für den Übergang durch positive X folgt dies leicht aus dem Umstande, daß Punkten in den Bereichen I_1 und I_1' für ein genug großes X bei der Invariante

$$(A^3 - 300\,AB + 250\,C)^2 - 5\,(A^2 - 100\,B)^3$$

ein negatives, den Bereichen I und I' aber ein positives Vorzeichen entspricht.[10])

Da aber das Vorzeichen dieser Invariante nach der Voraussetzung bei dem Übergange nicht geändert wird, so können die Bereiche I, I'; I_1, I_1' nur so zusammen hängen, wie oben erwähnt wurde. Daß endlich der Bereich II mit dem Bereiche II' zusammenhängt, ist unmittelbar evident, da es hier wieder nur die einzige Möglichkeit gibt.

Wir können daher die Bereiche I, I' und ähnlich die Bereiche I_1 und I_1' und II, II' für je einen einzigen ansehen und die Grenzfläche teilt also mit der Ebene $\Delta = 0$ den ganzen Raum in fünf Bereiche, nämlich

$$\text{(25)} \ldots\ldots (I, I'),\quad (I_1, I_1'),\quad (II, II'),\quad II_1,\quad III.$$

Aus dem Hilfssatze folgt weiter: Wenn irgend einer von diesen fünf Bereichen (25) vollkommen begrenzt ist durch die Ebene $Z = 0$ und

---

[10]) Sieh oben auf der Seite 9 die Anmerkung über den Verlauf der Berührungslinie und der Projektion der Rückkehrkurve auf die Ebene $Z = 0$.

den Teil der Grenzfläche, dessen Punkten bei bestimmtem Vorzeichen der Diskriminante Δ (von der Berührungslinie und der Knotenlinie abgesehen) Formen (m) von stets gleicher Anzahl komplexer Wurzeln entsprechen, so hat eine jede bei demselben Vorzeichen von Δ irgend einem Punkte innerhalb jenes Raumes entsprechende Form dieselbe Anzahl komplexer Wurzeln. Um dies zu beweisen, geben wir zu, daß irgend ein Bereich bei positivem Δ begrenzt wäre durch die Ebene $Z = 0$ und durch die Grenzfläche, deren Punkten (abgesehen von den oben erwähnten Linien) Formen (m) von zwei komplexen Wurzeln entsprechen und geben wir zu, daß es innerhalb dieses Bereiches einen Punkt gibt, welchem eine Form mit folgenden sechs Wurzeln entspricht:

$$\alpha_1 = p_1 + i q_1 , \qquad \alpha_2 = p_1 - i q_1 , \qquad \alpha_3 = p_2 + i q_2 ,$$
$$\alpha_4 = p_2 - i q_2 , \qquad \alpha_5 = p_3 + i q_3 , \qquad \alpha_6 = p_3 - i q_3 .$$

Dann können wir durch stetige Änderung der sechs reellen Zahlen $p_1, q_1, \ldots$ von diesem Zahlensysteme zu jedem beliebigen Systeme von 6 reellen Zahlen übergehen, denen ebenfalls sechs komplexe Werte zugehören und die entsprechenden absoluten Invarianten X, Y, Z können Werte erlangen, welche zu einer beliebigen Form sechsten Grades von sechs komplexen Wurzeln gehören z. B. zur Form von der Gestalt (m), die bei positivem Δ einem Punkte m entspricht, welcher auf der Begrenzung eines anderen Bereiches liegen soll, als von dem wir ausgehen, dessen Lage aber sonst beliebig ist. Solche Punkte existieren nach dem Absatze (III) gewiß und erfüllen ganze Partien der Grenzfläche.

Dabei ändern sich die absoluten Invarianten X, Y, Z stetig, den Fall ausgenommen, wenn A durch 0 hindurchgeht, wo wir nach dem Hilfssatze voraussetzen wollen, daß keine von den übrigen Invarianten (p) gleichzeitig 0 wird, so daß dann, wenn A durch 0 hindurchgeht, der Punkt $X, Y, Z,$ den Bereich, in welchem er sich eben befindet, nicht ändert. Damit aber der Punkt X, Y, Z zum Punkte m der Grenzfläche gelangen könnte, muß er im Laufe der Änderung jenen Bereich verlassen, in welchem er ursprünglich war, und welcher von Punkten begrenzt ist, denen Formen (m) von zwei komplexen Wurzeln entsprechen, und muß in denjenigen Bereich eindringen, welcher durch einen Teil der Grenzfläche umgrenzt ist, auf welcher es Punkte gibt, denen Formen (m) von sechs komplexen Wurzeln entsprechen. Diese stetige Änderung der Zahlen $p_1, q_1 \ldots$ können wir aber nach dem Hilfssatze so vornehmen, daß die vom Punkte X, Y, Z beschriebene Kurve gewisse Linien (welche durch das Verschwinden von zwei Polynomen in den Invarianten ohne gemeinschaftliches Maß charakterisiert sind), nicht durchschneidet. Wir setzen fest, daß die durch den Punkt X, Y, Z beschriebene Linie die Berührungslinie und die Knotenlinie nicht schneiden soll. Ein solcher Übergang ist aber unmöglich, denn die Bereiche, in welche es möglich ist bei bestimmtem

Vorzeichen von Δ aus dem ursprünglichen Bereiche (mit Bezug auf die Bedingungen (4)) einzudringen, hängen nur nach diesen Linien zusammen.

Dasselbe tritt ein, wenn nur ein Teil der den gegebenen Bereich begrenzenden Grenzfläche Punkte enthält, denen bei gegebenem Vorzeichen von Δ Formen (m) von bestimmter Anzahl α komplexer Wurzeln entsprechen und wenn der übrige Teil der Grenzfläche (von der Knotenlinie und der Berührungslinie abgesehen), insofern dieselbe jenen Bereich begrenzt, Punkte enthält, denen keine Formen (m) mit reellen Koëfficienten entsprechen, und wenn der Rest der Grenzfläche, welcher den gegebenen Bereich nicht begrenzt, keine Punkte mehr enthält, denen bei gegebenem Vorzeichen Δ α komplexe Wurzeln gehören würden. Auch dann kann der gegebene Bereich nur Punkte enthalten, denen Formen von derselben Anzahl α komplexer Wurzeln entsprechen.

Ebenso folgen die Sätze: Wenn irgend einer von den Bereichen (25) begrenzt ist durch die Ebene $Z = 0$ und einen Teil der Grenzfläche, welcher auf einigen seinen Partien Punkte enthält, denen bei gegebenem Vorzeichen Δ eine bestimmte Anzahl komplexer Wurzeln entspricht, auf anderen Partien aber (abgesehen von der Knotenlinie und der Berührungslinie) Punkte hat, denen bei demselben Vorzeichen von Δ eine andere Anzahl komplexer Wurzeln der Formen (m) entspricht, so kann es innerhalb jenes Bereiches keine Punkte geben, denen bei gegebenem Vorzeichen der Diskriminante Δ reelle Formen sechsten Grades entsprechen würden.

Punkten des Bereiches *III* können bei keinem Vorzeichen der Zahl Δ Formen sechsten Grades mit reellen Koëfficienten entsprechen.

Auf Grundlage dieser und der im III. Absatze angeführten Sätze kann man eindeutig entscheiden, wie viel komplexe Wurzeln einzelnen Punkten im Raume entsprechen können. Wir haben nun folgende Resultate für Formen sechsten Grades mit reellen Koëfficienten:

I. $\Delta > 0$. *Punkten im Bereiche (I, I') können nur Formen von zwei komplexen Wurzeln entsprechen.*

Punkten im Bereiche (I_1, I_1') können nur Formen von sechs komplexen Wurzeln entsprechen.

II. $\Delta < 0$. *Punkten im Bereiche (II, II') können nur Formen von vier komplexen Wurzeln entsprechen.*

Punkten im Bereiche II_1 können nur Formen zugehören, welche keine komplexe Wurzel haben.

Da aber durch diese Bereiche und durch den Bereich *III.* der ganze Raum erschöpft ist, so können wir, wenn für die reelle Form sechsten Grades drei absolute Invarianten X, Y, Z gegeben sind, auf Grund der vorangehenden Resultate eindeutig feststellen, wie viel komplexe Wurzeln jene Form hat, den Fall ausgenommen, daß der zu X, Y, Z zugehörige

Punkt auf der Berührungslinie oder auf der Knotenlinie liegt. Für Formen, welche Punkten auf der Knotenlinie zugehören, ist es überhaupt unmöglich unsere Aufgabe zu entscheiden; denn da entsprechen demselben Invariantensysteme A, B, C, Δ zwei Formen mit verschiedener Anzahl komplexer Wurzeln.

Dabei ist beachtenswert, wenn uns der Verlauf der Grenzfläche und die Lage der zu Formen (m) von verschiedener Anzahl komplexer Wurzeln gehörigen Punkte auf der Grenzfläche bekannt war, daß wir entscheiden konnten, innerhalb welcher Bereiche es Punkte gibt, welche reellen Formen sechsten Grades entsprechen, und daß es nicht nötig war zu untersuchen, ob für diese Punkte die Bedingung (4) erfüllt ist.

V.

Es bleibt nur noch übrig, einzelne Bereiche $(I, I') \ldots$ so zu charakterisieren, daß wir, wenn die Werte der Invarianten A, B, C, Δ gegeben sind, immer entscheiden können, wie viel komplexe Wurzeln die zugehörige reelle Form hat.

Leicht ist es für $\Delta > 0$. Der Bereich (I_1, I_1') hat sämtlich positive X und wenn $A > 0$, so liegen auch diejenigen zu reellen Formen gehörigen Punkte in demselben, für welche $Y > 0$ und außerdem auch noch Punkte, für welche $Y^2 - 5X^3 < 0$; ist aber $A < 0$, so liegen in jenem Bereiche jene Punkte, für welche $X > \frac{20}{9}$ und $Y^2 - 5X^3 < 0$.

Es haben also reelle Formen, für welche entweder die Bedingungen

$$A > 0, \quad A^2 - 100B > 0, \quad A^3 - 300AB + 250C > 0, \quad \Delta > 0;$$

oder die Bedingungen

$$A \geqq 0, \quad A^2 - 100B > 0, \quad -(A^3 - 300AB + 250C)^2 + 5(A^2 - 100B)^3 > 0, \; \Delta > 0;$$

oder endlich die Bedingungen

$$A < 0 \quad A^2 - 100B > \tfrac{20}{9}A^2, \quad -(A^3 - 300AB + 250C) + 5(A^2 - 100B)^3 > 0, \quad \Delta > 0$$

erfüllt sind, sechs komplexe Wurzeln.

Reelle Formen aber mit positivem Δ, für welche keine von diesen drei Reihen der Bedingungen erfüllt ist, haben immer zwei komplexe Wurzeln.

Weniger einfach ist es für $\Delta < 0$ den Bereich (II, II') vom II_1 abzusondern. Wenn $\frac{20}{9} > X > \frac{16}{45}$, kann dies mit Hilfe rationaler Ausdrücke folgenderweise durchgeführt werden.

Die Gerade, welche durch beide Knotenpunkte (beziehnungsweise durch isolierte Doppelpunkte) der Kurve $u =$ Konst. hindurchgeht, hat

wie wir durch eine einfache Rechnung erkennen, die Gleichung

$$(9X-4)\,Y-8\,Z+3\,X^2=0\,,\qquad X=\text{Konst.}$$

Diese Gerade durchschneidet nun die Kurve $u=$ Konst. noch in einem Punkte, dessen Parameter v von u unabhängig ist; $v=\frac{2}{3}$. Dieser Punkt liegt also immer auf der Kurve $u=$ Konst. zwischen den Punkten a_1, a_2. Im Teile des Raumes, wo $Z>0$, geht unsere Gerade durch den Bereich I_1 beziehungsweise III hindurch und dringt erst hinter dem Punkte $u=$ Konst., $v=\frac{2}{3}$ in den Bereich II ein, wenn wir das oben vorausgesetzte Intervall für X im Sinne haben.

Der Durchschnittspunkt $v=\frac{2}{3}$ fällt nämlich mit dem Punkte b_1 zusammen, wenn

$$\tfrac{2}{3}=\tfrac{1}{2}\sqrt{5\,u}\,,\quad u=\tfrac{16}{45}\,;$$

also in der Ebene $X=\frac{16}{45}$ und ist daher für $\frac{20}{9}>X>\frac{16}{45}$ fortwährend auf dem Bogen $b_1\,a_2$.

Es sind daher für den Bereich II_1 in dem Intervalle $\frac{20}{9}\geqq X\geqq\frac{16}{45}$ olgende Ungleicheiten erfüllt:

$$\text{(p)}\ .\ \tfrac{20}{9}\geqq X\geqq\tfrac{16}{45},\ (9X-4)\,Y-8\,Z+3\,X^2>0,\ Y^2-5\,X^3<0,\ Z>0.$$

Wenn $0<X<\frac{16}{45}$, so ziehen wir durch den Punkt $c_2\equiv c_3$ in der Ebene $X=$ Konst. eine parallele Gerade mit der Ebene $Z=0$; diese Parallele schneidet die Kurve $u=$ Konst. in fünf reellen Punkten und zwar in den Punkten c_2, c_3, in einem Punkte des Bogens $\infty\,a_1$, in einem Punkte des Bogens $b_2-\infty$, und in einem Punkte des Bogens $b_1\,a_2$ und es geht jener Teil der Geraden, um welche es sich handelt, wieder durch die Bereiche I_1 und III.

Für den Bereich II_1 sind in dem Intervalle $0<X<\frac{16}{45}$ diese Ungleichheiten erfüllt

$$\text{(q)}\ .\ .\ \tfrac{16}{45}\geqq X>0\,,\quad 0<Z<\tfrac{1}{4}\,\tau_1^3\,(5-3\,\tau_1)^2\,,\quad Y^2-5\,X^3<0.$$

wo τ_1 eine Wurzel der quadratischen Gleichung

$$\tau^2-2\,\tau+X=0$$

ist und zwischen 0 und 1 liegt.

Wenn $\Delta<0$, so haben also reelle Formen, für deren absolute Invarianten die Ungleichheiten (p) oder (q) gelten, alle Wurzeln reell. Wenn weder die Ungleichheiten (p) noch (q) erfüllt sind, so hat jene Form für $Z\gtrless 0$ immer vier komplexe Wurzeln, den Fall ausgenommen, wenn der Punkt X, Y, Z auf der Knotenlinie liegt; dann können die Werte der Invarianten über die Realität der Wurzeln nicht entscheiden. Dieser Fall tritt bei reellen Formen für $\Delta<0$ ein, wenn entweder die Ungleich-

heiten (p) oder (q) insoweit erfüllt sind, als in dem Intervalle $\frac{20}{9} \geqq X \geqq \frac{16}{15}$

$$(9X - 4)\,Y - 8\,Z + 3\,X^2 = 0\,,$$

in dem Intervalle $\frac{16}{15} \geqq X > 0$

$$Z = \tfrac{1}{4}\,\tau_1^3\,(5 - 3\,\tau_1)^2\,.$$

Im Vorangehenden sind alle möglichen Fälle bei reellen Formen erschöpft, bei denen $\Delta \gtrless 0$. Der Vollständigkeit halber soll noch die Anzahl der komplexen Wurzeln angegeben werden, wenn $\Delta = 0$. Da folgt aber aus der wechselseitigen Lage einzelner Bereiche (I, I') . . . durch eine einfache Erwägung alsogleich, wenn

$$Y^2 - 5\,X^3 > 0, \qquad \Delta = 0,$$

daß vier Wurzeln komplex sind; wenn aber

$$Y^2 - 5\,X^3 < 0, \qquad \Delta = 0,$$

daß es zwei komplexe Wurzeln gibt, den Fall ausgenommen, wo zugleich

$$A < 0, \qquad X < \tfrac{20}{9};$$

in diesem Falle sind alle Wurzeln reell.

Ähnlich kann man fast unmittelbar die Anzahl der komplexen Wurzeln bei solchen Formen angeben, bei denen zugleich $\Delta = 0$, $Y^2 - 5\,X^3 = 0$.

Ein Beitrag zur Kenntnis der Neuropteroiden-Fauna von Croatien-Slavonien und der Nachbarländer.

Von

Prof. Fr. Klapálek.

Vorgelegt am 11. Mai 1906.

Dieser Beitrag schließt sich an das Verzeichnis der ungarischen Neuropteroiden an, welches Herr Custos Alex. Mocsáry in Fauna Regni Hungariae. Budapest 1899 gegeben hat, und ergänzt teilweise auch meinen Aufsatz: Beiträge zur Kenntnis der Trichopteren- und Neuropterenfauna von Bosnien und Hercegovina in Wiss. Mitth. aus Bosnien und Herceg. 1900.

Das nötige Material bot mir die Sammlung des H. Dr. A. Hensch in Krapina und des Nationalen Croatischen Museums in Agram, welche mir von Herrn Direktor Prof. Dr. A. Langhoffer freundlichst behufs Determination übersandt worden war. In dem Bewusstsein, daß die Kenntnis von Neuropteroiden des Süd- und besonders Südost-Europa sehr unvollständig ist, habe ich, als in dem, mir anvertrauten Materiale eine Reihe von interessanten Arten sich vorfand, nicht gezögert diesen Beitrag zu verfassen und unser Wissen bedeutend zu erweitern. Eine besondere Erwähnung verdient das Neuentdecken des *Isogenus ventralis* (*Dictyogenus*) Pict und *Chloroperla affinis* Pict, von denen die erste Art aus der Balkanhalbinsel, die andere aus Portugal beschrieben worden ist, und seit Pictet's Zeiten mit Sicherheit nicht bekannt war. Ich erlaube mir diesem Beitrage Bemerkungen über interessante Arten und Beschreibungen von neuen Arten, die ich in böhmischer Sprache in: Zpráva o výsledcích cesty do Transsylvanských Alp a Vysokých Tater. Věst. Čes. Akad. Roč. XIII., gegeben habe, beizufügen. Die hier nicht angeführten Arten sind aus dem böhm. Originale dieser Abhandlung (Příspěvek ke znalosti fauny Neuropteroid Chorvatska, Slavonska i zemí sousedních) leicht zu ersehen.

I. Trichoptera.

Neuronia clathrata Kol. Karlstadt 20. V. 93 (1 ♂), Dr. Hensch; Agram 16. V. 00, Lužnica 2. VI. 00 (Mus. Agram). Diese sonst seltene Art scheint im Süden Österreichs häufiger zu sein; ich habe sie auch aus Bosnien erhalten.

Colpotaulius incisus Curt. R. Palotu 24. VIII. 91. (1 ♂, 1 ♀). Dr. Hensch.

Stenophylax dubius St. Agram 22. IX. 98 1 ♀ (Mus. Agram). Der südlichste, bisher bekannte Fundort der immer nur sporadisch vorkommenden Art.

— *mitis* Mc Lach. Bělo Brdo (Bosn. merid. Dr. Hensch) ein sehr auffallend grosses Weibchen. (Die Länge der Vorderflügel 20 *mm*).

Mesophylax aspersus Rmb. Trient (Süd-Tirol) 1 ♀. Flügelspannung 36 *mm*. Die Adern, die apicalen Äste nicht ausgenommen, nur schwach punktiert.

Chaetopteryx obscurata Mc Lach. Kesmark 7. X. (1 ♀) (Dr. Hensch). Stimmt in der Farbe eher mit Ch. fusca überein, ja die Farbe der Taster ist sogar noch heller, rötlich gelbbraun, aber die Form der äußeren Genitalien gleicht derjenigen der Ch. obscurata, nur die Seitenlobi der Subgenitalplatte sind gegeneinander geneigt und nicht parallel.

Chaetopteryx rugulosa Kolti. Krapina 8. XI. (1 ♂, 1 ♀) (Dr. Hensch.).

— *major* Mc Lach. Sljeme 23. X. 98. 1 ♂ (Mus. Agram.).

Lithax obscurus Hg. Jasenak 16. V. 04. (Mus. Agram.) 2 sehr beschädigte ♂♂. Ich war sehr überrascht diese Art, welche mir aus Autopsie bisher unbekannt war, in dem Materiale zu finden.

Mystacides longicornis L. Budapest 2. VIII. ein auffallend gelbes Weibchen, welches nur undeutliche Querstreifen zeigt; Ruma 30. VIII. 04 ein sehr kleines ♂. (Dr. Hensch.)

Rhyacophila Meyeri Mc Lach. Eine Varietät, deren dorsaler Fortsatz kürzer als bei dem Typus, anfangs einfach, dann aber gabelig gespalten ist. Goetzenberg 3. VIII. 2 ♂.

Synagapetus ater n. sp. Der ganze Körper samt den Fühlern schwarz nur die Beine braun mit schwarzbraunen Hüften; auch die Schienen sind

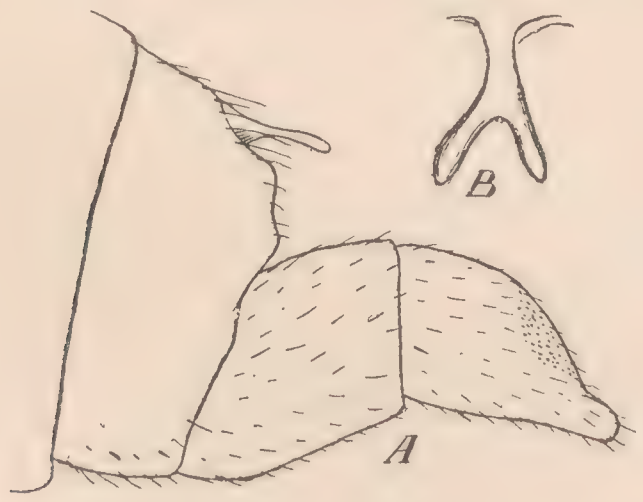


Fig. 1. *Rh. Meyeri* Mc. L. var. *A.* ♂ Hinterleibsende in der Seitenansicht. *B.* Dorsaler Fortsatz von oben.

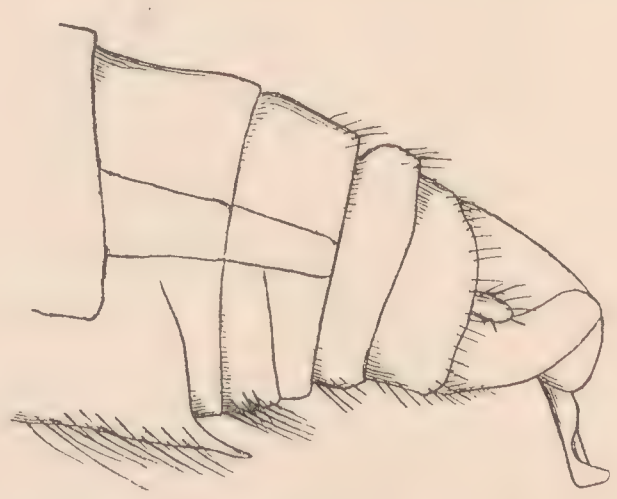


Fig. 2. *Synagapetus ater* n. sp. ♂ Hinterleibsende in der Seitenansicht.

etwas schwärzlich. Flügel nur schwach irisierend, haben eine rauchbraune Membran und sind mit dichten Härchen besetzt, welche im frischen Zustande vollkommen schwarz sind, später etwas bräunlich werden. Die Mittelschienen und Mittelfüße des ♀ deutlich erweitert.

Beim ♂ ist der Fortsatz des VI. Ventralringes breit schüsselartig, hellbraun und außen mit langen Borsten besetzt; der VII. Ring zeigt eine deutliche falsche Sutur, aber bildet keinen Fortsatz und ist auf der Bauchseite ebenfalls mit langen Haaren besetzt. Der IX. Ring ist vollkommen geschlossen und auf der Rückenseite ausgeschnitten. Genitalfüße sind fast parallelseitig, an der Spitze stumpf zugeschnitten; in der Ansicht von unten erscheinen sie etwas sichelartig gebogen. Die präanalen Fortsätze sind länglich, an der Spitze verdickt und mit langen Borsten besetzt. Der X. (anale) Ring bildet eine deutliche, lange, dünnwandige Scheide, welche die Rute deckt, auf der Rückenseite tief ausgeschnitten, auf der Bauchseite vollkommen geschlitzt ist. Rute dünn, an der Spitze rinnenartig und in zwei kleine Öhrchen verlängert.

Das ♀ erinnert durch die Bildung der Hinterleibsspitze an den Agapetus. Auf dem V. Bauchringe ist eine falsche Sutur deutlich sichtbar,

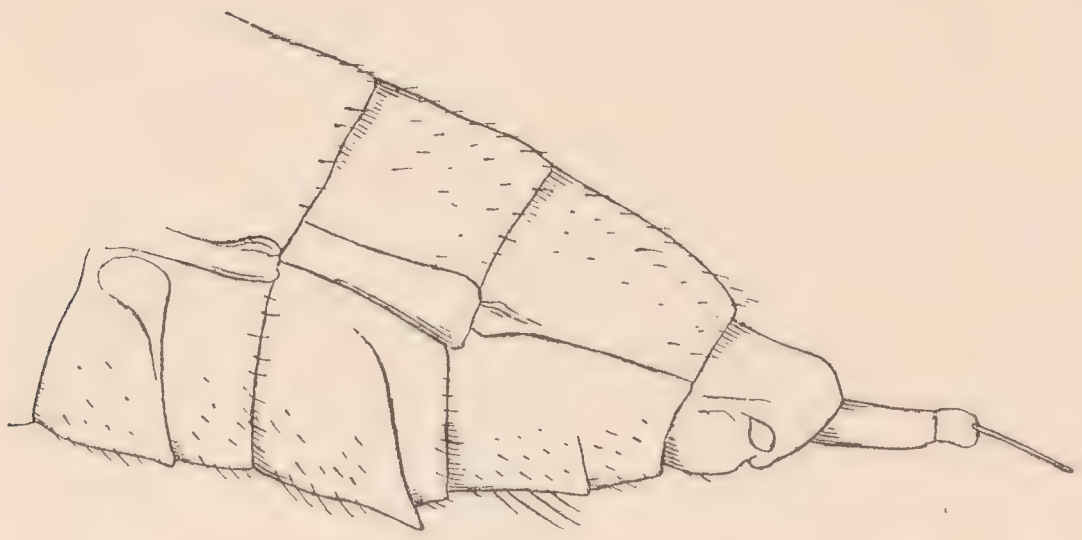


Fig. 3. *Synagapetus ater* n. sp. ♀ Hinterleibsende in der Seitenansicht.

welche in einer Paukenhöhle endet; auf dem VI. Bauchringe ist diese falsche Sutur noch viel stärker und steht als eine scharfe Leiste ab. Auf dem VII. Bauchringe ist die falsche Sutur nur schwach angedeutet, dafür trägt sie aber stärkere und längere Borsten. Das VIII. schief kegelartige Segment trägt auf der Bauchseite die schwach abstehende Subgenitalplatte; zwischen derselben und dem übrigen Teile des Ringes können wir auf trockenen Stücken von der Seite ein kleines Loch bemerken. Die übrigen Ringe bilden die cylindrische anale Partie, welche an der Spitze zwei dünne, wahrscheinlich zweigliedrige Cerci trägt.

Flügelspannung 10—11 *mm*; die ♀♀ etwas grösser als die ♂♂.

Diese Art war sehr häufig an dem kleinen unter dem Buczecz fliessenden Bache (24. VII.). Ein ♂ und ♀ fand ich am Lauterbache und im Rotenturmpasse am 27. VII.

Durch die schwarze Färbung, die schwache Iridescenz der Flügel und die ziemlich einfachen Genitalanhänge des ♂ lässt sich S. ater von übrigen Arten sehr leicht unterscheiden.

II. Mecoptera.

Panorpa pura n. sp. Kopf, Pro-, Meso- und Metanotum schwarz Meso- und Metanotum auf dem Schildchen mit undeutlicher, rötlicher Zeichnung, Rüssel rötlich gelbbraun, gegen die Spitze zu etwas dunkler, mit undeutlichen Längsstreifen. Fühler schwarzbraun, Brust und Beine gelbbraun, Füße gegen die Spitze zu dunkler. Auf dem Hinterleibe sind die 6 ersten Segmente schwarz mit gelbbrauner Seitenlinie auf den vorderen fünf Ringen; die Hinterleibsspitze vom 7. Segmente angefangen ist rötlich gelbbraun. Flügel sind schwach gelblich mit starken braunen Adern, und mit kaum kenntlichem Pterostigma; sie entbehren jeder Zeichnung, nur am Vorderrande und Hinterrande des Pterostigma ist ein kleiner Fleck. Die Subcosta mündet in die Costa etwa in der Flügelmitte.

Beim ♂ ist der 3. Ring ähnlich wie bei P. germanica auf dem Rücken am Hinterrande in einen kurzen beborsteten Fortsatz verlängert. Der 6. Ring ist nach hinten mäßig verschmälert und etwas schief abgeschnitten; der 7. Ring ist deutlich verkehrt kegelförmig sowie auch der achte, welcher aber hinten deutlich schief abgestutzt ist. Forceps in der Seitenansicht stark gewölbt, von vorne gesehen breit eiförmig. Die Äste der Gabel des IX. Ringes breit, flach an der Spitze abgestumpft und das Ende des ersten Forcepsgliedes nicht erreichend; die Farbe der Gabel ist dieselbe wie des ganzen Forceps, nur die Spitze ist etwas dunkler. Auf dem Rücken ist der IX. Ring verlängert und ähnlich wie bei P. alpina ausgeschnitten, es scheint aber dieser Ausschnitt etwas seichter zu sein. Titillatoren sind lang schmal einfach, aber divergieren nicht bogenförmig wie bei P. alpina sondern ragen parallel neben einander gerade nach hinten. Flügelspannung 24 *mm*. Das ♀ unbekannt.

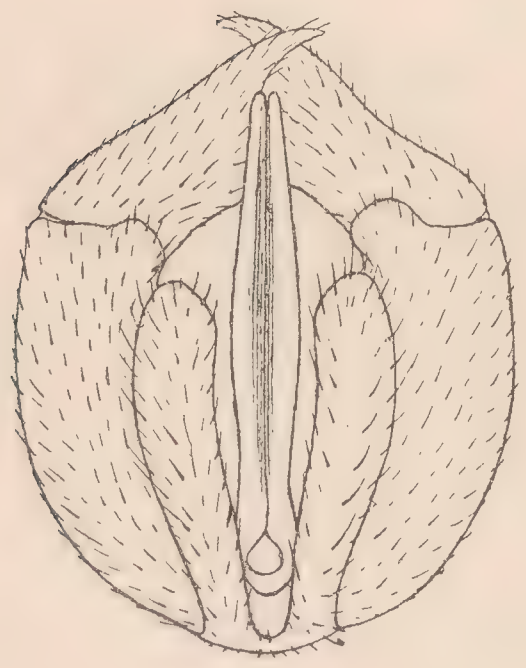


Fig. 4. *Panorpa pura* n. sp. Forceps von unten.

Diese Art steht sicher sehr nahe der P. alpina, von welcher sie sich besonders durch die breiten und kürzeren Äste der Gabel unterscheidet. Die makellosen Flügel bieten ein gutes Merkmal für den ersten Blick.

Ein einziges Stück habe ich auf einer nassen Wiese unter dem Buczecz etwa in der Höhe von 1050 *m* am 24. VII. gefunden.

III. Ephemerida.

Oligoneuria rhenana Imh. Uvac 20. VIII. 89.

Polymitarcys virgo Ol. Ruma. Slavonien 25. VIII. u. 1. IX.

Ephemera glaucops Pict. Uvac, Bosnia. 1 ♂, welches im ganzen mit der Beschreibung übereinstimmt, doch auf dem Abdomen viel heller schwach gelblich ist mit rotbraunen Strichen.

Potamanthus luteus L. Ruma. Budapest 8. V. Die Stücke sind bedeutend größer als die Exemplare meiner Sammlung; die Länge der Vorderflügel beim ♂ 12—13·5 *mm*, beim ♀ Subimago 16 *mm*.

? Leptophlebia submarginata St. Ruma 1 ♂, und Karlstadt 28. V. 93 1 ♂. Sehr kleine Stücke, welche in der Form der Rute und der Gonopoden mit L. submarginata übereinstimmen, aber deren mittlere Bauchsegmente durchscheinend weiß sind mit rotbraunen Ganglien; auch der vordere Teil der mittleren Rückensegmente ist durchscheinend weiß. Die Schwanzborsten sind weiß, nicht geringelt. Nervatur viel feiner als bei den typischen Stücken. Die Länge der Vorderflügel 7 *mm*. Es ist sehr wahrscheinlich, daß wir hier mit einer neuen Art zu tun haben. In meiner Sammlung befindet sich ein ähnliches Exemplar, welches ich in Rogatica in Bosnien gesammelt habe, aber seine Schwanzborsten sind bräunlich geringelt und die Farbe des Bauches ist nicht so weiß.

Caenis robusta Eat. Ruma. Die Länge der Vorderflügel beim ♀ 5 *mm*, aber ein ♀ (12. IX.) ist viel kleiner (3 *mm* Vorderflügellänge).

Baëtis binoculatus L. Karlstadt 1 ♀.

Cloëon dipterum L. Krapina, ein ♀ Subimago, dessen Nervatur mit den typischen Stücken übereinstimmt mit Ausnahme der Querader unterhalb des Radius in der 1. Reihe hinter der Mitte, deren Entfernung von der nächstfolgenden Querader dieser Reihe größer ist als ihre Länge die Punkte auf den Schenkeln deutlich. — Krapina 7·98 2 ♀, deren Costalstreifen nur schwach gefärbt, Nervatur typisch und die Punkte auf den Schenkeln deutlich sind. — Ruma 1 ♂, dessen subradiale Querader mit den übrigen eine Reihe bildet; die Länge der Vorderflügel kaum 6 *mm* ein ♀, dessen Körper und der Costalstreifen braun, die Nervatur typisch und die Punkte auf den Schenkeln schwach angedeutet sind. — Buda 25. VIII. 91. 1 ♀, die Nervatur typisch, aber die Punkte auf den Schenkeln fehlend.

Cloëon rufulum Müller. Budapest 25. VIII. 91 1 ♂. Die subradiale Querader etwas nach vorne verschoben, die Nervatur schwach, die Punkte auf den Schenkeln kaum angedeutet, Cerci nur in dem unteren Drittel mit sehr entfernten, schmalen schwarzen Ringen.

Rhitrogena Henschii n. sp. Körper glänzend, dunkel kastanienbraun mit ganz schwachem rötlichen Anfluge, an den Brustseiten mit unregelmäßiger, etwas helleren Zeichnung; auch die Bauchseite des Hinterleibes ist heller. Vorderbeine braun, Schenkel mit einem großen, schwarzbraunen

Makel in der Mitte und einem Punkte am Ende; die Schienenspitze ist ebenfalls schwarz. Von den hinteren vier Beinen ist leider nur das eine vom mittleren Paare erhalten; dasselbe ist hell, gelb ohne den Makel in der Mitte des Schenkels. Flügel wasserklar, mit einer sehr feinen Nervatur, von welcher nur die drei ersten Längsadern etwas stärker sind. Die Schwarzborsten einfärbig braun, nicht geringelt, am Grunde dunkler, gegen die Spitze zu heller. Die Genitalfüße mit der Bauchfläche gleichfärbig. Die Äste der Rute einfach, dreikantig, an der Spitze etwas erweitert und abgestutzt.

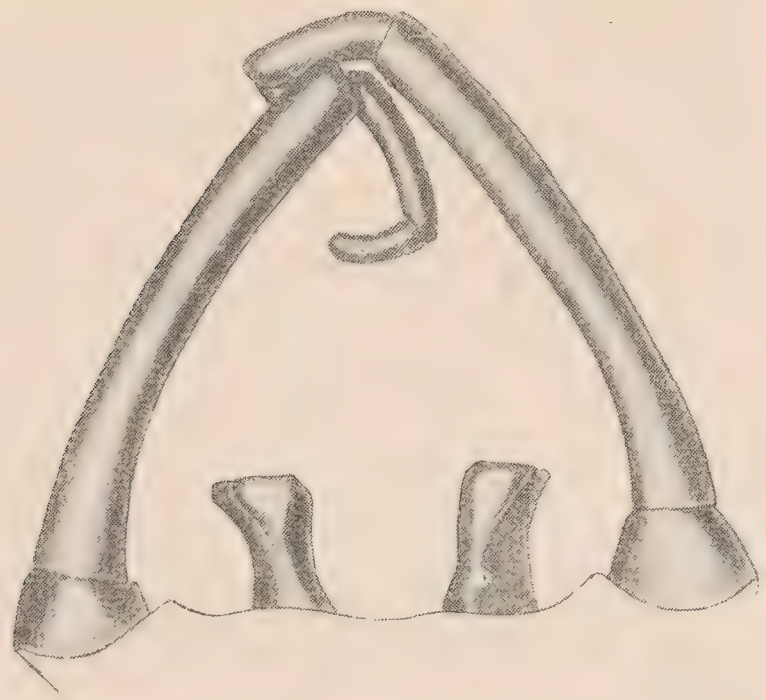


Fig. 5. *Rhitrogena Henschii* n. sp. Die ♂ Gonopoden und Penis von unten.

Die Länge der Vorderflügel 9 *mm*.
Kesmark 5. VIII. 91.

Dem ganzen Äußeren nach gehört diese Art in die alpestris-Gruppe, aber die Form der Rute weist auf die semicolorata hin. Ich nehme mir die Freiheit sie nach dem H. Dr. Hensch, welcher sie gesammelt hat, zu benennen.

Rhitrogena germanica Eat. Uvac 20. V. 89 1 ♂. Das Exemplar stimmt mit der von Eaton gegebenen Beschreibung überein und doch zeigen die hyalinen Flügel ein sehr auffallendes Merkmal, dessen der Autor keine Erwähnung macht; es sind nämlich die Queradern in dem vorderen Teile der Flügel schmal kastanienbraun gesäumt, wodurch sie sehr stark vortreten. Der X. Dorsalbogen ist gelbbraun mit zwei kastanienbraunen Makeln. Die Form der Rute, so weit man nach der Abbildung urteilen kann, ist diejenige der Rh. germanica. Die Länge der Vorderflügel 13 *mm*.

Ecdyurus lateralis Ct. Krapina 25. IV. Die Form der Rute und die Farbe zeigt keinen Unterschied, aber der ganze Körper ist größer und die Nervatur ist demnach stärker und großmaschiger. Die Flügelspannung des ♂ 25 *mm*, des ♀ 33 *mm*. — Ruma 1 ♂, welches mit den Stücken aus Krapina übereinstimmt.

IV. Neuroptera.

Hemerobius striatellus n. sp. Diese Art gehört ohne Zweifel in die elegans Gruppe, aber ist von der genannten Art wesentlich verschieden. Der Kopf und das Pronotum sind einfärbig, glänzend schwarzbraun, fast schwarz, Meso- und Metanotum sind etwas heller, der Hinterleib ist braun, am Grunde etwas rötlich. Fühler sind schwarz, aber die zwei ersten Glieder sind gelbbraun; auch die Wurzel einiger von den

nächstfolgenden Gliedern ist manchmal gelbbraun. Taster schwarzbraun, Beine, mit Ausnahme von dunkelbraunen Hüften und fast schwarzen letzten Fußgliede, hell gelbbraun, vom übrigen Körper deutlich abstechend. Die Nervatur derjenigen von H. elegans sehr ähnlich, aber die apikalen Queradern sind nicht so regelmäßig gepaart, besonders die hinteren zwei. In der Mittelreihe ist die erste Querader ebenfalls von den übrigen vier durch zwei Zellen getrennt, aber diese vier Queradern sind bei allen mir vorliegenden Stücken sehr regelmäßig, obwohl schwach stufenartig und zwar so, daß die erste von ihnen am meisten nach außen verschoben ist; bei H. elegans liegt diese Ader im Gegenteil am weitesten nach innen gegen den Grund des Flügels zu. Den auffallendsten Unterschied bildet die Zeichnung. Bei striatellus sind alle Längsadern gänzlich einfärbig, schwarzbraun und die Membran ist zwischen denselben so punktiert, daß die Punkte fast nirgends mit den Adern selbst in Berührung kommen; gegen den Grund des Flügels zu fließen diese Punkte zusammen und bilden in der Mitte der Zellen sich ziehende Längstreifen. Die Queradern sind auffallend und dunkler gesäumt. Bei elegans ist die dunkle Farbe der Längsader durch helle Makeln unterbrochen, und die dunklen Flecke haben die Form von verwaschenen kleinen Wischen, die von der Ader flügelartig auf beide Seiten ausgehen. Längs des hinteren Flügelrandes zieht sich ein dunklerer Saum welcher auf den Hinterflügeln durch hellere Partien unterbrochen ist.

Die Unterschiede von dem H. elegans sind also so auffallend, daß man schon nach der äußeren Erscheinung beide Arten leicht unterscheiden kann. Auch von H. parvulus Rmbr., mit welchem unsere Art in einigen Merkmalen übereinstimmt und welcher mir aus Autopsie nicht bekannt ist, unterscheidet sich dieselbe wesentlich. Rambur macht keine Erwähnung davon, daß erste zwei Fühlerglieder hell sind; nebstdem ist der Scheitel nicht rötlich, Pronotum hat keine helle Mittellinie, in der apikalen Querreihe sind 4 Queradern (nicht 3 wie bei der Ramburschen Art) und was besonders wichtig ist, sind die Adern nicht punktiert.

Flügelspannung 10—12 *mm.*

Ich habe die Art auf meiner Reise nach Siebenbürgen gesammelt, am Schuler 20. VII., im Rotenturmpasse am Kaiserbrunnen und an der Aluta. 27. VII. In der Sammlung von H. Dr. Hensch ist ein ♀ aus Ruma.

Dilar turcicus Hg. Domanovič 28. VI. 88. 1 ♀.

Mantispa styriaca Pallas. Uvac 14. VIII. 89 (ein typisches Stück). Domanovič 28. VI. 88. Die Exemplare des letzteren Fundortes stimmen in der Fühlerlänge und der Form des Pronotum mit der M. styriaca überein, aber die Farbe ist hell, gelb. Vorne auf dem Halsschilde ist ein violettbrauner, brillenförmiger Makel, von welchem sich jederseits ein Längsstreifen nach hinten zieht. Auf dem Hinterleibe ist der Rückenstreifen in eine Reihe von keilförmigen, schmalen, nach vorne zugespitzten Makeln geteilt. Die Bauchringe sind violettbraun, jederseits mit gelbem

Flecke. Die Innenseite der Vorderschenkel ist violettbraun, in der Mitte durch einen gelben Querstreifen geziert. Das Subcostalfeld ist gelb, an der Spitze tritt die Farbe stärker vor, aber ist kaum dunkler.

V. Plecoptera.

Dictyopteryx recta Kny ist im August ohne Zweifel eine der häufigsten Insektenarten an den Seen in Tatra. Sie ist vom Grünen See bekannt (Wiener Hofmuseum); ich habe sie selbst am großen Hinzens-See (1961 *m* über dem Meerespiegel) am 10. und 12. VIII. sehr zahlreich gefunden; ebenfalls am Poprád-See (1503 *m*) am 11. VIII., am Eis-See (1940 *m*) am 11. VIII., aber ich habe kein einziges Stück dieser Art am Csorba-See gesehen. Die ungarischen Exemplare stimmen mit den schottischen, finnischen und böhmischen (aus d. Riesengebirge) vollkommen überein; nur die Seitenflecke am Hinterhaupte, so wie auch die Mittellinie auf dem Pronotum sind manchmal etwas deutlicher und gelber.

Dictyopteryx septentrionis Klp. Ich stelle hieher 3 ♀ und 1 ♂, die ich am kleinem Hinzensee am 12. VIII. gesammelt habe, dann 1 ♀ hoch oben auf dem Eisbache und ein ♀ auf dem Eis-See am 11. VIII. gesammelt. Die Weibchen sind vollflüglig und zeigen einen auffallenden Makel am Anfange der Anastomose; die gelben Hinterhauptsmakeln sind dagegen nicht deutlich ausgeprägt.

Arcynopteryx dovrensis. Mort. wurde in großer Zahl unter den Steinen an dem Ufer des großen Hinzensees am 10. und 12. VIII. in der Gesellschaft von Dict. recta gesammelt; sie machte eben ihre Verwandlung ins vollkommene Insekt durch. Diese interessante Form ist von der Dict. compacta Mc L. reichlich verschieden.

Arcynopteryx transsylvanica Klp. Ich habe diese höchst interessante Art am Ufer von Jezĕrul unter dem Cindrelul (1999 *m*) am 31. VII. gesammelt. Es ist die Localität, wo H. P. G. Strobl die originalen Stücke gefunden hat. Von den 5 Stücken lauter ♀♀, die ich besitze, ist eins vollflüglich, und die übrigen vier mit ebenso abgekürzten Flügeln wie die Arc. dovrensis Mort. Sonst stimmen aber alle in der Farbe, Struktur des Kopfes, Form des Kopfes und Pronotums mit den Originalen vollkommen überein. Es ist dies das erste Beispiel, wo von mir sichergestellt worden ist, daß eins von beiden Geschlechtern dimorph ist.

Dictyogenus ventralis Pict. Agram 11. V. 00. (Mus. Agram.) Ein einziges ♂, auf welches die Pictetsche Beschreibung und Abbildung sehr gut passt. Der Fund ist sehr interessant, da diese Art seit Pictet's Zeiten verschollen war.

Chloroperla affinis Pict. Vinodol 15. IV. 97. (Mus. Agram.) Es befinden sich in der Sammlung 3 Stücke, von denen aber das eine kein Abdomen hat. Die zwei erhaltenen Exemplare sind Weibchen, welche der

Beschreibung und Abbildung sehr gut entsprechen. Die Art war mir bisher unbekannt, aber ich hege keine Zweifel über ihre Identität. Nach der ♀ Subgenitalplatte gehört sie in eine Gruppe mit der *Chl. helvetica* (Schoch) Klapálek, ist aber von lichter Farbe. Es wäre höchst interessant zu erfahren, ob die ♂ auch brachypter sind.

Capnia vidua n. sp. Körper glänzend schwarz, Fühler, Beine und Cerci ebenfalls schwarz, nur die Schienen etwas heller, schwarzbraun; die Vorderflügel stark braun gefärbt, die Hinterflügel angeraucht. Fühler verhältnismäßig stark, ihre Glieder wenig länger als breit. Die Flügel der am Hinzens-See gesammelten Exemplare stark verkürzt, so daß dieselben bei frischen Tieren die Spitze des Hinterleibes bei weitem nicht erreichen; bei den Stücken vom Eis-See sind sie nur wenig verkürzt und reichen etwas über die Hinterleibsspitze. Die Nervatur ist ähnlich wie bei C. atra, nur das Ende der Subcosta (die Querader im Subcostalfelde vor dem Ende des Radius) fehlt gänzlich bei den Exemplaren, wo die Flügel stark verkürzt sind und ist nur schwach angedeutet bei den anderen. Pronotum etwas breiter als lang, mit gänzlich abgerundeten Vorderecken und rechtwinkligen Hinterecken. Da die ♀ Subgenitalplatte am Hinterrande in der Mitte in eine stumpfe Spitze vorgezogen ist, so hat dieselbe eine subtrianguläre Form. Der X. Ring ist auf der Bauchseite stark verkürzt, so daß in der Ansicht von unten nur die dreieckigen Seitenteile sichtbar sind; auf der Rückenseite ist derselbe halbkreisförmig erweitert. Die Subanalklappen sind breit, an der Innenseite bogenförmig, außen für die Cerci fast rechtwinklig ausgeschnitten. Supraanallobus stark vortretend, halbkugelig. Cerci normal. Das ♂ unbekannt.

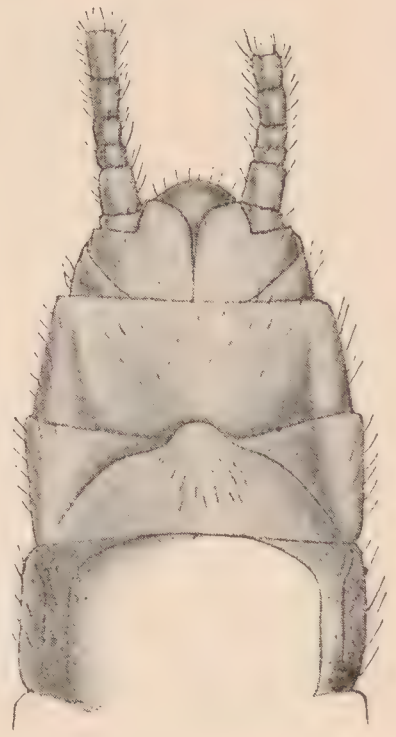


Fig. 6. *Capnia vidua* n. sp. ♀ Hinterleibsende von unten.

Die Körperlänge 9 *mm*, Länge der Vorderflügel 4·3 *mm* und bei den Exemplaren vom Eis-See 7 *mm*.

Ich halte die vorliegende Art für wesentlich verschieden von beiden bisher bekannten europäischen Arten. Sie unterscheidet sich von beiden durch verhältnismäßig stärkere aus kürzern Gliedern zusammengesetzte Fühler, durch die Form der weiblichen Subgenitalplatte und den vorragenden halbkugeligen Supranal-Lobus; von nigra auch durch die Nervatur.

Es ist sehr auffallend, daß in der großen Reihe von Exemplaren, die ich gesammelt habe kein einziges Männchen vorkommt, obwohl in dieser Gattung die ♂♂ gewöhnlich zahlreicher sind als die ♀.

Ich möchte auch darauf aufmerksam machen, daß Herr Morton bei seiner Beschreibung v. C. atra bemerkt, daß drei bei Braemar gesammelten Weibchen etwas verkürzte Flügel haben. Es wäre nicht unmöglich, daß dieselben der C. vidua angehören.

Über die Bedeutung der Chromosomenzahl.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von

Dr. B. Němec in Prag.

Vorgelegt am 18. Mai 1906.

Schon längere Zeit beschäftige ich mich mit der Untersuchung welche Bedeutung für die Pflanze die Chromosomenzahl hat. Zu dieser Frage haben mich zunächst Erfahrungen geführt, welche ich bei dem Studium über den Einfluss einiger äusserer abnormen Faktoren auf die sich teilenden Zellen gemacht habe. Ich fand, dass es möglich ist, durch einige narkotische oder überhaupt giftige Stoffe zweikernige Zellen zu erzielen. Die erwähnten Stoffe verhindern nämlich die Bildung von Scheidewänden zwischen den Tochterkernen, die Kerne rekonstruiren sich ganz normal. Die beiden Kerne können im weiteren Entwicklungsgang der Zellen miteinander verschmelzen und so einem doppeltwertigen Kern Ursprung geben. Teilt sich dann ein solcher Kern, so erscheint eine doppelte Chromosomenzahl, der Kern ist also tatsächlich doppeltwertig im Vergleiche mit normalen Kernen der untersuchten Pflanze. Die Resultate dieser Versuche habe ich in mehreren Mitteilungen registrirt. In den letzten sechs Monaten habe ich den Einfluss von anderen abnormen Faktoren auf die Wurzelspitzen geprüft (Magnesiumsulfat, Chlornatrium, Benzindämpfe, extreme Temperaturen) und konnte meine früheren Angaben nur bestätigen. Hinzufügen möchte ich nur, dass ich auch der Veränderung der Chromosomenform durch äussere Faktoren meine Aufmerksamkeit geschenkt habe. Es ist mir gelungen nachzuweisen, dass mit Benzindämpfen behandelte Wurzelspitzen in ihren sich teilenden Zellen viel kürzere und dickere Chromosomen besitzen als normale Wurzelspitzen. Auch ist in jenen Zellen viel besser die paarweise Gruppierung der Chromosomen, auf welche für vegetative Kerne Strasburger hingewiesen hat, zu sehen, als in normalen Zellen. Diese Versuche, über welche ich demnächst in einer die Probleme der Befruchtungsvorgänge zusammenfassend behandelnden Arbeit eingehend referiren werde, wurden mit be-

sonders gutem Erfolg an Wurzeln von *Vicia faba, Galtonia candicans* und *Hyacinthus orientalis* ausgeführt.

Zellen, welche doppeltwertige Kerne enthalten, sind zwar grösser als Zellen mit einwertigen Kernen, aber sonst weisen sie in ihrer formativen Tätigkeit nichts Abnormes auf. In dieser Beziehung führten meine Versuche zu ähnlichen Resultaten, wie jene, die Gerassimoff an *Spirogyra* und *Zygnema* ausgeführt hat.

Auf meine Veranlassung hat Herr Smolák das Verhalten der Kerne in den vielkernigen Prokambialzellen der Euphorbiaceen untersucht und fand, dass in denselben zuweilen Kernverschmelzungen vorkommen. Ich habe das Verhalten der Kerne in solchen Zellen an Wurzeln von verschiedenen *Ricinus*-Arten untersucht, wo jedoch meist keine Kernverschmelzung stattfindet. Vielmehr rücken die Kerne nach ihrer Teilung zusammen, vor der Teilung weichen sie von einander und nehmen ganz bestimmte Stellungen in der Zelle ein, die jedoch nicht mit der Cytoplasmaverteilung direkt zusammenhängen. In älteren Zellen verteilen sie sich ziemlich unregelmässig. In den Wurzelspitzen von *Euphorbia lathyris* und *peplus* kommen wirkliche Kernverschmelzungen vor, obzwar man sich davon sicher ziemlich selten überzeugen kann. Die Zellen bleiben meist vielkernig, doch sind sichere Kernverschmelzungen in jeder Wurzelspitze zu finden. Es entstehen auf diese Weise sehr lange Kerne, die zuweilen noch eine oder drei schwache Einschnürungen aufweisen, wie solche auch Smolák in seiner Arbeit zeichnet. Jedenfalls sind Kernverschmelzungen in den *Euphorbiaceen*-Wurzeln mehr gelegentliche Erscheinungen.

Es schien mir jedoch von Interesse zu sein zu untersuchen, wie sich Zellen mit ganz bestimmter prospektiver Potenz verhalten würden, also Zellen, welche im normalen Entwicklungsgang der Pflanzen eine sehr spezialisirte Differenzirung erfahren. Solche liegen in den sog. Trichoblasten vor (Leavitt). Es sind dies Zellen, welche speziell dazu bestimmt sind Wurzelhaaren Ursprung zu geben. Bei *Sinapis alba* sind es ganz bestimmte längsverlaufende Zellreihen der Wurzelepidermis, aus welchen Wurzelhaare hervorwachsen. Bekanntlich bleiben die Trichoblasten einzellig und einkernig. Es war interessant zu prüfen, ob sie einzellig bleiben werden, wenn sie einen doppeltwertigen Kern oder sogar zwei Kerne enthalten werden. Ich habe Keimpflanzen von *Sinapis alba* mit Chloralhydrat behandelt, ähnlich wie früher Wurzeln von *Vicia faba* und *Pisum sativum* und dann in verschiedenen Intervallen untersucht. Es erschienen tatsächlich zweikernige oder mit einem abnorm grossen Kern versehene Zellen und zwar auch in den trichoblastischen Zellreihen. Es wurden dann nach einiger Zeit abnorm grosse (dicke) Wurzelhaare mit abnorm grossen Kernen beobachtet, niemals jedoch Kern- oder Zellteilungen in solchen Wurzelhaaren festgestellt. Wenn es sich um doppeltwertige Kerne und somit auch um doppeltwertige Trichoblaste handelt, was mir sehr wahrscheinlich erscheint, dann kann man schliessen, dass die Verdoppelung des Kern-

wertes seine Teilungsfähigkeit nicht vergrössert und auch die formative Tätigkeit der mit einem solchen Kern versehenen Zelle keineswegs qualitativ verändert.

Übrigens können aus Chromosomen derselben Zahl Kerne von recht verschiedener Grösse entstehen. Ein sehr frappantes Beispiel liefern die Kurzzellen in der Exodermis der Wurzeln verschiedener Pflanzenarten, die seinerzeit von Juel eingehender untersucht wurden. In bestimmter Region der Wurzelspitze teilen sich bestimmte Zellen in eine hintere kleine und eine vordere grössere Zelle, wobei schon von Anfang an die Teilungsfigur in den hinteren Teil der Mutterzelle verschoben ist. Die Kernteilung ist ganz typisch, auch die Längsspaltung der Chromosomen, beide Tochterkerne rekonstruiren sich aus einer gleichen »Chromatin«-menge und doch rekonstruirt sich aus der hinteren Chromosomengruppe ein viel kleinerer Kern als aus der vorderen, jener erscheint also im Vergleiche mit dem letzteren in seiner Grösse reduzirt. Die Grösse des Zellkernes hängt also nicht immer direkt von der Zahl der Chromosomen ab, aus welchen er sich rekonstruirt hat, sondern in manchen Fällen von der Grösse der Zelle, in der sich der Kern differenzirt; dies stimmt sehr gut mit den neueren Anschauungen über die Kernplasmarelation.

Um die Bedeutung der Chromosomenzahl für den antithetischen Generationswechsel festzustellen, habe ich in dem letzten Winter den Einfluss einiger äusserer Faktoren auf die Pollenbildung bei *Larix decidua* untersucht. Als brauchbar hat sich nur die Chloroformbehandlung herausgestellt. Es wurden *Larix*-Zweige, welche männliche Blüten trugen, im Jänner, Feber oder noch im März aus der Natur ins geheizte Zimmer übertragen und in verschiedenen Intervallen sowie verschieden lang mehrere Tage hindurch Chloroformdämpfen ausgesetzt. Einerseits wurden Blüten genommen, in deren Pollenmutterzellen noch keine Tetradenteilung eingetreten war, andererseits solche, wo eben die erste Kernteilung vollbracht wurde. Ich werde ganz kurz die wichtigsten Resultate dieser Versuche zusammenstellen.

1. Es konnten nicht ganz sicher Fälle beobachtet werden, wo ungeteilte, einkernige Pollenmutterzellen sich mit normalen Pollenhäuten umgegeben hätten, doch war dies für einige Fälle wahrscheinlich. Es fand dies niemals an allen Pollenmutterzellen eines Staubblattes statt, sondern neben solchen Pollenzellen, welche sich wahrscheinlich direkt aus Pollenmutterzellen entwickelt hatten, gab es auch fertige Tetraden.

2. Ich konnte eine Teilung der Pollenmutterzellen in zwei Zellen beobachten, wobei sich diese Tochterzellen zu Pollenzellen umwandelten. Es entstanden da also aus einer Pollenmutterzelle bloss zwei Pollenzellen, von welchen jede entweder einen grossen oder zwei kleinere Kerne enthielt. Zur Pollenbildung sind also die beiden allotypischen Teilungen nicht unbedingt nötig.

3. Wurden der Chloroformeinwirkung Blüten ausgesetzt, deren Pollenmutterzellen eben zwei Kerne enthielten, so konnte man nach einigen

Tagen zweikernige Pollenmutterzellen beobachten, welche zwei dicht aneinander gepresste Kerne, oder einen grossen eingeschnürten oder einen grossen runden oder ovalen Kern enthielten. Es bilden sich aus solchen Zellen sehr grosse Pollenzellen, deren Kerne keine reduzirte Chromosomenzahl besassen und doch traten sie als typische Pollenkörner auf.

4. In späteren Stadien findet man in den Staubblättern neben normal grossen Pollenkörnern sehr grosse Körner, deren Chromosomenzahl (wo man die Kernteilung zu gesicht bekommt) nicht reduzirt ist. Die Mehrzahl von diesen Zellen entwickelt sich so, wie typische Pollenkörner, doch beobachtet man häufig, dass schon im Pollenkorn die generative Zelle eine Zweiteilung erfährt. Es hat also die doppelte Chromosomenzahl an sich keine Bedeutung für die formative Tätigkeit einer embryonalen Zelle.

5. Neben solchen Fällen wurden zahlreiche Abnormitäten in der Teilungsweise der Pollenkörner beobachtet, insbesondere wurde häufig das Ausbleiben der Differenzirung von generativen Zellen getroffen. Es teilte sich häufig das Korn durch zwei aufeinander senkrecht orientirte Teilungsschritte in vier gleich grosse Zellen, die man wohl bloss als vegetative Zellen auffassen kann. Jedenfalls kann man durch äussere Faktoren die Pollenkörner zu ganz abnormalen Teilungschritten zwingen.

Ob die eben beschriebenen Pollenkörner keimen, habe ich nicht mehr untersuchen können, hoffe das jedoch im nächsten Winter nachholen zu können. Es wird interessant sein auch andere Pflanzen, z. B. einige Angiospermen in dieser Beziehung zu untersuchen und eventuell mit mehrwertigen Pollenkörnern Bastardirungsversuche anzustellen. Das könnte für die Frage nach der Bedeutung der Chromosomen wichtig sein. Ich gedenke nächstens mit sporenbildenden Schachtelhalmen *(Equisetum)* zu experimentiren.

Prag, Pflanzenphysiologisches Institut der k. k. böhmischen Universität.

Die Induktion der Dorsiventralität bei einigen Moosen. II.

(Aus dem pflanzenphysiologischen Institut der k. k. böhmischen Universität in Prag.)

Von

Dr. B. Němec in Prag.

Vorgelegt am 19. März 1906.

Seit meiner ersten Mitteilung über die Induktion der Dorsiventralität bei einigen Moosen (1904) habe ich mich unausgesetzt mit dem Thema beschäftigt und teils meine älteren Versuche mit *Hypnum crista castrensis, Hylocomium splendens* und *Fissidens* mit verschiedenen Abänderungen wiederholt, teils neue dorsiventrale Arten zur Untersuchung herangezogen. Zunächst *Dicranum,* auf dessen Dorsiventralität mich Herr Dr. G. Tischler aus Heidelberg aufmerksam gemacht hat, weiter *Plagiothecium silvaticum,* mit dem schon im Jahre 1903 die wichtigsten Versuche ausgeführt wurden, *P. denticulatum* (das mit der letzteren Art im ganzen übereinstimmt) und *P. Roeseanum.* Schliesslich *Homalia trichomanoides, Anomodon attenuatus* und *Neckera complanata.*

Es hat sich wieder herausgestellt, dass der Schwerkraft bei der Induktion der Dorsiventralität in den von mir untersuchten Arten keine Bedeutung zukommt, dass es sich vielmehr um heliogene Vorgänge, also Lichtwirkungen handelt. Dabei behalten einige Arten sehr zähe ihre ursprünglichen Symmetrieverhältnisse, bei anderen ist es sehr leicht dieselben zu verändern. Bei den meisten hängt mit der morphologischen Dorsiventralität eventuell Bilateralität auch eine physiologische Dorsiventralität zusammen, die sich dann in der Art der heliotropischen und geotropischen Orientation äussert. So wird *Plagiothecium silvaticum* im Dunkeln früh morphologisch radiär, aber geoorthotrop wird es erst später. *P. Roeseanum* wird sehr leicht am Klinostaten mit vertikaler Achse radiär und gleichzeitig auch geo- und helioorthotrop. Das muss aber nicht immer der Fall sein. *Anomodon attenuatus* wird am Klinostaten mit vertikaler Achse leicht radiär, aber es bleibt plagiotrop.

Dicranum scoparium wächst zwar in der Natur meist geoorthotrop, aber seine Blätter sind zu einer Seite gekrümmt, in der typischen Form sind alle Blätter eines Stämmchens stark sichelförmig einseitwendig. Dies ist eine heliotropische Krümmung, wobei sich jedoch das Blatt nicht in die Lichtstrahlen einstellt, sondern stark überkrümmt; dabei kommt es keineswegs darauf an, welche Blattseite ans Licht gelangt. Je exklusiver einseitiges Licht auf das Stämmchen fällt, desto stärker ist die Einseitwendigkeit der Blätter ausgeprägt. Dabei wird jedoch durch das Licht dem Stämmchen auch eine physiologische Dorsiventralität induziert, welche sich darin äussert, dass es je nach der Angriffsrichtung des Reizes mit verschiedener Intensität heliotropisch der geotropisch reagiert.

Hiermit hängt es zusammen, dass sich durch veränderte Richtung der Beleuchtung die Dorsiventralität sowie die Einseitwendigkeit der Blätter verändern, umprägen lässt. Doch dauert dieser Prozess eine längere Zeit, da das Licht schon den jungen Blattanlagen eine heliotropische Krümmung induziert und diese Induktion, welche durch die physiologische Dorsiventralität des Stämmchens verstärkt wird, sehr schwer zu überwinden ist. Aus diesem Grunde wachsen die Pflanzen am Klinostaten mit vertikaler Achse anfangs ebenso wie an einseitigem Licht. Die am Klinostaten durch die Tätigkeit der Terminalzelle neu entstandenen Teile erscheinen jedoch radiär. Durch starke Feuchtigkeit der Atmosphaere wird die Dorsiventralität der Pflanzen auch bei einseitiger Beleuchtung abgeschwächt.

Im schwachen Licht erscheinen die Stämmchen positiv heliotropisch, im starken wachsen sie geoorthotrop aufwärts. In der Natur, wohl infolge sehr starker Beleuchtung, wachsen sie zuweilen diaheliotropisch, also schwach schräg nach hinten bei schiefer Beleuchtung von oben.

Im Dunkeln wachsen die Pflanzen sehr gut, sie sind streng geoorthotrop, wurden jedoch mit der Zeit auch morphologisch radiär, da die schuppenförmigen Blätter keine Einseitwendigkeit aufweisen. Werden solche etiolierte Pflanzen auf den Klinostaten übertragen, so bleiben sie radiär. An einseitigem Licht erweisen sie sich zunächst als positiv heliotropisch, dann werden sie allmählich dorsiventral, allerdings werden typisch dorsiventral erst die am Licht gebildeten Segmente.

Bei diffuser Beleuchtung geben schon sehr kleine Differenzen in der Stärke der Lichtstrahlen zu gunsten einer dorsiventralen Wuchsform Ausschlag. Dieselbe kann leicht am Klinostaten durch periodische Beschattung einer Seite des Stämmchens hervorgerufen werden.

In der Natur lässt sich an einigen Lokalitäten eine schwache Einseitwendigkeit der Blätter bei *Leucobryum album* feststellen. Durch Kultur an einseitigem Licht hat sich gezeigt, dass die Blätter sowohl zur Lichtquelle geneigt als auch von derselben abgewendet sein können. Die Blätter sind

hier nämlich plagiophototropisch und zwar positiv klinoheliotropisch. Dabei ist es merkwürdig, dass es nicht immer streng die obere Blattfläche sein muss, welche ans Licht zu liegen kommt. Die Induktion der heliotropischen Orientierung ist hier jedenfalls schwächer als bei *Dicranum*, im Dunkeln wachsen die Blätter, welche am einseitigen Licht angelegt wurden, ohne jedwede heliogene Krümmung aufzuweisen.

Plagiothecium silvaticum behält auch bei Kultur in feuchter Luft und einseitiger Beleuchtung seine typische Blattstellung, es bleibt also breit zusammengedrückt.

Aus seinem Verhalten in verschiedenen Lagen muss geschlossen werden, dass es dorsiventral und diaheliotropisch ist. Sowohl durch Krümmung als auch durch Torsion vermag es die Ruhelage zu erreichen.

Aber die Sprosse sind auch geotropisch und zwar am Licht negativ klinotrop. Die geotropische Reaktion kann in manchen Lagen (z. B. wo der Spross horizontal mit der Dorsalseite nach oben und der Spitze zur Lichtquelle gekehrt liegt) das Erreichen der diaheliotropischen Ruhelage auf dem kürzesten Wege verhindern.

Die Dorsiventralität von *Plagiothecium silvaticum* lässt sich durch das Licht, nicht jedoch durch die Schwerkraft umkehren.

Doch geht die Umkehrung nur langsam vor sich, vorher werden immer Krümmungen oder Torsionen ausgelöst, welche im Sinne der ursprünglichen Dorsiventralität vor sich gehen, aber zuweilen nicht ganz ausgeführt werden, da unterdessen die Dorsiventralität umgekehrt wird. Eine unzweifelhafte Umkehrung habe ich in den Fällen beobachtet, wo die Sprosse horizontal mit der Ventralseite nach oben und der Spitze vom Licht abgekehrt oder vertikal mit der Spitze nach unten und der Ventralseite zum Licht gekehrt gelegt wurden, wobei das Licht schräg von oben einfiel. Wurden die Pflanzen vertikal mit der Ventralseite zum Licht gekehrt, so erfolgte zunächst eine Krümmung zum Licht, dann eine Torsion um 180^0 und eine diaheliotropische Rückwärtskrümmung.

Im Dunkeln wächst dieses Laubmoos sehr gut und zwar zunächst schief aufwärts aber in einem sehr flachen Bogen krümmt es sich so, dass es meist am Ende die Vertikale erreicht. Die Blätter der etiolierten Sprosse sind klein, schuppenförmig, radiär gestellt.

Werden etiolierte Sprosse an einseitiges Licht gebracht, so werden sie wieder komplanat und zwar nach den neuen herrschenden Beleuchtungsverhältnissen. Werden sie auf einen Klinostaten mit vertikaler Achse gebracht, so werden die neuen Zuwächse ganz radiär und zwar auch dann, wenn die etiolierten Teile sehr kurz waren. Hingegen erscheinen Seitenzweige, welche am Klinostaten an den ursprünglichen dorsiventralen Teilen entstanden sind, typisch dorsiventral und komplanat.

Die komplanaten Sprosse wachsen am Klinostaten mit vertikaler Achse und schräg von oben einfallendem Licht steil schräg aufwärts und werden weder orthotrop, noch physiologisch bilateral.

Bei starker einseitiger Beleuchtung kehren sie auch durch Torsion ihre Dorsalseite dem Licht zu, doch geht die Torsion sehr langsam vor sich.

Im schwachen Licht werden sie fast positiv heliotropisch, ihre Blätter werden kleiner, aber ganz radiär werden die meisten Sprosse doch nicht, obzwar sie dann nicht so komplanat erscheinen, wie am starken Licht.

Viel leichter werden die Sprosse von *Plagiothecium Roeseanum* radiär. Am Klinostaten mit vertikaler Achse wachsen sie zunächst schräg aufwärts und bleiben dorsiventral, aber allmählich werden sie radiär und gleichzeitig richten sie sich orthotrop aufwärts, in welcher Richtung sie dann als ganz radiäre Pflanzen weiter wachsen.

An einseitiges Licht gebracht erweisen sich solche radiäre Pflanzen als positiv heliotropisch, aber sie werden mit der Zeit wieder dorsiventral und sind dann schwach plagioheliotropisch, obzwar der starke Geotropismus immer gegen diesen Heliotropismus arbeitet und die Pflanzen meist steil schräg (der Vertikale genähert) wachsen. Im Dunkeln reagieren die radiären Sprosse wie negativ geotropische (orthotrope) Organe.

Im schwachen Licht wachsen die dorsiventralen Sprosse positiv heliotropisch und werden allmählich ganz radiär.

Neckera complanata behielt am Klinostaten dauernd ihre Dorsiventralität und wuchs schräg aufwärts.

An einseitigem Licht erwies sie sich als diaheliotropisch, in feuchter Luft und bei schwächerer Beleuchtung als positiv klinoheliotropisch, wobei Sprosse, welche in der Richtung zum Licht wachsen, allmählich flagellenartig werden und ihre typische morphologische Dorsiventralität verlieren. Diese lässt sich durch das Licht leicht umkehren, doch werden zuweilen Versuche gemacht, die ursprüngliche Dorsalseite durch Torsion ans Licht zu bringen. In feuchter Luft werden an der vom Licht abgekehrten Seite häufig Rhizoiden gebildet. Im Dunkeln habe ich bei *Neckera* bisher keine deutlichen Zuwächse beobachtet.

Homalia trichomanoides ist an starkem Licht deutlich diaheliotropisch, zuweilen positiv klinoheliotropisch. Am Ende der Sprosse sind die Blätter stark »epinastisch« gekrümmt und stellen sich häufig diaheliotropisch. Am Klinostaten bleibt sie ebenso stark komplanat (wie am einseitigen Licht) und wächst schräg nach oben.

Bei schräger Beleuchtung von unten (Sachs'sche Methode) führt sie ihre Orientierungsreaktionen ebenso schnell aus, wie wenn sie von oben beleuchtet wird.

Die Sprosse bringen aus den meisten Lagen (durch Krümmung und Torsion) ihre ursprüngliche Dorsalseite ans Licht. Wird jedoch die Ventralseite beleuchtet, wobei die Sprossspitze vom Licht abgekehrt ist, so wird meist die Dorsiventralität umgekehrt, wobei jedoch die Blätter bedeutend kleiner werden.

Im schwachen Licht werden die Pflanzen fast positiv heliotropisch (eigentlich stark klinoheliotropisch), ihre Blätter werden sehr klein, zuweilen bleiben die Stämmchen komplanat, in anderen Fällen erschienen ganz radiäre Sprosse.

Anomodon attenuatus zeigt in einer »epinastischen« Krümmung des terminalen Blattschopfes sowie in analogen Krümmungen der Blätter an ausgewachsenen Teilen der Stämmchen eine deutliche Dorsiventralität. Die Sprosse sind auch tatsächlich diaheliotropisch, in nicht genügend starkem Licht positiv klinoheliotropisch, wobei sie jedoch immer ihre Dorsalseite dem Licht zuzukehren suchen. Diese Dorsiventralität ist durch einseitiges Licht sehr leicht umzukehren.

Am Klinostaten mit vertikaler Achse wachsen die Pflanzen schräg aufwärts und verlieren bald ihre morphologische Dorsiventralität, sie bleiben jedoch plagiotrop. Die Dorsiventralität wird jedoch schon durch länger andauernde Kultur an einseitigem Licht in sehr feuchter Atmosphaere abgeschwächt, sie geht in schwachem Licht ganz verloren, wo die Pflanzen auch positiv heliotropisch werden.

Ebenso leicht wie die vorige Art wird auch *Anomodon viticulosus* radiär. An einseitigem Licht wird seinen Sprossen sehr leicht eine Dorsiventralität induziert, welche sich in der schwachen Einseitwendigkeit der Blätter, besonders des terminalen Blattschopfes äussert. Die Blätter sind jedoch schwach vom Licht weg gekrümmt ähnlich wie z. B. bei *Hypnum cupressiforme*.

Die Dorsiventralität wird äusserst leicht umgekehrt, so dass man die Sprosse, welche diaheliotropisch oder schwach positiv klinoheliotropisch sind, fast für radiär plagioheliotropisch erklären könnte, wobei man die morphologische Dorsiventralität für eine von diesem Plagiotropismus unabhängig vor sich gehende Lichtwirkung halten könnte. Doch zeigen die dorsiventralen Sprosse einen starken positiven Kantenheliotropismus.

Aus diesen kurzen Angaben ist zu ersehen, dass die Zähigkeit, mit welcher die einmal induzierte Dorsiventralität unter veränderten Beleuchtungsverhältnissen erhalten bleibt, bei verschiedenen Arten in verschiedenem Grade ausgebildet ist. Am leichtesten ist die Dorsiventralität von den hier behandelten Arten bei *Anomodon viticulosus* umzuprägen, wo jede

Flanke, die jeweils am stärksten beleuchtet ist, zur Dorsalseite werden kann. Es werden keine deutlichen Reaktionen ausgelöst, welche das Ziel hätten, die ursprüngliche Dorsalseite bei veränderter Beleuchtungsrichtung wieder ans Licht zu bringen, auch wenn es sich um einen Anlauf dazu handeln sollte. Solche werden jedoch schon bei *An. attenuatus* beobachtet, die jedoch etwa nur so schwach sind, wie die analogen Krümmungen bei *Hedera helix*.

Bei *Neckera* und *Homalia* erzielte ich nur eine Umkehrung der Dorsiventralität, so dass die Dorsalseite zur Ventralseite wurde und umgekehrt. Doch werden bei Beleuchtung der Flanken Torsionen ausgelösst, welche die Dorsalseite ans Licht bringen, eine völlige Umprägung der Dorsalseite, bei welcher eine Flanke zur Dorsal- oder Ventralseite werden würde, konnte nicht erzielt werden. Bei *Plagiothecium silvaticum* konnte nur unter besonderen Bedingungen eine einfache Umkehrung der Dorsiventralität erreicht werden. Dass sich sehr nahe verwandte Arten verschieden verhalten können, beweist der Fall von *Plagiothecium Roeseanum*, welche Art sehr leicht am Klinostaten radiär wird und dessen Dorsiventralität auch leichter umkehrbar ist.

Was die Wachstumsrichtungen der besprochenen Laubmoose betrifft, so müssen zwei Gruppen unterschieden werden. In die erste gehören Arten, bei denen sich am Licht kein Geotropismus nachweisen lässt, wie z. B. *Homalia* und *Anomodon viticulosus*. Sie reagieren bei Beleuchtung von unten mit derselben Geschwindigkeit wie wenn sie von oben durch Lichtstrahlen getroffen werden. Sie erscheinen bei starker Beleuchtung und in relativ trockener Luft streng diaheliotropisch, sonst werden sie leicht positiv klinoheliotropisch, wobei aber immer — wie bei den meisten dorsiventralen Laub- und Lebermoosen — die Dorsalseite zum Licht gekehrt wird. In die zweite Gruppe gehören Arten, die geotropisch sind. Wohl sind sie am Licht negativ klinogeotropisch, da sie auch im Dunkeln anfangs schräg nach oben wachsen. Dieser Geotropismus verhindert sie häufig eine diaheliotropische Gleichgewichtslage direkt einzunehmen, besonders wo sie sich abwärts (in der Nähe der Horizontalen) bewegen müssten. Werden sie vertikal mit der Dorsalseite zum Licht gekehrt gestellt, so erfolgen schwache Krümmungen, welche die Pflanze in negativ klinogeotropische und gleichzeitig diaheliotropische Lage überführen, sehr leicht, was zu Gunsten der Auffassung spricht, dass sie negativ klinogeotropisch sind.

Mit dem Erreichen einer morphologischen Radialität ist zuweilen (*Plagiothecium*) auch ein physiologischer Parallelotropismus verbunden, was jedoch nicht für alle Arten gilt (*Anomodon attenuatus*).

Manche Arten zeigen einen starken positiven Flanken- (Kanten-) heliotropismus. Das bewirkt, wie man sich z. B. bei *Anomodon viticulosus*, *Homalia* gut überzeugen kann, dass sie sich aus bestimmten Lagen zur Lichtquelle und dann senkrecht auf die Richtung der Lichtstrahlen krümmen.

Bei dorsiventralen Moosen, deren Dorsiventralität nicht umkehrbar ist, wird die diaheliotropische Ruhelage zuweilen nur unvollkommen erreicht, besonders wenn zur Erreichung derselben eine lange Krümmung nötig ist. Man könnte da von einer Ermüdung der Pflanzen sprechen. Noch häufiger kommen solche unvollkommene Reaktionen bei den beblätterten Jungermanniaceen vor.

Ueber die Oxydation des Wasserstoffs durch die Schwefelsäure.

Von

Dr. Jar. Milbauer,

Privatdozenten in Prag.

Vorgelegt am 22. Juni 1906.

Die Reaktion

$$H_2 + H_2SO_4 = SO_2 + 2H_2$$

wurde gelegentlich von vielen Forschern wie Warner, Dittmar und Henderson, Štolba, Berthelot, Brauner u. a. beobachtet. In meinen zwei Arbeiten (Rozpravy České Akademie: 1905, 36; 1906, 13.) habe ich dieselbe vom Standpunkte der analytischen und physikalischen Chemie eingehend studiert.

Gründlich getrockneter reiner Wasserstoff liefert beim Durchgehen durch die Schwefelsäure bei 17—25° keine nachweisbare Menge des Schwefeldioxydes; die Reaktionsgeschwindigkeit ist bei dieser Temperatur so klein, dass die entwickelten Schwefeldioxydsmengen unterhalb der Empfindlichkeitsgrenze der qualitativ-analytischen Reaktionen auf SO_3'' und SO_4'' liegen. Man kann also für gewöhnliche analytische Operationen den reinen Wasserstoff mit Schwefelsäure trocknen.

Mit steigender Temperatur nimmt auch die Reaktionsgeschwindigkeit zu. Zum Zwecke der Bestimmung derselben wurden 25 *cc* Schwefelsäure von 94,9% H_2SO_4 in einem Rundkolben und in einem zweckmässig konstruierten Apparate bei konstanter Temperatur und mit sorgfältig getrocknetem und gereinigtem Wasserstoffe unter konstantem Drucke eine gewisse Zeit in Berührung gelassen. (Siehe Abbildungen *A* und *B*.) Der reine Wasserstoff wurde von einem modifizierten Gasometer nach Betti entnommen und nach dem Durchleiten durch Schwefelsäure vom entwickelten Schwefeldioxyd in einer Jodlösung befreit. Die entweichenden Dämpfe von Jod wurden in einer Arsenlösung absorbiert. Wie die Höhe der Schwefelsäure, so auch die der titrierten Lösungen von Jod und Arsen blieben binnen

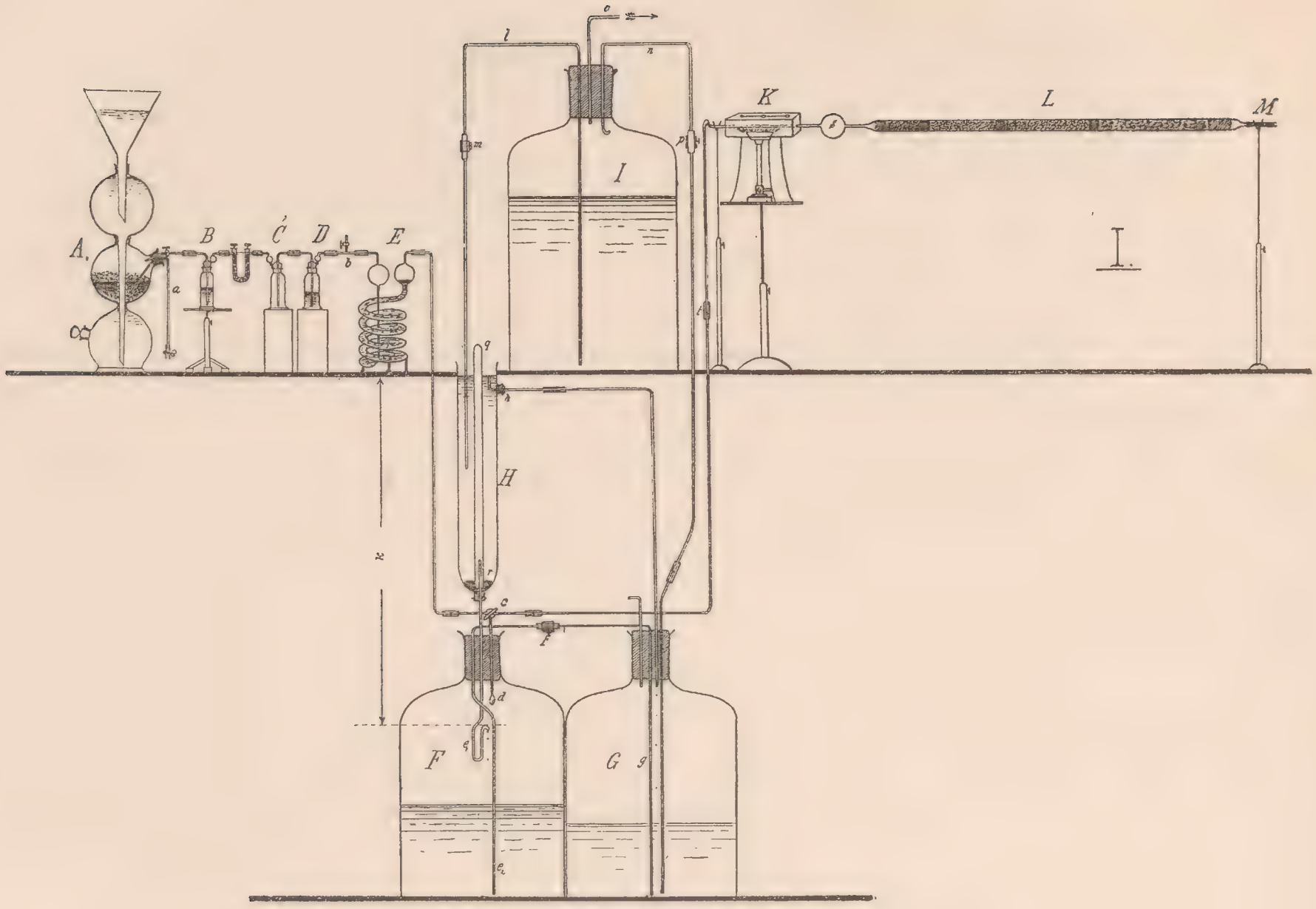


Abb. *A*.

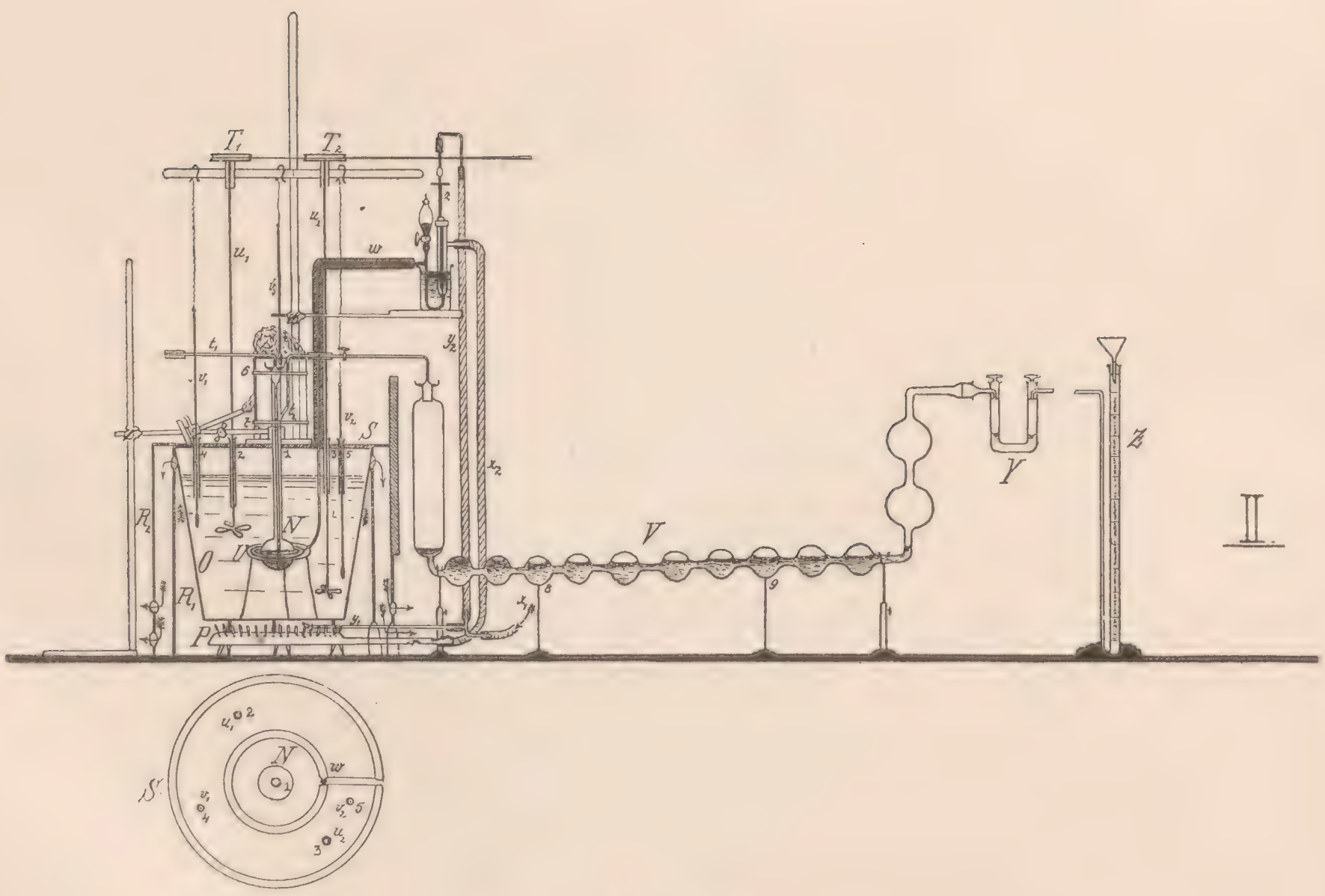


Abb. *B*.

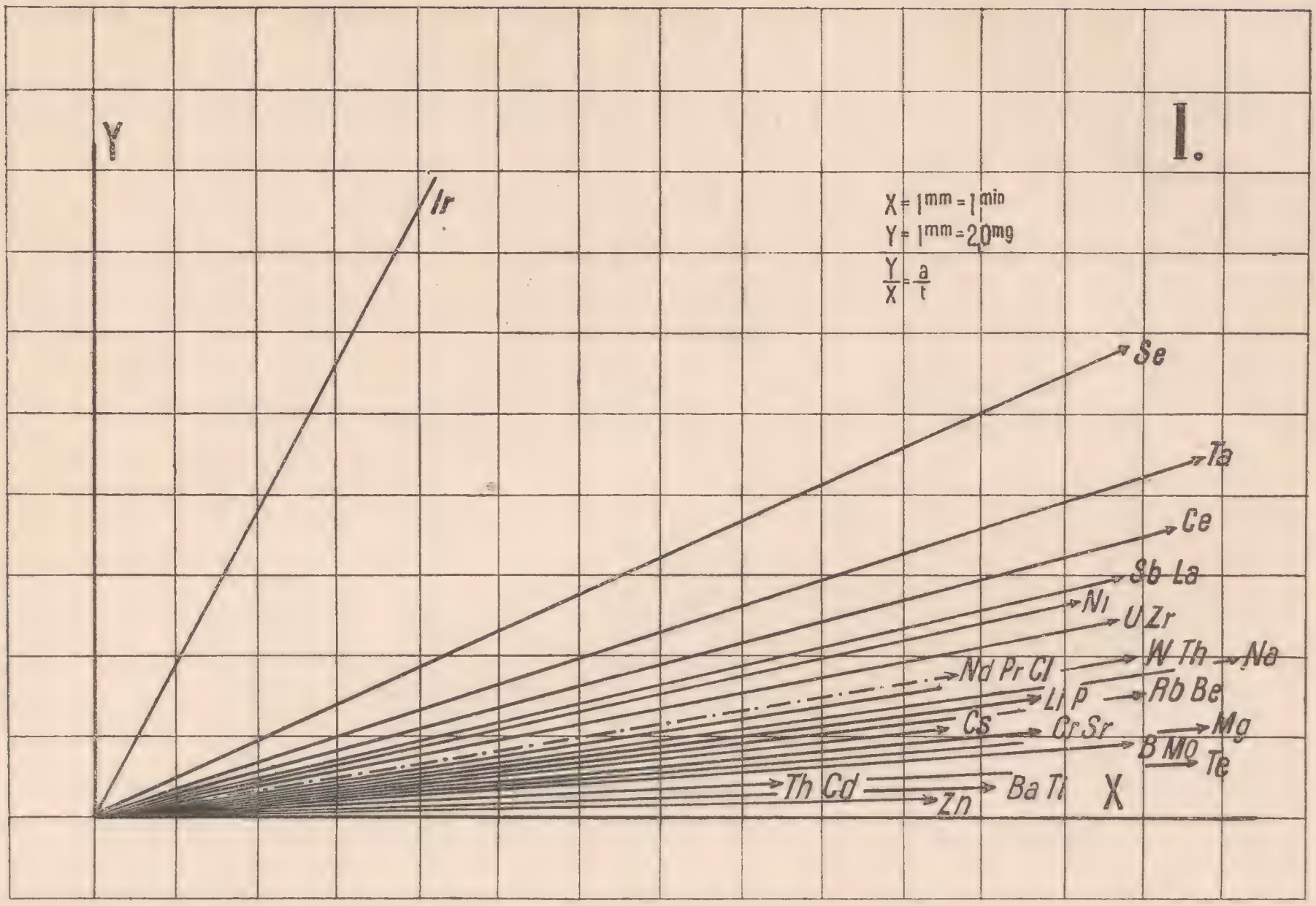

I.
Y
X
Ir
X = 1 mm = 1 min
Y = 1 mm = 20 mg
Y/X = a/t
Se
Ta
Ce
Sb La
Ni
U Zr
W Th
Na
Nd Pr Cl
Li P
Rb Be
Cs
Cr Sr
Mg
B Mo
Te
Th Cd
Zn
Ba Ti

Abb. I.

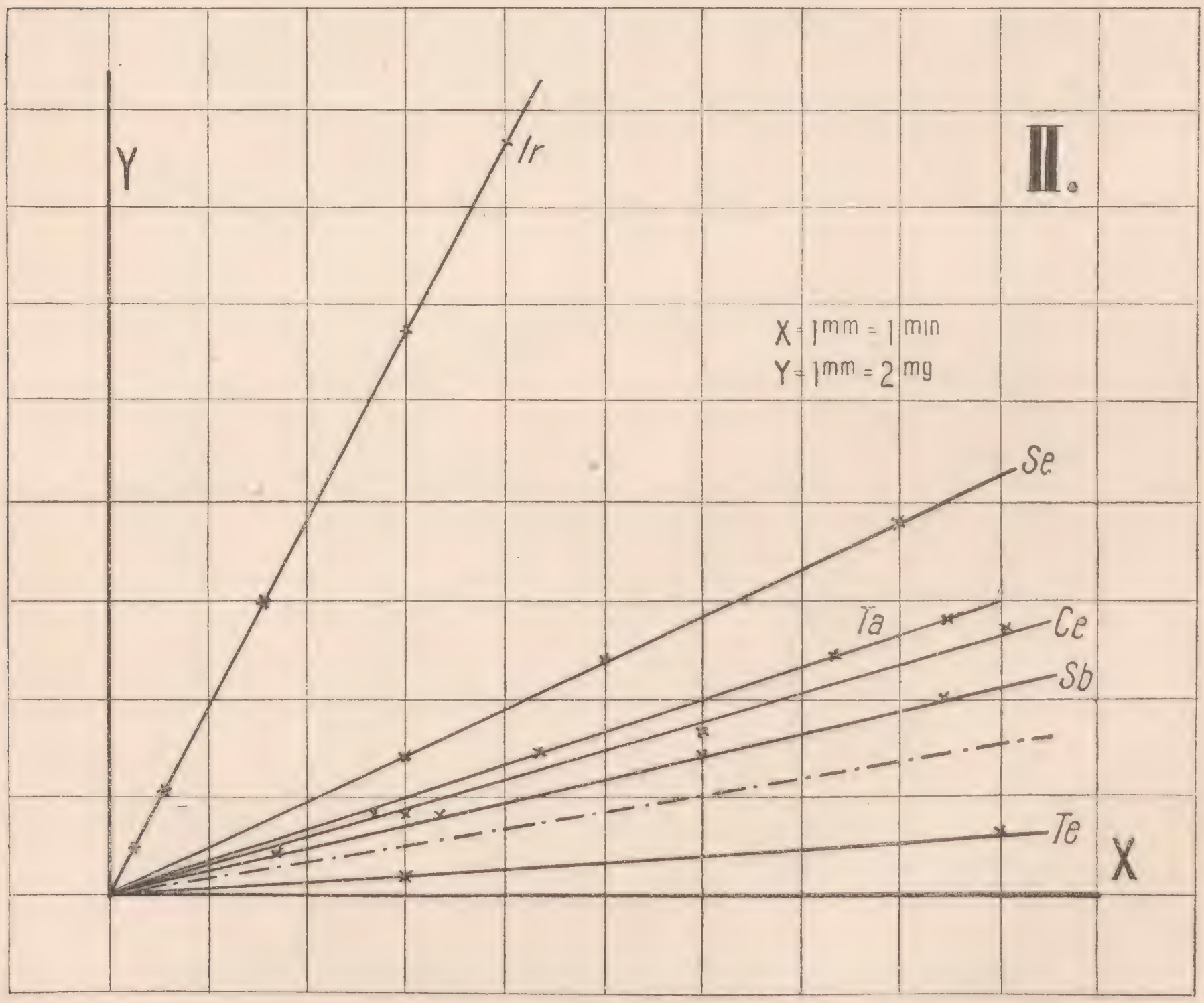

II.
Y
X
Ir
X = 1 mm = 1 min
Y = 1 mm = 2 mg
Se
Ta
Ce
Sb
Te

Abb. II.

allen Versuchen konstant. Nach beendetem Versuch wurden die Absorptionsgefässe mit anderen verwechselt, und die Schwefeldioxydmenge durch Resttitration des unverbrauchten Jodes unter Anwendung der Stärkelösung als Indikator bestimmt.

Bei der Temperatur von 174°, in Intervallen (t) die nachfolgen	Hatte sich die Schwefeldioxydmenge (a) entwickelt	Verhältnis: a/t
47 Minuten	15,5 *mg*	0,330
66 »	21,2 »	0,321
60 »	19,0 »	0,317
18 »	6,0 »	0,333
12 »	27,5 »	0,335
		Als Mittel: 0,327

Auch andere Versuche gaben Zahlen an, die sich dieser Konstante fast näherten. Aus dem Gesagten geht hervor, dass die oben erwähnte Reaktion eine der ersten Ordnung ist; kleine Mengen des bei der Reaktion entstehenden Wassers ändern die Reaktionsgeschwindigkeit nicht, wenn die Konzentration der Schwefelsäure nicht unterhalb 91% sinkt.

Es wurde der Einfluss verschiedener Katalysatoren (0,1 *g* des entsprechenden Elementes in passender Form) auf diese Reaktion bei 174° untersucht und diese Konstanten erhalten:

Lithium ($LiSO_4$. aq*)	0,275
Natrium (Na_2SO_4 . 10 aq*)	0,286
Kalium (K_2SO_4)	0,261
Kupfer (als $CuSO_4$ nach Entwässern)	**0,833**
Rubidium** (Rb_2SO_4)	0,233
Silber (Ag_2SO_4)	0,361
Caesium** (Cs_2SO_4)	0,219
Gold (Au)	**0,432**
Beryllium [$Be(OH)_2$]	0,231
Magnesium ($MgSO_4$. 7 aq*)	0,160
Kalcium ($CaSO_4$)	0,241
Zink ($ZnSO_4$. 7 aq*)	0,068
Strontium ($SrCO_3$)	0,200
Cadmium ($3CdSO_4$. 8 aq*)	0,095
Barium ($BaSO_4$)	0,086
Quecksilber (HgO)	**2,637**

* Diese Wasserstoffmenge stört die Reaktionsgeschwindigkeit nicht.

** Das reine Präparat erhielt ich durch die Liebenswürdigkeit des H. Prof. F. Štolba.

Bor (H_3BO_3)	0,148
Aluminium ($Al_2S_3O_{12}$. 18 aq*)	0,313
Lanthan*** ($La_2S_3O_{12}$. 9 aq)	**0,490**
Thallium (Tl_2SO_4)	0,260
Silicium (SiO_2)	0,140
Titan** (TiO_2)	0,084
Zirkon** (ZrO_2)	0,370
Zinn (SnS_2O_8)	0,289
Cer*** ($Ce_2S_3O_{12}$. 8 aq*)	**0,559**
Blei ($PbSO_4$)	0,136
Thorium (ThS_2O_8 9 aq*)	0,104
Phosphor (P_2O_5)	0,264
Vanad (als Sulphat: reduzierter V_2O_5)	0,193
Arsen (As_2O_3)	**0,371**
Antimon (Sb_2O_3)	**0,485**
Neodym ($Nd_2S_3O_{12}$. 8 aq***)	0,339
Praseodym ($Pr_2S_3O_{12}$. 8 aq***)	0,343
Tantal (Ta_2O_5)	0,655
Wizmuth ($Bi_2S_3O_{12}$)	0,296
Chrom (als Sulphat: reduzierter CrO_3)	0,163
Selen (Se)	**0,909**
Molybdän (als Sulphat: reduzierter MoO_3)	0,082
Tellur (als Pyrotellurylsulphat)	0,119
Wolfram (WO_3)	0,300
Uran (UO_3 nach Reduktion)	0,377
Chlor (HCl)	0,379
Mangan ($MnSO_4$)	0,360
Brom	keine Konstante
Eisen (Eisenoxydsulphat)	0,237
Kobalt ($CoSO_4$)	0,356
Nickel ($NiSO_4$)	**0,427**
Palladium (Pd)	**2,277**
» ($PdSO_4$ nach Reduktion)	**3,990**
Osmium (OsO_4 nach Reduktion)	**4,84**
Iridium (aus $IrCl_4$)	**3,75**
Platin (als Schwamm)	**1,125**
» (als Schwarz)	**1,456**

---

* Diese Wasserstoffmenge stört die Reaktionsgeschwindigkeit nicht.

** Das reine Präparat erhielt ich durch die Liebenswürdigkeit des H. Prof. F. Štolba.

*** H. Prof. Dr. B. Brauner war so gütig, mir das reine Präparat aus seiner Sammlung zu geben.

Positive Katalysatoren sind also die Platinelemente wie: Osmium, Palladium, Iridium und Platin, dann Elemente: Selen und Gold; Sulphate des Quecksilbers, Cers, Lanthans, Kupfers, Kobalts und Nickels, Oxyde des Tantals, Antimons und Arsens. Saure Sulphaten von *K, Na, Li, Cs, Rb, Ca, Ba, Sr,* dann Stoffe, die nicht in Schwefelsäure bei 174° gelöst bleiben (wie Kieselsäure, Pyrotellurylsulphat, Sulphate von *Cd, Zn, Th* u. a.) wirken negativ. Manche Sulphate wie z. B. die von *Pr* und *Nd,* ferner die Phosphor- und Salzsäure beeinflussten die Reaktion in erheb-

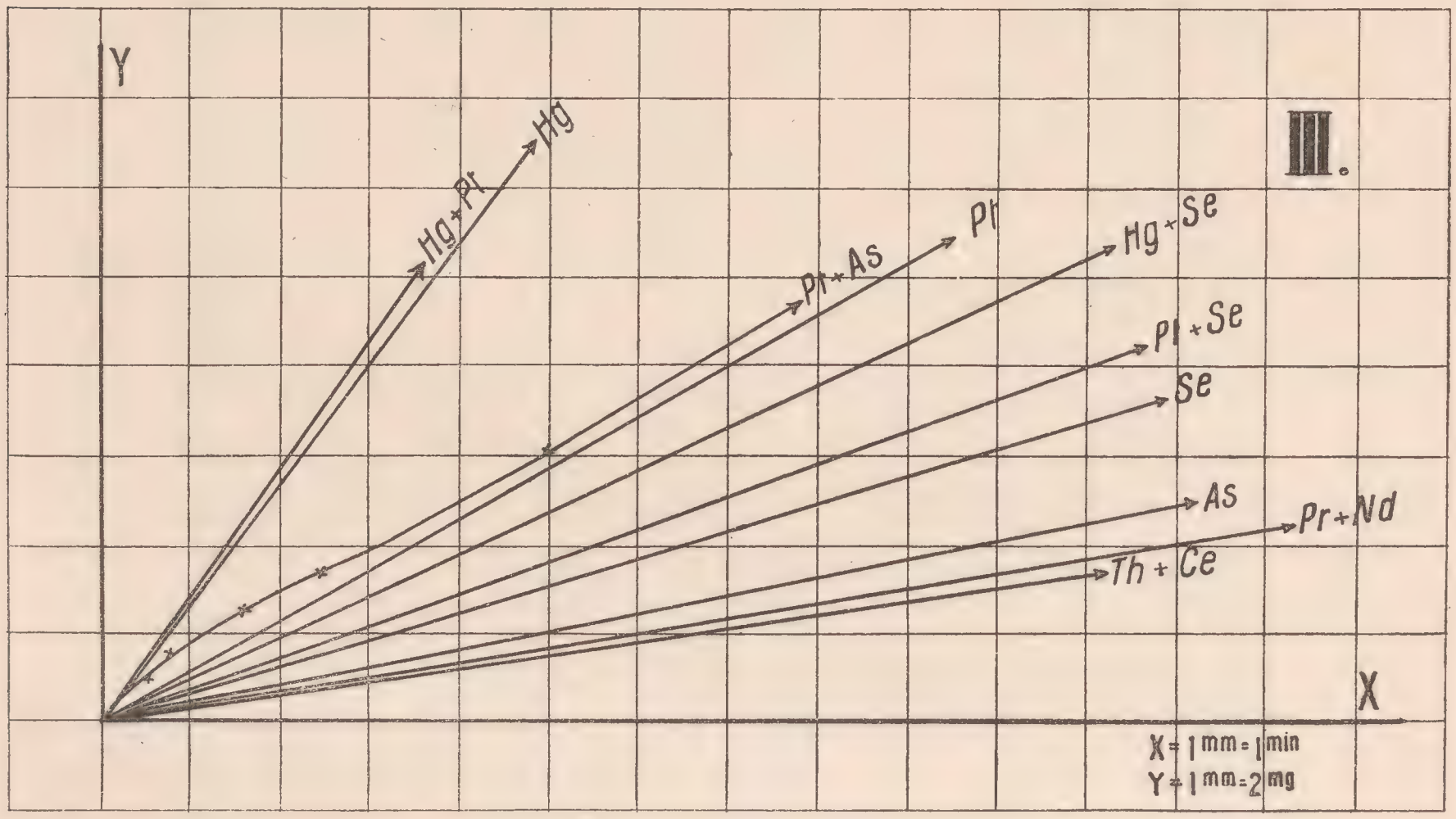


Abb. III.

lichem Masse nicht. (Siehe Abbildung II.) Beim Brom wurden keine konstanten Ergebnisse erzielt, es scheint, das Licht möge eine Einwirkung haben.

Bei den Mischungen wurde gefunden:

Selen tilgt die katalytische Wirkung des Quecksilbersulphats; bei Platin und Quecksilbersulphat erscheint die Reaktion in dem Sinne, als ob nur Quecksilbersulphat vorhanden wäre, ähnlich ist es bei Platin und Selen, die Wirkung ist dieselbe wie bei Selen, Platin kommt nicht in Giltigkeit. Arsentrioxyd stört nicht in grossem Maase die Platinwirkung. Ein Gemisch der Thor und Cersulphate verhält sich beinahe gerade so, wie Ceroxyd selbst. Ein Gemisch der Praseo- und Neodymsulphate beschleunigt die Reaktion nicht. (Siehe Abbildung III.)

Einige Stoffe wurden in Schwefelsäure trotz der Anwesenheit von Schwefeldioxyd und Wasserstoff bei 174° oxydiert. Die Oxydation wurde graphisch dargestellt (siehe Abbildung IV). Tellur oxydiert sich zu Pyrotellurysulphat, Quecksilberoxydulsulphat zu Oxydsulphat und Ferrosulphat zu Ferrisulphat. Manche Oxyde reduzieren sich und es wurden die ent-

sprechenden Kurven des Cerisulphats, der Selen-, Vanadium-, Wolfram-, Molybden- und Titanoxyde sichergestellt. (Abb. IV.)

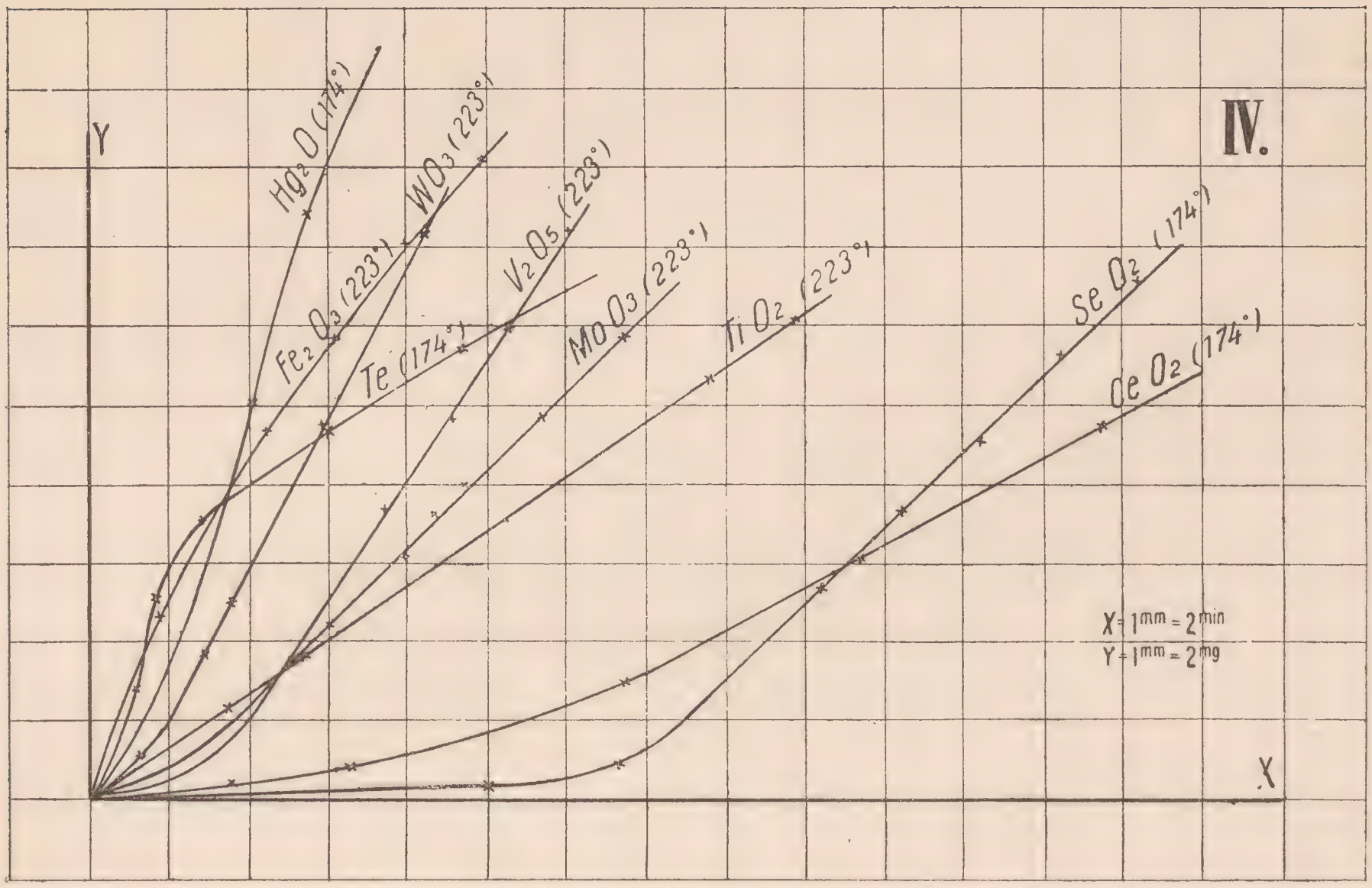


Abb IV.

Der Einfluss der Konzentration des Katalysators bei der Temperatur 174° ist aus dieser Tabelle gut ersichtlich:

Die Menge des Quecksilbers in 25 *cc* H_2SO_4	a/t	
0,01 *mg* Hg	0,802	Bei 174° hatte sich alles gelöst
0,1	0,942	
1,0	2,090	
10	2,253	
100	2,637	
1000	3,420	
5000	3,030	nicht gelöst

Der Einfluss steigt bis zur gewissen Grenze. Diese scheint hier der Löslichkeitsgrenze des Sulphates bei derselben Temperatur zu entsprechen.

Die Konzentration der Schwefelsäure macht sich in gewisser Grenzen geltend. Aus der Abb. V. System XY geht hervor, dass bei der Gegenwart von Mercurisulfat als Katalysator bei 100° C in den Grenzen von 91% bis 96% H_2SO_4 die Menge des gebildeten Schwefeldioxyd in gleicher Zeit fast konstant ist. Dies erklärt auch den Umstand, warum die minimale Wassermenge bei der Reaktion fast keinen Einfluss auf die Reaktions-

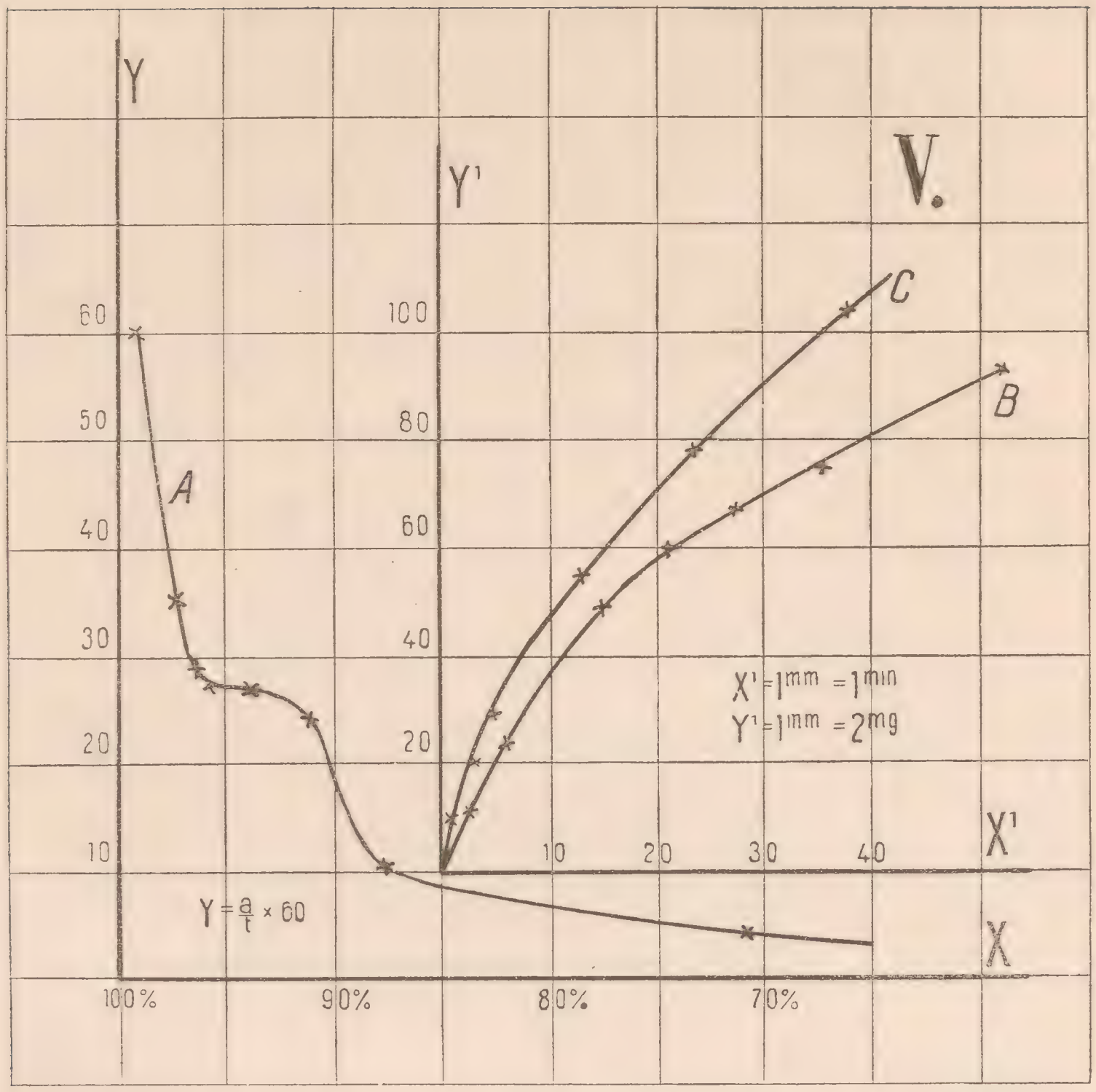

Y
Y'
V.
60
50
40
30
20
10
100
80
60
40
20
A
B
C
X'=1mm =1min
Y'=1mm =2mg
10
20
30
40
X'
X
Y = a/t × 60
100%
90%
80%
70%

Abb. V.

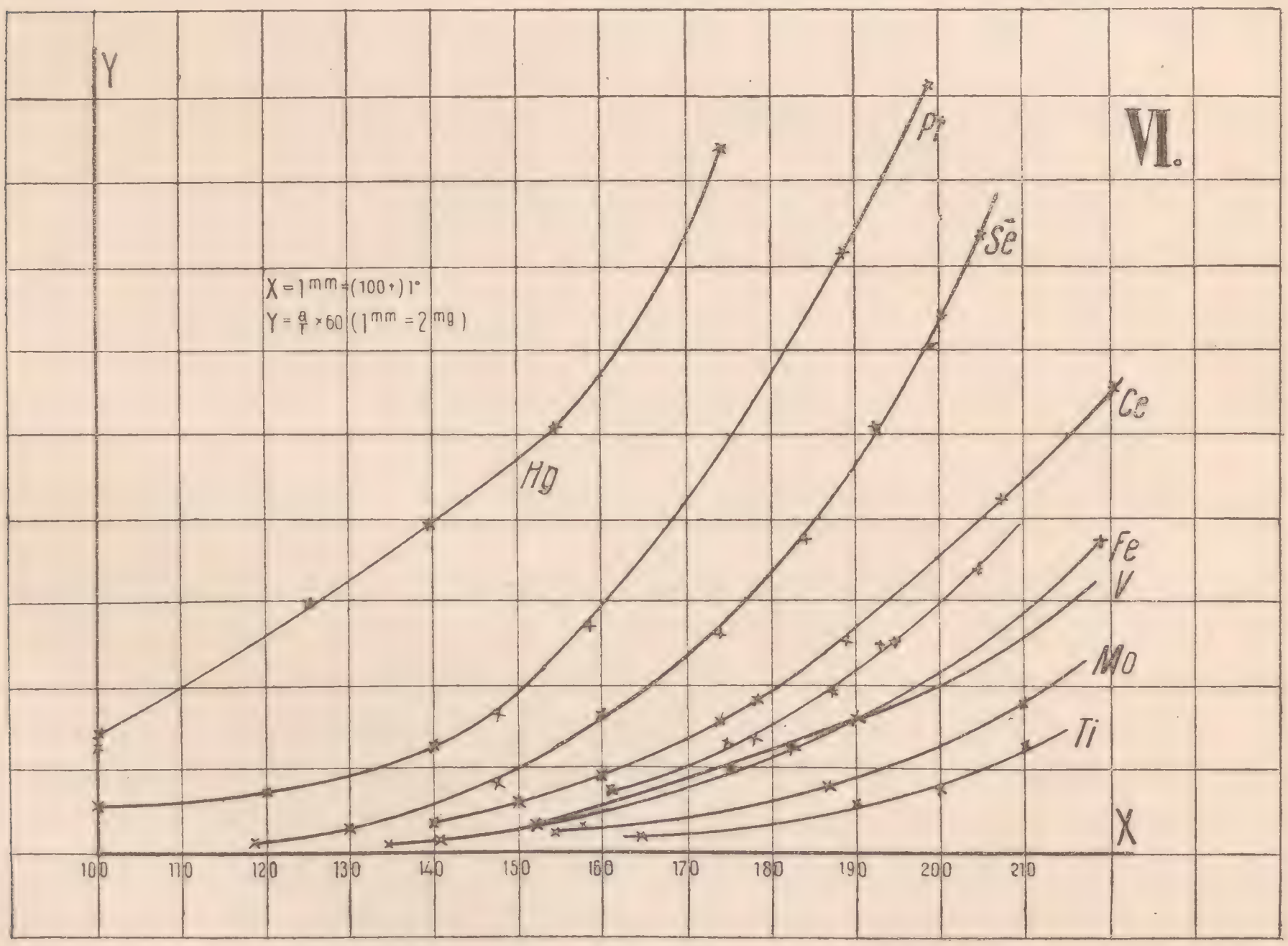

Y
VI.
X=1mm=(100+)1°
Y = a/t ×60 (1mm =2mg)
Pt
Se
Hg
Ce
Fe
V
Mo
Ti
X
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200
210

Abb. VI.

geschwindigkeit aufweist. Die Kurve B (System X^1Y^1) zeigt uns graphisch den Verlauf der Reaktionsgeschwindigkeit mit Pyroschwefelsäure (66,3%) bei 100° C; die Kurve C denselben Fall bei der Temperatur 100° C und in Gegenwart von P_2O_5 (3 *g* P als P_2O_5 in 25 *cc* H_2SO_4). Das sich bildende Wasser erniedrigt die Konzentration des Mediums.

Auch die Durchflussgeschwindigkeit des Wasserstoffgases übt eine gewisse Wirkung auf die Reaktionsgeschwindigkeit aus.

Mit steigender Temperatur bei konstantem Drucke des Wasserstoffgases wächst die Menge des entstehenden Schwefeldioxydgases in einer Kurve. (Siehe Abbildung VI.) Bei Abwesenheit eines Katalysators macht sich die Reduktion der Schwefelsäure mittels Wasserstoffes erst bei 105° C. geltend; in Gegenwart von Quecksilberoxydulsulphates dagegen entstehen schon bei 26° unter sonst gleichen Versuchsbedingungen 8,5 *mg* SO_2 während 251 Minuten. Es wurden auch Einflusskurven des Platins, Selens, ferner Titan- und Wolframsoxydes nach teilweiser Reduktion, des Sulphats, des Praseodyms und Eisens bei verschiedener Temperatur bestimmt.

Kupfersulphat ($CuSO_4$. 5aq) zeigt sich erst nach der Lösung bei 280° in Schwefelsäure als Katalysator, was mit dem Entwässern des $CuSO_4$. aq zusammenhängt.

Licht und Ionisation des Wasserstoffes zeigt keinen namhaften Einfluss auf die Reaktionsgeschwindigkeit.

Im theoretischen Teil wurde über die Ordnung der Reaktion, dann über die Zunahme der Reaktionsgeschwindigkeit bei Anwesenheit der Katalysatoren diskutiert.

Chemisches Laboratorium der k. k. böhm. techn. Hochschule.

Ein Beitrag zur Genese der zentralen Epithelialgeschwülste der Kiefer.

(Aus der chirurgischen Klinik des Prof. Dr O. Kukula in Prag.)

Von

Dr. **Josef Znojemský,** Klin. Assistent.

(Mit 3 Tafeln.)

Vorgelegt am 15. Jänner 1906.

Eine ganze Reihe von Autoren hat sich bereits mit der Aetiologie der zentralen Epithelgeschwülste der Kiefer beschäftigt; trotzdem fehlt bis jetzt eine befriedigende und einheitliche Erklärung derselben. Es war mir daher sehr erwünscht, als mich mein Chef, Herr Prof. Dr. O. Kukula, aufforderte, diese Frage näher zu studieren, und zwar auf Grund zweier Fälle von Geschwülsten dieser Gruppe, von denen der eine durch Operation an unserer Klinik gewonnen wurde, der andere aus dem anatomischen Institute des Herrn Prof. Dr. J. Janošík stammte.

Der erste Fall betrifft die 34jährige F. N., die behufs operativer Beseitigung einer Geschwulst der rechten Unterkiefershälfte in die böhmische chirurgische Klinik aufgenommen worden war. Die Krankheit dauerte nach Angabe der Kranken etwa 3 Jahre; sie begann mit der allmäligen Entwicklung einer Anschwellung in der Mitte des horizontalen Astes der rechten Unterkieferhälfte; die Anschwellung hatte anfangs die Grösse einer Haselnuss und war schmerzhaft, später verschwand die Schmerzhaftigkeit und die Beule wuchs allmälig zur gegenwärtigen Grösse heran.

Status praesens: Die Mitte des horizontalen Astes der rechten Hälfte der Mandibula wird von einem kleinhühnereigrossen, spindelförmigen Tumor eingenommen. Die Haut über demselben ist normal und lässt sich leicht in Falten abheben. Der Tumor ist einheitlich, von glatter Oberfläche, etwas gespannt und gibt bei stärkerer Palpation Pergamentknistern. Die Innenfläche der Mandibula ist nicht vorgewölbt, die Mundschleimhaut intakt, die Drüsen frei von Metastasen.

Operation in Chloral-Chloroformnarkose. Etwa 5 *cm* langer, in der Achse der Mandibula gelegter Schnitt über die grösste Konvexität der Geschwulst; nach Spaltung der Corticalis der Mandibula wurde ein Tumor freigelegt, der vorwiegend in der äusseren Hälfe der Corticalis lag und sich leicht auf stumpfem Wege ausschällen liess. Hirbei fand man, dass derselbe mehrere verschieden große Ausbuchtungen ausfüllte, die offenbar infolge Atrophie des Knochens durch den Druck des Tumors entstanden waren. Die inneren Lamellen der Mandibula erreichte der Tumor nicht, auch bestand nirgends ein Zusammenhang mit den Zahnwurzeln.

Decursus. Verlauf apyretisch; Patientin wurde geheilt entlassen.

Der exstirpierte Tumor hat makroskopisch das Aussehen einer Sarkomgeschwulst; er hat die Form einer Spindel, deren längerer Durchmesser 4 *cm*, deren kürzerer Durchmesser 3 *cm* beträgt.

Er wurde in eine 10%ige Formollösung gelegt, in Alkohol gehärtet und mittels 3%iger Salpetersäure allmälig entkalkt; hierauf wurde er zum Teil in Celluloidin, zum Teil in Paraffin eingebettet und in Serienschnitte zerlegt, die mit verschiedenen Farbstoffen gefärbt wurden.

Bei der makroskopischen Betrachtung sieht man auf den durch das Zentrum des Tumors gelegten, mit Hämatoxylin und Eosin gefärbten Schnitten namentlich an der Peripherie zahlreiche zystische Hohlräume, während sich im Zentrum zahlreiche, intensiv gefärbte Elemente befinden, die von der Peripherie des Tumors in auffallender Weise abstechen. Auf Schnitten, die durch die peripheren Partien des Tumors geführt wurden, findet man an der Oberfläche des Schnittes schwächer gefärbte Lamellen, und in der Richtung gegen die Mitte teils Stellen, die den peripheren Lamellen ähnlich sind, teils zerstreute, intensiv gefärbte Elemente und zwischen beiden grössere und kleinere Zystchen von etwa 5 *mm* Durchmesser.

Bei schwacher Vergrösserung besteht der Tumor im grossen und ganzen aus fibrillärem Bindegewebe als Grundsubstanz, in welcher sich verschieden grosse Knocheninselchen mit gut entwickelten Haversschen Kanälchen vorfinden.

Die oben erwähnten, intensiv gefärbten Elemente bieten sich mikroskopisch als Drüsengebilde dar, die vorwiegend traubenförmig angeordnet sind. Innerhalb dieser Gebilde finden sich kleine, zystisch erweiterte Höhlen, die mit einem Epithelialüberzug ausgekleidet sind und von denen einige vollkommen leer, andere von körnigen Massen erfüllt sind. An einigen Stellen sind die Kerne in dem Bindegewebe um die Drüsengebilde etwas dichter angeordnet.

An der Peripherie des Tumors zieht sich eine Knochenlamelle hin, die zentralwärts (zu den Drüsengebilden) zahlreiche Ausläufer in das Bindegewebe entsendet.

Der drüsige Teil der Geschwulst bietet bezüglich seiner Anordnung sehr verschiedene Bilder dar.

Im allgemeinen kann man Zellstränge unterscheiden, die ins Bindegewebe Fortsätze aussenden und keulenförmig enden, wie wenn es sich um den Typus einer tubulo-acinösen Drüse handelte. (Tafel I., Fig. 1.) Oder auch sehr erweiterte Kanälchen, die in andere, engere übergehen, die sich dendritisch verästeln und ebenfalls drüsenförmig enden, und schliesslich enge oder erweiterte Stränge ohne Ausläufer.

Zysten, die schon mit freiem Auge sichtbar sind, bilden verschieden große Buchten und stehen mit den oben erwähnten Drüsenkanälchen in Verbindung.

Die Auskleidung dieser Zysten ist sehr verschieden; stellenweise sieht man ein einfaches, abgeflachtes und sehr in die Länge gezogenes Epithel, an anderen Stellen ist das Epithel höher und mit länglichen Kernen versehen und schliesslich ist an gewissen Stellen bei schwacher Vergrösserung eine Zellauskleidung nicht deutlich zu erkennen.

In allen diesen Zysten kann man mit Anilinfarbstoffen (namentlich mit Methylenblau) einen sehr feinen, körnigen Niederschlag nachweisen.

In geringerem Maße enthält der Tumor inselförmige Knochengebilde, die aus einzelnen, von einander durch Bindegewebe getrennten Lamellen bestehen. Nirgends reichen die Drüsengebilde bis an die Knochensubstanz, sondern sind von derselben stets durch Bindegewebe getrennt. An vielen Stellen ist das Drüsengebilde von einer mächtigen Schichte einer glasigen, homogenen, kernlosen Masse eingeschlossen.

Auffallend ist die verhältnismässig geringe Zahl der Bindegewebsgefässe.

Bei stärkerer Vergrösserung macht die Struktur der ganzen Geschwulst den Eindruck, dass das erste und jüngste Stadium des drüsenförmigen Gebildes jene schmalen, langen Stränge darstellen, die auf dem Schnitte aus zwei Schichten eines fast kubischen Epithels bestehen.

Basalwärts sind diese Zellen gegen das Bindegewebe scharf abgegrenzt; nach innen lagern sie sich derart aneinander, dass der ganze Strang die Form eines soliden Zylinders annimmt, der aus Zellen besteht und kein Lumen besitzt. Der Zellkern ist gross, rund und hebt sich oft nicht deutlich genug ab, da sich das Zellplasma sehr intensiv färbt. Die einzelnen Zellen sind an ihrer Basis nirgends dicht aneinader gelagert, sondern stets durch einen schmalen, lichten Hof von einander getrennt.

Bei noch stärkerer Vergrösserung bemerkt man zwischen den Zellen deutliche, doch äusserst zarte Verbindungen, die an die sogenannten Riffzellen der Haut erinnern. (Tafel I. Fig. 2.)

Wenn wir einen solchen Zellstrang in seinem weiteren Verlaufe verfolgen, so finden wir, dass er sich zuerst teilt, indem er einen Seitenast abgibt, der sich dann an seinem Ende keulenförmig erweitert. An der Peripherie dieser Erweiterung behalten die Zellen unverändert ihre senkrechte Stellung, aber im Inneren der erweiterten Partie des Kanälchens findet sich eine neue Zellgruppe.

Wie aus Fig. 2. auf Tafel I hervorgeht, sind die peripher gelagerten Zellen höher, von zylindrischer Form, senkrecht verlängert und dünkler gefärbt; nach innen legen sich ihnen Zellen von mehr polygonalem Charakter an. Diese färben sich nicht so dunkel wie die peripheren und lassen zwischen sich kleine Zwischenräume.

An diesen Zellen tritt der Typus der Riffzellen sehr deutlich hervor. An anderen, einem weiteren Entwicklungsstadium des flaschenförmigen Gebildes entsprechenden Stellen sind die peripheren Zellen wiederum zylindrisch, aber nach innen liegt eine grössere Anzahl hellerer Zellen wie beim vorgehenden Stadium, nur mit dem Unterschiede, dass die Zwischenräume zwischen den einzelnen Zellen grösser sind, die Interzellularbrücken deutlicher hervortreten, die Zellen sich nach einer Richtung verlängern, ihre Körper um den Kern schrumpfen und in mehrere Fortsätze auslaufen, mittels deren sie unter einander zusammenhängen. Auf diese Weise entstehen sogenannte Sternzellen. (Tafel I. Fig. 3.)

Untersuchen wir einen Schnitt durch einen grösseren als den eben beschriebenen Zapfen, so finden wir zwar dieselben Verhältnisse, nur dass die Sternzellen nahe dem Zentrum länglicher sind und längere und deutlichere Ausläufer haben; im Zentrum ist eine zellenfreie Stelle.

Man muss wohl annehmen, dass durch die Zunahme des Umfangs des ganzen Säckchens das Material zur Ausfüllung des Zentrums nicht ausreichte und dass die zentralen Zellen wohl aus rein mechanischen Gründen — durch Auseinanderweichen — jene zentrale Höhle des Zapfens gebildet haben. (Tafel I. Fig. 4.)

Diese Verhältnisse finden sich bei den kleinen Zapfen; an den mikroskopisch sichtbaren Zysten (Tafel I. Fig. 5) sieht man weitere Veränderungen: der Saum wird wie bisher wiederum durch ein Zylinderepithel gebildet, das gegen das Bindegewebe scharf abgegrenzt ist *(c)*; diesen Zellen sitzen Sternzellen *(h)*, die mit den Zylinderzellen durch Ausläufer zusammenhängen. Aber gegen das Zentrum sieht man Gruppen ganz anders charakterisierter Zellen: ihre Körper und zumeist auch die homogenen Kerne (— sie färben sich mit Hämatoxylin und Methylenblau —) fliessen ineinander und färben sich diffus. Diese Zellschichte macht den Eindruck verhornter, mit Keratohyalin gefüllter Zellen; in derselben finden sich geradezu bizarre Formen vor. (Tafel I. Fig. *5 a.*)

Offenbar handelt es sich um Degenerationsformen des Epithels. So z. B. finden wir zwischen scharf abgegrenzten, polygonalen Zellen eine grosse, aufgequollene Zelle (mit undeutlicher Kontur), in der sich ausser dem Kern noch ein zweiter, ungefärbter, einen Nucleolus enthaltender Kern befindet; an einer anderen Stelle ist der Zellkörper hell und in demselben eine (mit Methylenblau) dunkel gefärbte Partie mit einer deutlich gezeichneten Vakuole; an einer dritten Stelle ist der Zellkörper von mehreren Vakuolen durchsetzt und schliesslich ist an einer vierten Stelle der Kern vergrössert und enthält zerstreutes Chromatin.

An einigen spärlichen Stellen finden sich im Zentrum der flaschenförmigen Epithelgebilde Epithelperlen ähnliche Gebilde, von denen sie sich nur dadurch unterscheiden, dass sie sich (nach van Gieson) nicht so intensiv färben wie beim Kankroid; ferner fehlt hier die charakteristische Kompression und die zwiebelartige Anordnung der Zellen und des Keratohyalins. (Tafel I. Fig. 6.)

Kleinere, makroskopisch sichtbare Zysten zeigen zumeist dieselbe Struktur wie die oben beschriebenen Zystchen, nur mit dem Unterschiede, dass die Schichte der Sternzellen schmäler, dünner ist; dasselbe gilt von der homogenen Schichte mit den degenerierten Zellen, was sich durch den mechanischen Druck seitens des Sekretes erklären lässt. (Tafel I. Fig. 7.)

In den grössten Zysten fehlt die Schichte der Sternzellen vollständig, ebenso auch zumeist die Schichte der degenerierten Zellen, so dass nur die Zystenwand übrig bleibt, die mit einem kubischen Epithel ausgekleidet ist, das sich bei noch weiterer Entwicklung der Zysten in die Länge streckt; dadurch nehmen die Zellen Spindelform an und ihre Formation ähnelt jener der Endothelzellen. Dabei sieht man stellenweise noch Reste der homogenen (verhornten) Zellen, die der basalen Zellreihe aufsitzen.

Aus den beschriebenen mikroskopischen Bildern kann man folgende Schlüsse ziehen:

Es handelt sich hier um eine zentrale Epithelgeschwulst des Unterkiefers, bei der man ihre verschiedenen Entwicklungsstadien beginnend von den soliden drüsenförmigen Strängen und Zapfen bis zur Entwicklung verschieden grosser Zysten verfolgen kann.

Als jüngstes (erstes) Stadium kann man jene schmalen, drüsenförmigen, aus zwei Schichten eines fast kubischen Epithels bestehenden Gebilde ansehen: bei starker Vergrösserung kann man zarte Interzelullarverbindungen (den Anfangstypus der Riffzellen) konstatieren.

Im nächsten (zweiten) Stadium kann man sehen, wie sich jene soliden Stränge vergrössern, dendritisch verästeln und an ihren Enden ampullenförmig erweitern.

Die Ampulle unterscheidet sich vom ersten Stadium dadurch, dass die peripherischen Zellen höher und zylindrisch sind, während das Zentrum von polygonalen Zellen ausgefüllt ist. Bei der weiteren Entwicklung flachen sich die polygonalen Zellen ab und strecken sich; dadurch entstehen Interzellularräume, die immer grösser werden, bis es schliesslich zur Entstehung sternförmiger Zellgebilde mit einem zarten Körper und zahlreichen, untereinander zusammenhängenden und netzförmig angeordneten Fortsätzen kommt.

Im letzten Stadium kommt es teils zur Bildung von Vakuolen, teils zu degenerativer Umwandlung der Sternzellen in sehr bizarre Gebilde, dann zum Verschwinden dieser und zur Entstehung kleiner Zysten, worauf schliesslich fast alle Zellgebilde bis auf den Zystenrand verschwinden und

grössere Zysten mit einem körnigen Inhalt, der sich mit Methylenblau intensiv färbt, resultieren. Dabei verwandelt sich auch die primitive — zylindrische — Auskleidung in eine kubische, bis sie schliesslich zu Spindelzellen wird.

Der zweite, aus dem anatomischen Institut des Herrn Prof. Dr. J. Janošík stammende Tumor ist analog dem ersten Tumor eiförmig; sein längerer Durchmesser beträgt $3^1/_2$ *cm,* der kürzere $2^1/_2$ *cm.* Auf dem Schnitt ist er von einer Knochenlamelle umgeben und besteht aus einem weisslichen, von zahlreichen Gefässen durchsetzten Gewebe. Im Zentrum des Tumors befindet sich eine grössere Zyste, während in den Seitenpartien eine ganze Reihe kleinerer Zysten gelagert ist; zwischen denselben bemerkt man hie und da so harte Herde, dass man sie mit dem Messer nicht zerschneiden kann; dieselben lassen sich ausschälen.

Behufs Untersuchung wurde ein Teil des Tumors entkalkt, während kleinere Stückchen unentkalkt geschnitten wurden.

Bei der mikroskopischen Untersuchung fand man, dass in der Geschwulst epitheliale Gebilde überwiegen, die zu verschiedenen Formen angeordnet sind u. zw. teils lange, solide, bloss aus zwei nebeneinander liegenden Zellreihen bestehende Stränge, teils trauben-, stern- oder ringförmige Gebilde mit zahlreichen Ausläufern am Rande; schliesslich sieht man an einzelnen Stellen Epithelgebilde mit Zysten von verschiedener Form und Grösse, die von einer oder von zwei Reihen eines kubischen Epithels ausgekleidet sind. (Tafel II. Fig. 1: *n.*)

Grosse Zysten sind mit Pflasterepithel ausgekleidet. (Tafel II. Fig. 2: *e, c.*)

Eine auffallende Erscheinung fast aller Epithelgebilde ist eine Menge von Perlen (Tafel II. Fig. 3. *pe* und Tab. III. Fig. 1), die stellenweise sehr gross sind und sich dadurch auszeichnen, dass die Kerne der zwiebelartig angeordneten Epithelzellen sehr gut kenntlich sind und keinen Farbstoff annehmen.

Nicht weniger interessant sind gewisse Stellen des Präparates, die das Aussehen eines Säckchens besitzen, das im Zentrum aus Bindegewebszellen mit zahlreichen Ausläufern besteht, die an myxomatöses Bindegewebe erinnern, an der Peripherie aber mit einer Schichte kubischen, manchmal auch höheren Epithels bedeckt sind. Derartiger Säckchen pflegen auch mehrere beisammen zu liegen. (Tafel II. Fig. 5: *e, m.*)

An anderen Stellen sieht man an schief getroffenen Epithelzylindern Gebilde, die an der Peripherie hohe Zylinderzellen mit einem zentral gelegenen Kern, im Zentrum aber charakteristische Sternzellen tragen und die ringsum von fibrillärem Bindegewebe umgeben sind, was in den Präparaten im allgemeinen nur spärlich vorhanden ist.

Bei starker Vergrösserung sieht man, dass von den Zylinderzellen sehr zarte Ausläufer in das umgebende Bindegewebe ausgehen. An der Peripherie dieser Zylinderzellen konstatiert man eigentümliche tropfenförmige Gebilde, die stark glänzen und sich mit Eosin färben.

Schliesslich findet man Epithelbildungen von länglich-ovaler Gestalt mit hohen Zylinderzellen an der Peripherie und Sternzellen im Zentrum, in denen man kleinere und grössere Kugeln konstatieren kann (Tafel II. Fig. 6.). Der Körper der Zylinderzellen ist ganz hell, der Kern befindet sich an der Basis.

Der Peripherie dieser Gebilde sitzt an einigen Stellen eine vollständig homogene Schicht auf, in der man hie und da Ausläufer von Zylinderzellen bemerkt. Diese Schichte, die sich makroskopisch in Form äusserst harter, verknöcherter Herde offenbart, dürfte dem Email (Tafel II. Fig. 6: *e m*) entsprechen, während die Zylinderzellen den Emailoblasten entsprechen würden (Tafel II. Fig. 6: *e b*).

Aus dieser kurzen mikroskopischen Beschreibung geht hervor, dass es sich aber im vorliegenden Falle um eine Epithelgeschwulst des Unterkiefers handelt, die sich aber von der zuerst beschriebenen Geschwulst einigermaßen unterscheidet.

Der wichtigste und wesentliche Unterschied beruht in dem Befunde des Emails, der Emailoblasten und zahlreicher Perlen, ein Befund, den wir bei der ersten Geschwulst vermissen.

Ein zweiter, ebenfalls wichtiger Unterschied besteht schliesslich darin, dass wir hier weder die typische Verhornung, noch degenerative Veränderungen des Epithels, sondern nur eine Abschälung desselben konstatieren.

Tumoren von einer solchen Struktur wurden in der Literatur schon öfters beschrieben; ich verweise hier nur auf die genauen Literaturangaben bei Bennecke (Deutsche Zeitschrift für Chirurgie. XLII. S. 424, bei Becker (Archiv für klinische Chirurgie XLVII. S. 52) und bei Pineus (Archiv für klinische Chirurgie. LXXII. S. 995).

Wenn wir, die Literaturangaben durchblättern, so finden wir, dass über die Genese der zentralen Epithelgeschwülste der Kiefer verschiedene Ansichten, sowie auch verschiedene Bezeichnungen für diese Tumoren existieren. Was zunächst die Nomenklatur betrifft, so sprechen manche Autoren von benignen Epithelgeschwülsten, andere von multilokulären Kystomen, wieder andere von Adenoma cysticum oder Adenoma adamantinum u. s. w.; die letzte Bezeichnung ist von dem Umstande abgeleitet, dass die Epithelbildungen dieser Tumoren eine gewisse Ähnlichkeit mit den Gebilden des Emails besitzen.

In bezug auf die Erklärung ihrer Genese neigt die Mehrzahl der Autoren zu der Theorie von Malassez hin, nach welcher diese Tumoren aus den sog. »débris épithéliaux paradentaires« entstehen.

Eine ähnliche Idee hat schon Falkson v. J. 1879 auf Grund der Untersuchung eines multilokulären Kystoms ausgesprochen; nach seiner Ansicht muss der Ursprung der Elemente der Epithelialgeschwülste in eine enge Beziehung mit der Entwicklung eines überzähligen Emailorgans gebracht werden. Zur Entstehung der Geschwulst genügt nur eine Ausstülpung desselben, keineswegs ist das ganze Organ von nöten.

Die Theorie Malassez' wurde von einer ganzen Reihe von Autoren akzeptiert. Kruse weist bei seinem ersten Tumor auf die grosse Ähnlichkeit der Epithelstränge mit dem Epithel des Emailorgans eines 3—4monatigen Fötus hin; in seinem zweiten Falle findet er eine Analogie mit dem Emailorgan eines 6monatigen Fötus und schliesst sich auf Grund dieser Befunde der Ansicht Malassez' an und zwar aus dem Grunde, weil die von ihm untersuchten Tumoren entsprechend den verschiedenen Formen der »débris épithéliaux paradentaires« nach Malassez einen verschiedenen Zelltypus aufwiesen. Diese Zellen sind nahe der Oberfläche flach, polygonal, dem Epithel der Mundschleimhaut ähnlich, während jene in der Nähe des Emailorgans zylindrisch sind. Zwischen beiden Arten befinden sich Übergangsformen (kubische oder polygonale). Seine drei Fälle enthielten alle diese Epitheltypen; mit Recht schliesst er daher daraus, dass bald die eine, bald die andere Zellgruppe durch Wucherung den Tumor gebildet hat.

Derselben Ansicht schliessen sich auch Nasse, Derujinsky, Becker, Bennecke, Haasler u. a. an.

Kolaczek bezeichnet den von ihm beobachteten Tumor als Adenocystom und leitet seinen Ursprung vom embryonalen Drüsengewebe der Mundhöhle ab, das nicht seine normale physiologische Vollendung erreicht hatte.

In ähnlicher Weise erklärt sich Büchtemann die Entstehung des Tumors, nur mit dem Unterschiede, dass er auch ein Eindringen und Wuchern des gesunden Epithels aus der umgebenden Mundschleimhaut in das wuchernde Geschwulstgewebe, das er für ein typisches Karzinom hält, supponiert.

Zum richtigen Verständnis der Anschauungen der verschiedenen Autoren, speziell der Theorie Malassez' über die Genese der zentralen Epithelialgeschwülste der Kiefer, sowie auch meiner eigenen, auf Grund der Untersuchung zweier Fälle gewonnenen Ansicht muss ich vor allem die Entwicklung der Zähne kurz erwähnen.

Auf einem Frontalschnitt (Tafel III. Fig. 2) durch beide Kiefer eines Zieselembryos ist die ganze Mundhöhle von der buccalen (5) und gingivalen (2) Schleimhaut mit den Zahnanlagen (4) umschlossen. Unter und über der Schleimhaut findet sich eine mesoblastische Partie, in der sich der Unter- und Oberkiefer, umgeben vom äusseren Epiblast (1), entwickelt.

Die Entwicklung der Zähne beim Menschen*) beginnt im zweiten Monat des embryonalen Lebens. Das Epithel der Mundschleimhaut, das aus einer basalen Schicht zylindrischer, dem Mesoderm aufsitzender Zellen und aus mehreren Schichten platter Zellen besteht, stülpt sich längs der Anlage des zukünftigen Kiefers als eine zusammenhängende Leiste, die sog. Zahnleiste die eine gemeinsame Anlage aller Zähne darstellt, in die

*) Auszug aus den Histologien von Janošík u. Stöhr.

Tiefe ein. Die Zähne entwickeln sich in der Weise, dass von jener Leiste aus Epithelausläufer in die Tiefe wachsen, die beim weiteren Wachstum anschwellen und das Emailorgan darstellen. Später erweitern sich dieselben zu Säckchen, die gegen das Mesoblast eine breite Basis besitzen und mittels eines schmalen Halses mit dem Epithel der Mundhöhle zusammenhängen. Frühzeitig lockern sich die zentral im Säckchen gelegenen Zellen, scheiden sich von einander durch eine zunehmende sulzartige Masse ab und nehmen Sternform an. Gegen die Basis des Säckchens wächst das Bindegewebe in Form einer Papille, wodurch das Säckchen nach innen eingestülpt wird.

An dem so entstandenen Säckchen kann man unterscheiden:

a) das Innenepithel des Zahnsäckchens, d. i. jenen Teil des Säckchens, der durch die Bindegewebspapille eingestülpt ist; dasselbe besteht aus hohen Zylinderzellen;

b) das Aussenepithel des Zahnsäckchens; es hängt mittels eines Epithelstreifens mit dem Oberflächenepithel des Kiefers zusammen; schliesslich

c) das Netzgewebe. Dasselbe besteht aus Sternzellen mit mehreren Fortsätzen, die mit analogen Fortsätzen benachbarter Zellen in Verbindung stehen und ein dichtes Netz bilden; in den Zwischenräumen befindet sich eine helle, schleimige Flüssigkeit.

Mit fortschreitender Entwicklung nehmen die Bindegewebszellen an der Oberfläche der Zahnpapille die Form der Zylinderzellen an und heissen Odontoblasten. Während diese Zellen das Dentin erzeugen, liefern die Zellen des Innenepithels des Zahnsäckchens das Email.

Wie erwähnt, hängt die Zahnanlage mit dem Epithel der Kieferoberfläche durch einen schmalen Epithelstreifen zusammen. Aus diesem wächst als Anlage des bleibenden Zahns ein neuer Zapfen hervor.

Die Epithelien des Zahnsackhalses (jenes Epithelstreifens, mittels dessen der Zahnsack mit dem Epithel der Mundhöhle zusammenhing) unterliegen der Regression; sie werden von Gefässen und Bindegewebe durchwachsen, wodurch Inselchen und Epithelhäufchen entstehen; an vielen Stellen entwickeln sich sodann Epithelperlen.

Während das Innenepithel des Zahnsäckchens Email produziert, unterliegen die Zellen des Aussenepithels des Zahnsäckchens ebenfalls regressiven Veränderungen.

Mit der Bildung des Emails ist die produktive Tätigkeit der epithelialen Elemente der Zahnanlage beendet; trotzdem beteiligt sich aber das Epithel gleichsam passiv an der Zahnbildung noch weiter und zwar in folgender Weise:

An jener Stelle, wo das Aussenepithel des Zahnsäckchens mit dem Innenepithel zusammenhing, wächst das Epithel nach der Bildung des Emails nach der Tiefe gegen jene Stelle, wo sich die Zahnwurzel bilden soll. Dieses Epithel stellt die sog. Epithelscheide der Zahnwurzel vor, die aus zwei Schichten von Epithelzellen besteht, welche die in der Verlänge-

rung der Pulpa gelegene Bindegewebspartie umschliessen. Ihre Rolle ist, wie bereits erwähnt, nur eine passive; sie dürfte nur den Zweck haben, eine Basis für die flächenhafte Anordnung derjenigen Odontoblasten abzugeben, die das Dentin der Wurzel zu bilden haben.

Bald ist auch ihre Aufgabe beendet; die kontinuierliche Lamelle verliert ihre Kontinuität, indem sie vom Bindegewebe durchwachsen wird. Reste derselben finden sich in ausgebildeten Zähnen als Epithelhäufchen oder -Inselchen in Form der sogenannten Epithelmassen.

Mit der Bildung des Emails ist die produktive Tätigkeit der epithelialen Elemente des Zahnsäckchens beendet.

Die Epithelien der Epithelscheide vermögen kein Email mehr zu bilden; zum Beweise dessen könnte man vielleicht jene eigentümlichen Gebilde des Kiefers, die Baume als schmelzlose rudimentäre Zähne bezeichnet hat, heranziehen.

Derselbe Autor hat als erster in der Tiefe des Kiefers eingentümliche Gebilde entdeckt die die Grösse eines Reiskorns und die Form eines wirklichen Zahnes besitzen und Krone und Wurzel haben. Das Substrat eines solchen Zahnes bildet Zahnbein mit einer normalen Pulpahöhle, die Wurzel ist mit Cement bedeckt und auch die Krone deckt eine mächtige Cementschicht. Von Email findet sich in diesen Gebilden keine Spur.

Der Befund dieser Gebilde wurde allgemein als Atavismus hingestellt.

Tomes*) behauptet, dass die Mehrzahl der Säuger und auch der Mensch in der Eocen-Periode ein Gebiss nach folgendem Schema besass: $\frac{3.\ 1.\ 4.\ 3.}{3.\ 1.\ 4.\ 3.}$; das Gebiss zählte also im ganzen 44 Zähne.

Im Laufe der Zeit fielen einzelne Zähne aus dieser Formel des Säugetiergebisses aus; beim Menschen z. B. verschwanden in jedem Viertel des Gebisses ein Schneidezahn und zwei Prämolaren.

Die erwähnten rudimentären schmelzlosen Zähne sollen nun Reste dieser aus dem Gebisse verschwundenen Zähne sein.

Jesenský**) erklärt die Entstehung der erwähnten Gebilde auf eine andere Weise u. zw. folgendermaßen: aus jener Epithelscheide der Zahnwurzel kann sich ein Teil abspalten, der die Grundlage zur Bildung eines ganz selbständigen, von dem ursprünglichen Zahne getrennten Gebildes abgeben kann, das aus Cement und Dentin zusammengesetzt ist. Email besitzt dasselbe nicht, weil dem Epithel der Wurzelscheide die Fähigkeit der Emailbildung abgeht. Diese schmelzlosen Zähne könnten ein Beweis dafür sein, dass das Epithel, das sich passiv an der Bildung der Wurzel beteiligt, kein Email bilden kann.

Malassez untersuchte bei Erwachsenen Schneidezähne, Spitzzähne, Prämolaren und Molaren und fand bei denselben, namentlich in der Nähe

---

*) Citiert nach Jesensky.

**) Časopis lékařů českých. XLV. No. 12.

des alveolodentalen Ligaments (Wurzelperiosts) zahlreiche Gruppen von Epithelzellen von verschiedener Form: runde, zylindrische, ovale oder von der Form langer, traubenförmig verästelter Stränge u. s. w. Er bezeichnete dieselben als »débris épithéliaux paradentaires« oder kurz als »Parodontarium«. Nach seiner Ansicht handelt es sich da um die eben erwähnten Reste der mit der Zahnentwicklung in Zusammenhang stehenden Epithelgebilde. Diesen Resten misst er eine grosse Bedeutung in pathologischer Beziehung bei; er glaubt, dass sie die Ausgangspunkte verschiedener Epithelgebilde sind u. zw. der Granulome der Zahnwurzeln (fungosités radiculo-dentaires), der alveolodentalen Kysten an der Wurzelspitze, der Epuliden und der intramaxillaren Tumoren.

Ausserdem erblickt er in ihnen die Anlage verschiedener multilokulärer, einfacher oder Zähne enthaltender Kieferzysten und der Karzinome.

Entsprechend dieser Theorie erklärt eine ganze Reihe von Autoren die Genese der zentralen Epithelialgeschwülste der Kiefer.

Diese Ansicht scheint mir aber namentlich für die im Innern des Kiefers gelegenen Epitheltumoren nicht die richtige zu sein und zwar aus folgenden Gründen:

Débris épitheliaux paradentaires sind Epithelreste, die nach Abschnürung des definitiven Zahnsäckchens entstehen und aus den Epithelien des Stiels (des Halses), durch welchen das Säckchen mit dem Epithel der Mundhöhle in Verbindung stand, ferner aus den Epithelien des Aussenepithels des Zahnsäckchens bestehen.

Diese Reste befinden sich, wie bei der Zahnentwicklung erwähnt wurde, im Zustande der Regression und wenn sie nicht zu Grunde gehen, so liegen sie im weichen Gewebe ohne irgendwo den Knochen zu erreichen.

Nehmen wir die Entstehung der Geschwülste aus diesen Resten an, dann müssten sie sich im weichen Gewebe entwickeln und bei ihrem weiteren Wachstum die Gingiva verdrängen vielleicht sogar den Knochen usurieren, niemals aber könnten sich dieselben im Zentrum des Knochens entwickeln. Ein solcher Tumor müsste stets in den Weichteilen entstehen, müsste mit dem Oberflächenepithel der Gingiva bedeckt sein und seine mikroskopische Struktur müsste nur epitheliale Elemente oder Zysten enthalten, niemals aber Bestandteile der Zähne (Email, Dentin) oder gar ganze Zähne, die ebenfalls in verschiedenen Tumoren gefunden wurden.

Mit Recht haben daher schon Hildebrand und Pincus die Richtigkeit der Theorie von Malassez bezweifelt. Hildebrand beschreibt bei seinem Tumor ausser Zahnmassen noch Epithelreste, die nach seiner Ansicht mit den débris épithéliaux paradentaires Malassez' identisch sind und zweifelt an der Möglichkeit, dass sich aus denselben Email entwickeln könnte, ohne aber seine Meinung näher zu begründen.

Pincus gibt diese Theorie nur für die Erklärung der Genese jener Tumoren zu, welche Epithelelemente ohne Differenzierung oder aber Email enthalten.

Die Genese jener Geschwülste, in denen vollständig oder rudimentär entwickelte Zähne gefunden wurden, bringt Pincus mit der Epithelscheide der Zahnwurzel in Zusammenhang, die ich bei der Beschreibung der Zahnentwicklung erwähnt habe und die, wie ich bemerkte, kein Email zu produzieren vermag.

Aus dem letzten Grunde bin ich der Ansicht, dass auch die Theorie von Pincus die Entstehung jener Tumoren, welche vollständig entwickelte Zähne enthalten, nicht erklären kann.

Meiner Ansicht nach lässt sich aber die Genese aller Epithelgeschwülste im Innern des Kiefers auf folgende Weise erklären:

Auf Tafel III. Fig. 2, die ich bereits oben erwähnt habe, finden wir:

a) das äussere Epiblast — die spätere Haut (1);

b) eine Epithelschichte, die der Gingivalschleimhaut (2) entspricht, von der die Zahnsäckchen (bei 3 und 4) ausgehen und schliesslich eine Epithelschichte, die der Wangenschleimhaut (5) entspricht.

Wie bekannt, kommen gerade im Gesichte verchiedene Geschwülste und Zysten vor, die wir uns durch fötale Inklusionen erklären, die gerade an diesen Stellen leicht zustande kommen. An eine änliche Inklusion in den mesoblastischen Anteil muss man auch bei den zentralen Kiefergeschwülsten denken. Nach dem Orte und der Provenienz der fötalen Inklusion muss man auf eine verschiedene Struktur der Kiefergeschwülste schliessen.

A. Kommt es zu einer Inklusion eines Teiles des Oberflächenepiblastes — der späteren Haut — (Tafel III. Fig. 2:1) ins Mesoblast und zur Proliferation desselben bis zur Entstehung eines Tumors, dann findet man in dem zentral im Knochen liegenden Tumor Gebilde, welche ihren Ursprung vom Epithel der Haut nehmen.

B. Werden in das Mesoblast Teile des Epithels der zukünftigen Bukkal- (Tafel III. Fig. 2:5) oder Gingivalmukosa (Tafel III. Fig. 2:2) inkludiert, dann finden sich im Tumor Epithelgebilde, eventuell auch Drüsengebilde, die zur Entstehung kleinerer oder grösserer Zysten Veranlassung geben können.

C. Wird ein kleiner Teil eines Zahnsäckchens bei gleichzeitiger Inklusion des Gingivalepithels (Tafel III. Fig. 2:3) inkludiert, dann kommt es zur Entstehung von Gebilden, die de norma von diesen Partien ihren Ursprung nehmen, also teils mehr oder weniger rudimentär entwickelter Zähne, teils epithelialer Gebilde.

D. Schliesslich kann es sich auch nur um die Inklusion eines Zahnsäckchens oder eines Teiles desselben handeln (Tafel III. Fig. 2:4) und dann findet man in dem Tumor entweder ganze Zähne oder nur Derivate derselben (Email, Dentin, usw.).

Dieser Genese entsprechen die beiden von mir untersuchten Fälle.

Die Genese des ersten Tumors erkläre ich mir in folgender Weise: Während des embryonalen Lebens wurde, offenbar schon sehr frühzeitig,

ein Teil des Epithels der Mundhöhle, entweder des bukkalen oder des gingivalen, ins Mesoblast eingeschlossen. Der mesoblastische Anteil wuchs in normaler Weise; später aber erfolgte aus unbekannten Gründen eine Proliferation des inkludierten Epithels und im Kiefer begann sich allmälig ein Tumor zu entwickeln.

Dieser Genese entspricht ganz deutlich der mikroskopische Befund des Tumors. Es fand sich eine ganz charakteristische Wucherung des Epithels, die offenbar nur von einer inkludierten Partie des Epithels der Mundhöhle seinen Ausgang genommen haben konnte. In keinem einzigen Präparate fanden wir eine Spur von Zahnsubstanz, die die Annahme einer Entstehung aus einem Zahnsäckchen gestatten würde*).

Die Genese des zweiten Tumors erkläre ich mir durch Inklusion des Gingivalepithels bei gleichzeitiger Inklusion eines Teiles eines Zahnsäckchens ins Mesoblast u. zw. wiederum an jener Stelle, wo sich der Knochen entwickelt, wie aus folgendem hervorgeht:

Auf Fig. 4 (Tafel II), welche der Zahnentwicklung eines menschlichen Fötus aus dem 8. Fötalmonat entspricht und die mir vom Herrn Doz. Dr. Jesenský freundlichst zur Verfügung gestellt wurde, finden wir folgende Verhältnisse:

Geschichtetes Gingivalepithel (*g*), von welchem Reste eines Epithelstranges (Malassez' débris) ins Bindegewebe ziehen; im Verlaufe desselben sieht man Epithelkugeln (*pe*), die den sog. Epithelperlen in unserem Tumor vollständig entsprechen.

Der Epithelstrang läuft weiter, stellenweise von Gefässen durchzogen, gibt seitwärts Ausläufer ab und geht in das Säckchen eines in Entwicklung begriffenen bleibenden Zahns über.

Vergleichen wir die Epithelstränge unseres Tumors und seine Perlen mit den analogen Gebilden, die bei der normalen Entwicklung eines Zahns auftreten, so konstatieren wir eine vollkommene Identität beider Gebilde. Auch in dem Tumor sehen wir, dass der Epithelstrang Seitenäste abgibt und Epithelperlen enthält. (Tafel II. Fig. 3: *pe*).

An jenen Stellen des Tumors, wo wir säckchenförmige Gebilde bemerken (Pseudozahnsäckchen), konstatieren wir wiederum eine vollständige Übereinstimmung u. zw. sowohl mit dem Epithel in den ersten Anfängen der Zahnentwicklung, als auch hauptsächlich mit dem embryonalen Bindegewebe, das sich im Inneren des Zahnsäckchens befindet und

---

*) Histogenetisch entspricht diese Geschwulst einem spinozellulären Karzinom im Sinne Krompechers. Klinisch allerdings nicht, da ihr Wachstum ein langsames war (es dauerte 3 Jahre) und während eines Jahres weder ein Rezidiv noch eine Metastase eintrat. Die Benignität dieser Geschwulst erkläre ich mir aus der bereits oben erwähnten Gefässarmut. Ob es sich hier um ein Karzinom handelt, lässt sich schwerlich entscheiden.

aus mesodermalen Zellen besteht, deren Plasmaleib sich in zarte Ausläufer verlängert und deren Kerne sich gut färben (Tafel II. Fig. 5.).

Vergleichen wir Figur 4 und 6, so finden wir auf Fig. 6 rings um das Tumorsäckchen an der Peripherie hohe Zylinderzellen, denen ein vollständig homogenes Gewebe aufsitzt, das bei starker Vergrösserung eine Faserung zeigt und dem Email entspricht.

Aus dieser kurzen mikroskopischen Beschreibung und aus dem Befunde geschwulstartiger Gebilde, die mit embryonalen, bei der Zahnentwicklung vorkommenden Gebilden identisch sind, kann man den Schluss ziehen, dass die Provenienz dieses Tumors bestimmt jenes Epithel ist, aus welchem die Zähne hervorgehen, nur dass es in unserem Falle nicht zur Entwicklung eines ganzen Zahns, sondern nur eines Teiles desselben (des Emails) kam.

Ich bin der Ansicht, dass sich alle von den Autoren bis jetzt beschriebenen zentralen Geschwülste der Kiefer von einem analogen genetischen Standpunkt ableiten lassen.

Erklärung der Photogramme des I. Tumors. (Tab. I.)

Fig. 1. Geschwulstartige Gebilde im Anfangsstadium.

Reichert $\frac{\text{Oc. 3.}}{\text{Obj. 4.}}$

Fig. 2. Entwickelter Zapfen, dessen Rand von Zylinderzellen gebildet und dessen Zentrum von Sternzellen ausgefüllt wird, an denen man deutliche Interzellularbrücken bemerkt.

Reichert $\frac{\text{Oc. comp. 4.}}{\text{Obj. 3 } mm}$ apochromat.

Fig. 3. Vergrösserte Drüsengebilde. Der Rand wird von Zylinderzellen gebildet, das Zentrum ist von Sternzellen ausgefüllt, zwischen denen sich kleinere und grossere Räume befinden.

Reichert $\frac{\text{Oc. comp. 4.}}{\text{Obj. 3 } mm}$ apochromat.

Fig. 4. Kleinere Zyste mit grosser Höhle, die mit einer körnigen Masse ausgefüllt ist. An ihrer Basis Zylinderzellen, innen eine Schichte von Sternzellen, die gegen die Höhle scharf abgegrenzt sind.

a = vergrösserte epitheloide Zellen.

Reichert $\frac{\text{Oc. 3.}}{\text{Obj. 5.}}$

Fig. 5. Zystenrand bei starker Vergrösserung.

c = Zylinderzellen.
h = Sternzellen.
a = vergrösserte Epithelzellen in verschiedenen Stadien der Degeneration.

Reichert $\frac{\text{Oc. 8. comp.}}{\text{Obj. 3 } mm}$ apochromat

Fig. 6. Anschwellung eines soliden Zylinders. An der Basis Zylinderzellen, im Innern Kankroidperlen ähnliche Epithelgebilde.

Reichert $\frac{\text{Oc. 3.}}{\text{Obj. 4 } mm}$ apochromat.

Fig. 7. Wand einer grösseren Zyste. Der Rand besteht aus kubischen Zellen $= c$; Sternzellenschicht $= h$. An der Oberfläche der Zyste veränderte Epithelien, Vakuolen u. s. w. Stellenweise sind Interzellularbrücken zu sehen.

Reichert $\frac{\text{Oc. 4 comp.}}{\text{Obj. 3 } mm}$ apochromat.

Erklärung der Photogramme des II. Tumors. (Tab. II.)

Fig. 1. Übersicht der verschiedenen Formen der Epithelialgebilde.

$u =$ rein epitheliale Gebilde, verästelt;
$v =$ sackförmige Gebilde; an der Oberfläche Epithel, innen Bindegewebselemente.

Reichert $\frac{\text{Oc. 2.}}{\text{Obj. 1.}}$

Fig. 2. $cc =$ Wand einer grossen Zyste, ausgekleidet mit Pflasterepithel, von dem Geschwulststrange in die Tiefe gehen *(u)*.

Reichert $\frac{\text{Oc 3.}}{\text{Obj. 4.}}$

Fig. 3. $cc =$ Epithel einer grossen Zyste.
$pe =$ Epithelperlen.

Reichert $\frac{\text{Oc. 3.}}{\text{Obj. 4.}}$

Fig. 4. Photogramm eines Schnittes durch den Unterkiefer samt Zahn bei einem 8monatigen menschlichen Fötus.

$z =$ Milchzahn.
$vz =$ Säckchen eines bleibenden Zahns.
$d =$ Epithelstrang, von der Gingivalschleimhaut zum Säckchen des zukünftigen bleibenden Zahns verlaufend. (Débris épithéliaux paradentaires.)
$pe =$ Perlen, in jenem Strang eingeschlossen.
$g =$ freie Gingivalschleimhaut.

Reichert $\frac{\text{Oc. 2.}}{\text{Obj. 1.}}$

Fig. 5. Teil eines sackartigen Gebildes des Tumors.

e = Oberflächenepithel des Säckchens.
m = myxomatöses Bindegewebe.
f = fibrilläres Bindegewebe.

Reichert $\frac{\text{Oc. 3.}}{\text{Obj. 6.}}$

Fig. 6. Teil eines ovalen Säckchens mit homogenem Nachbargewebe.

em = Emailsubstanz.
eb = Emailoblasten.

Reichert $\frac{\text{Oc. 3.}}{\text{Obj. 8.}}$

Tab. III.

Fig. I. Zahlreiche Kugeln. (Epithelperlen.)

pe = Perle.

Fig. II. Frontalschnitt durch beide Kiefer eines Zieselembryo.

1 = Epiblast.
2 = Gingivalschleimhaut.
3, 4 = Zahnanschwellungen.
5 = Bukkalschleimhaut.

Literatur.

Dr. Ernst Becker: Zur Lehre von den gutartigen zentralen Epithelialgeschwülsten der Kieferknochen. Archiv für klinische Chirurgie XLVII. S. 52.

Dr. Erich Bennecke: Beitrag zur Kenntnis der zentralen epithelialen Kiefergeschwülste. Deutsche Zeitschrift für Chirurgie XLII. S. 424.

Walther Pincus: Das zentrale Kystadenom der Kiefer. Archiv für klinische Chirurgie LXXII. S. 995.

Dr. E. Krompecher: Der Basalzellenkrebs. Jena 1903.

Bryck: Zur Kasuistik der Geschwülste. Archiv für klinische Chirurgie. XXV. S. 793.

Kolaczek: Ein zystisches Adenom des Unterkiefers. Archiv für klinische Chirurgie XXI. S. 442.

A. Algayer: Über zentrale Epithelialgeschwülste des Unterkiefers. Beiträge zur klinischen Chirurgie von P. Bruns. Band II. H. 3. S. 427.

Haasler: Die Histogenese der Kiefergeschwülste. Archiv für klinische Chirurgie. Band 53. S. 749—789.

Hildebrand: Weiterer Beitrag zur Lehre von den durch abnorme Zahnentwicklung bedingten Kiefertumoren. Deutsche Zeitschrift für Chirurgie. Band 35. S. 604.

Büchtemann: Kystom des Unterkiefers. Archiv für klinische Chirurgie. Band 26. S. 249—255.

Nové-Josserand et Bérand: Sur une variété de tumeur solide des maxillaires d'origine paradentaire. (Epithelioma adamantinum.) Revue de chirurgie, XIV année. 1894, p. 477–487.

Massin: Ein Fall vom angeborenen Epitheliom, entstanden aus dem Schmelzorgan. Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medizin. Band 136. S. 329—335.

Trzebicky: Beitrag zur Kenntnis der Kiefergeschwülste. Prager Zeitschrift für Heilkunde. Band 6. S. 341—347.

Falkson: Zur Kenntnis der Kiefercysten. Virchow's Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie. Band 76. S. 504—510.

Kruse: Über die Entwicklung zystischer Geschwülste im Unterkiefer. Virchow's Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie. Band 124. S. 137—148.

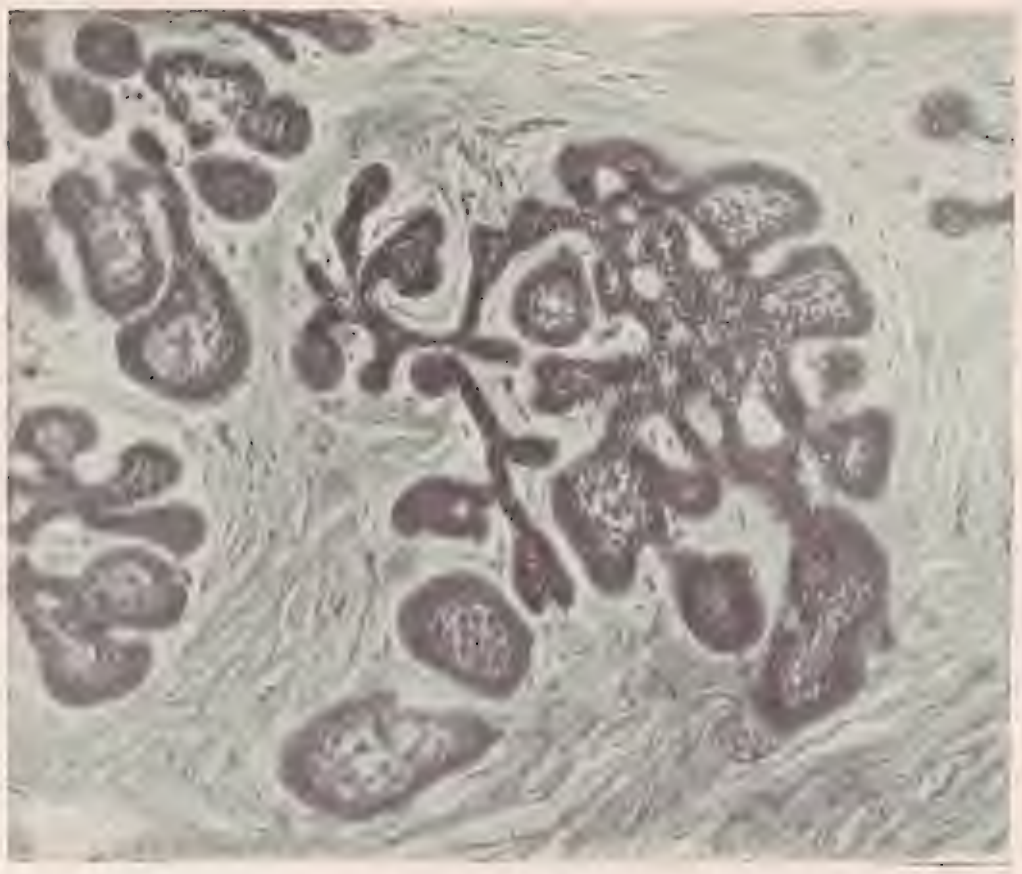
Borst: Die Lehre von den Geschwülsten.

Janošík: Histologie und mikroskopische Anatomie. (Böhmisch.)

Malassez: Sur l'existence d'amas épithéliaux autour de la racine des dents chez l'homme adulte et à l'état normal. Archives de physiologie normale et pathologique. Troisième série. T. V. P. 129—148.

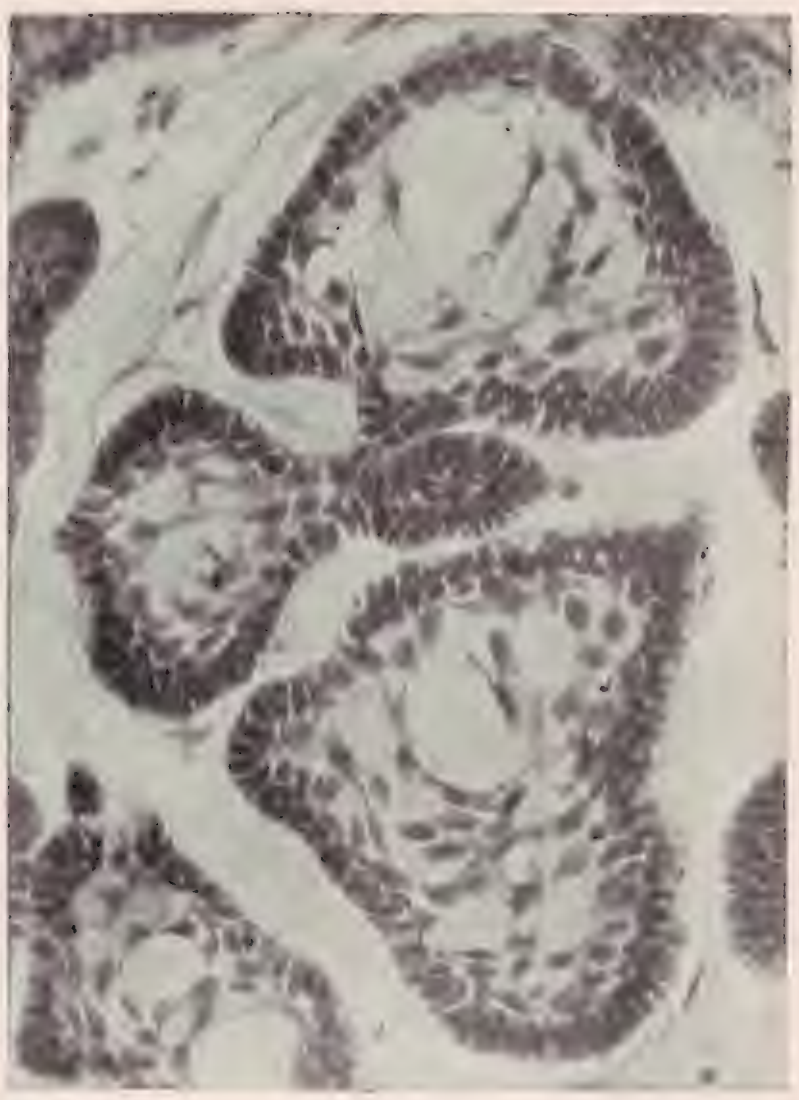
Derselbe: Sur le rôle des débris épithéliaux paradentaires. Ibidem. Troisième série. T. VI. P. 309–339, 379–449.

1



2

3

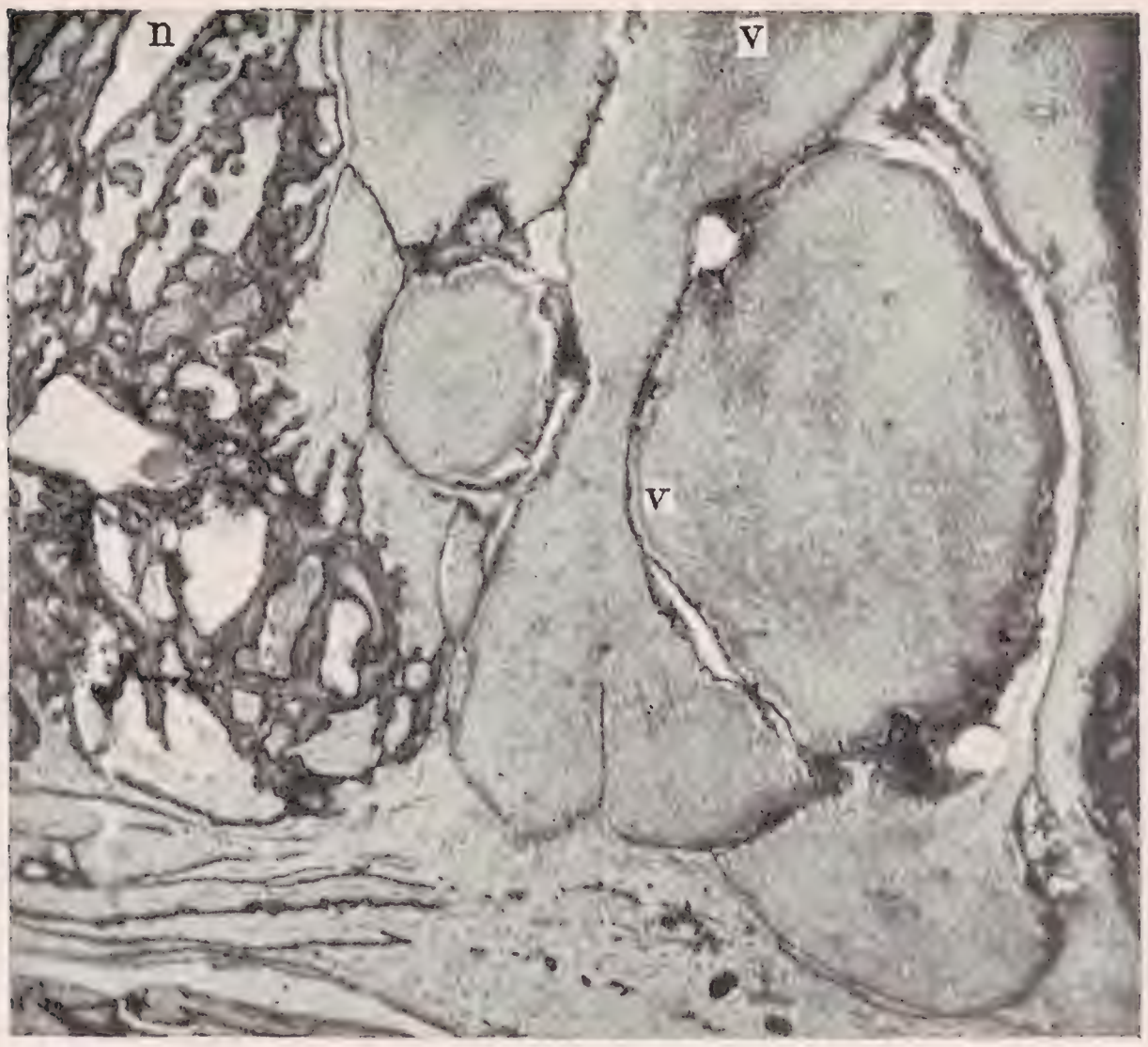


4

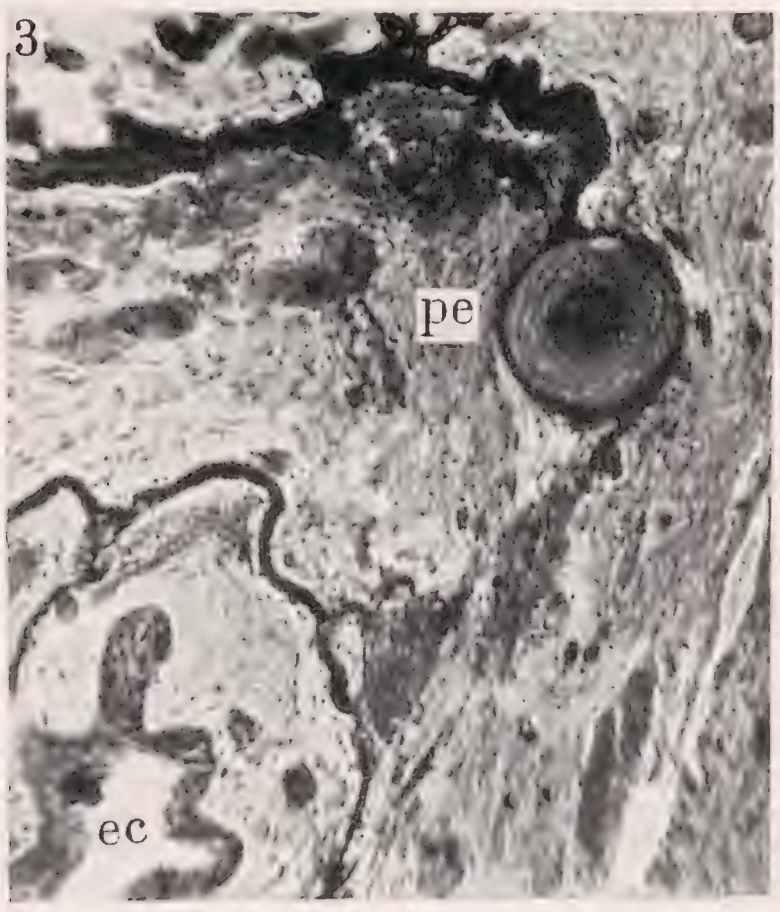
5

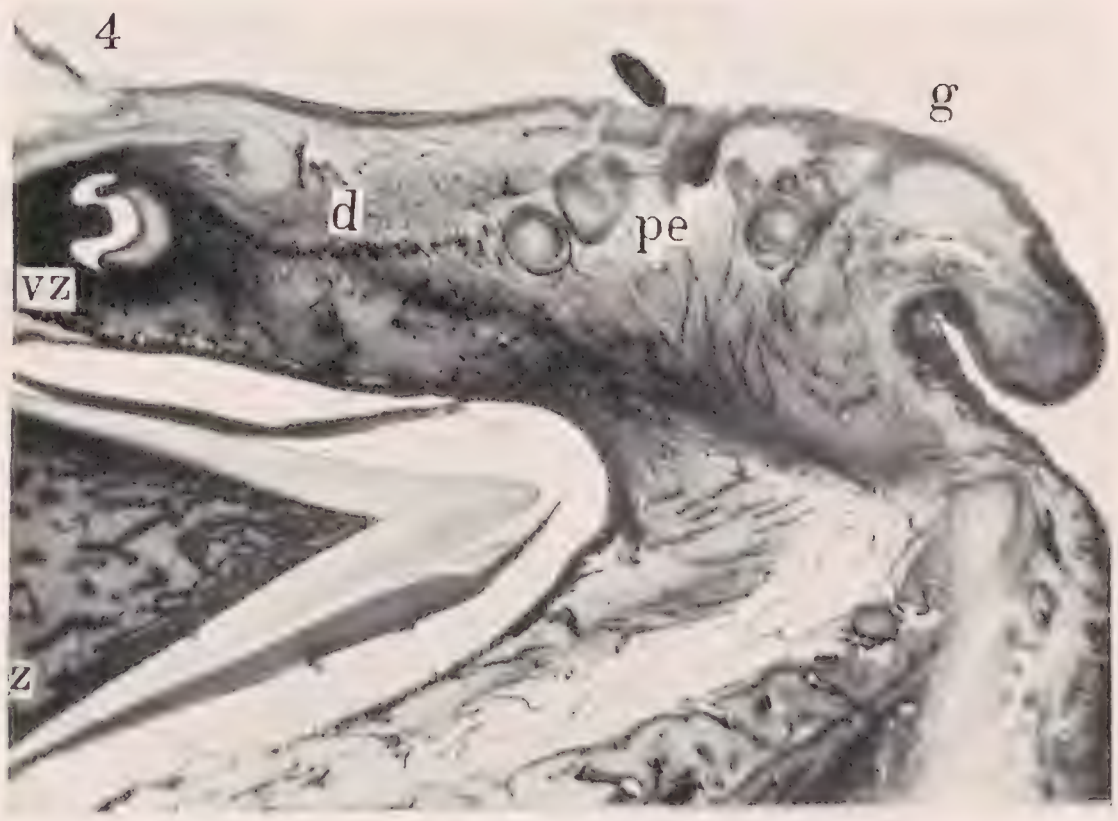
6

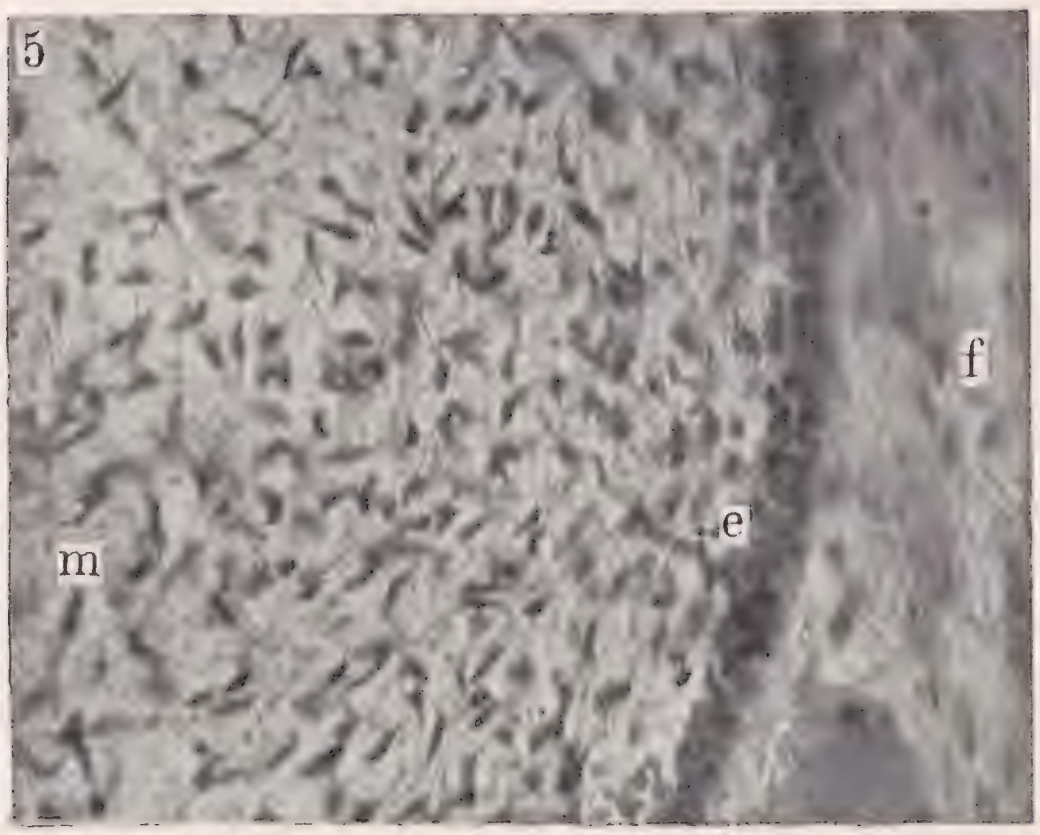
7


1
n
v
v

2
ec
n


3
pe
ec

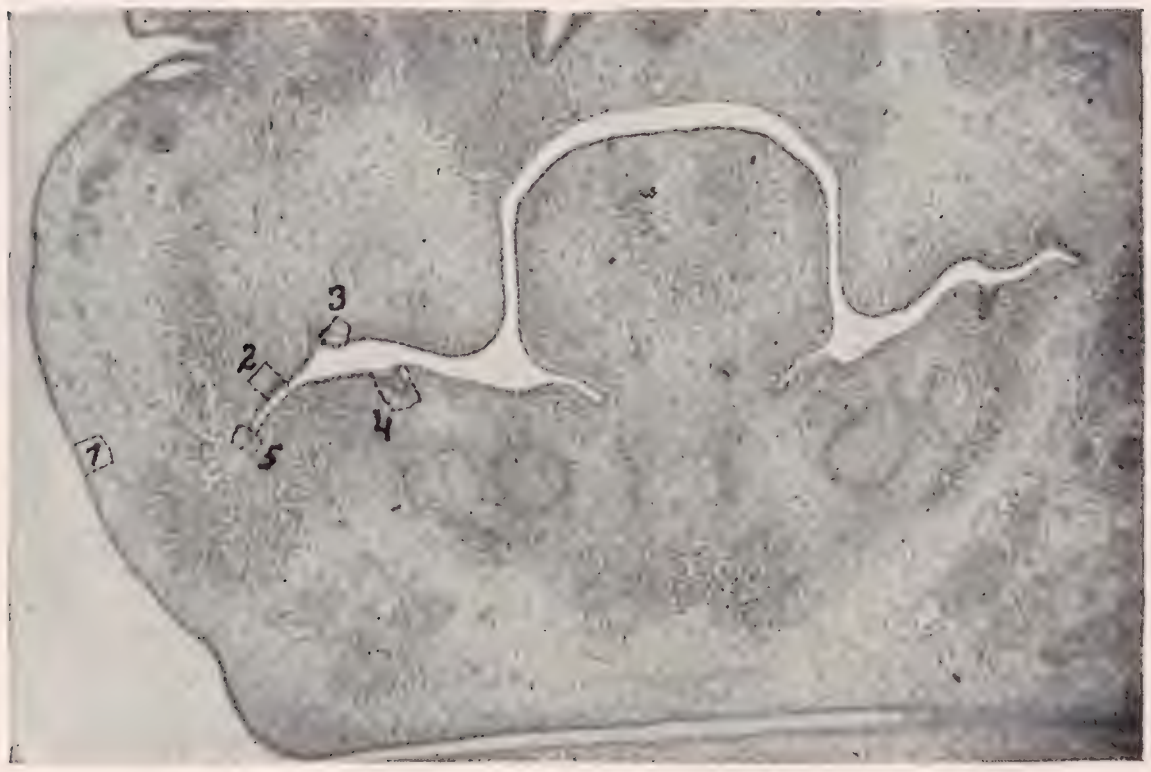

4
g
d
pe
vz
z


5
f
e
m

6
em
eb

Obr. 1.

Obr. 2.



Die heliotropische Orientation des Thallus von Peltigera aphthosa (L.) Hoffm.

Von

Dr. B. Němec in Prag.

(Mit einer Textfigur.)

Vorgelegt am 22 Juni 1906.

Über das Wachstum und die Orientierungsbewegungen der Flechten liegen nur spärliche Angaben vor. Die Schwierigkeit die Flechten in Laboratorien zu kultivieren, ebenso auch das langsame Wachstum dieser Pflanzen haben es wohl verursacht, dass mit denselben ziemlich wenig experimentiert wurde. Und doch ist es höchst interessant zu fragen, ob diese Pflanzen, die infolge ihren Gehaltes an chlorophyllführenden Zellen morphologisch und gewissermassen auch anatomisch in mancher Beziehung Anklänge an die höheren grünen Pflanzen aufweisen (worauf besonders Reinke hingewiesen hat), auch in ihrer Orientation sich mehrzelligen, höheren assimilierenden Pflanzen analog verhalten. Es wird ja für die laubartigen Flechten mit grossem Vorteil verbunden sein, wenn sie ihre Gonidienschicht dem Lichte zukehren werden, ähnlich wie es dorsiventrale typische Laubblätter oder dorsiventrale frondose Lebermoose tun.

Die ersten diesbezüglichen experimentellen Untersuchungen verdanken wir Stahl,[1]) der bei Kultur von Endocarpon pusillum die Tatsache entdeckte, dass sich bei schräg von oben einseitig einfallendem Licht der Thallus an der vom Lichte abgekehrten Seite schräg nach oben aufhebt und so seine Fläche senkrecht zur Richtung der Lichtstrahlen stellt. Sachs[2]) schliesst aus seinen in der Natur gemachten Beobachtungen, dass sich der Thallus von Peltigera canina in Bezug auf das Licht ebenso verhält, wie der Thallus von Marchantia. Er ist an ebenem

---

[1]) Stahl E., Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Flechten. H. II, 1877.

[2]) Sachs J., Über orthotrope und plagiotrope Pflanzentheile. Arb. bot. Inst. Würzb. Bd. II, 1879 (1882).

horizontalem oder schrägem Boden dem Substrat angedrückt, an steilen oder senkrechten Wänden sind dem Substrat nur die aufwärts wachsenden Lappen angedrückt, die abwärts wachsenden stehen jedoch von demselben ab und wachsen schräg oder horizontal nach vorne.

Bitter[1]) führt in seiner inhaltsreichen Arbeit über die Variabilität einiger Laubflechten verschiedene Fälle an, wo sich auf eine Orientierung des Flechtenthallus schliessen liesse, doch gibt er selber zu, dass man ohne spezielle Versuche nicht ohne weiteres über Tropismen sprechen darf.

Ich habe schon vor mehreren Jahren eine nicht näher bestimmte Peltigera-Art im Institut gehalten, die deutliche Zuwächse und unverkennbare Orientierungsbewegungen aufwies. Als ich nun in diesem Winter (im Februar) und Frühjahr (im April) reichliches Material von Peltigera aphthosa (L.) Hoffm. zur Disposition hatte,[2]) entschloss ich mich an derselben einige Versuche anzustellen, welche entscheiden sollten, ob sich der Thallus dieser Art tatsächlich diaheliotropisch zu orientieren vermag und ob seine Dorsiventralität vielleicht nicht umkehrbar wäre.

Die Thalli wurden in Glasdosen auf feuchtem Kieselsand im Institut nahe an einem nach Norden gekehrten Fenster unter grossen Glasglocken kultiviert. Es hat sich gezeigt, dass es nötig ist die Glocken mit Wasser zu verschliessen, denn sonst leideten die Pflanzen merklich unter dem Einfluss der Laboratoriumsluft und stellten allmählich ihr Wachstum ein. Wurden sie aber in mit Wasser abgeschlossener Atmosphäre gehalten, so wuchsen sie sehr gut und ziemlich lange. Ein Versuch begann am 24. 2., ein anderer am 28. 2. 1906. Am 13. 6. 1906 betrugen die Zuwächse dieser Thalli 12, 15, 17, 19, 20, 22, 23, 23, 26, 26 *mm*. Das sind wohl Zuwächse, die man im Vergleiche mit dem trägen Wachstum der meisten bisher in dieser Beziehung untersuchten Flechten (G. F. W. Meyer, Bonnier, Moeller, Darbishire, J. Vallot, Fünfstück) als recht ansehnlich bezeichnen kann.

Die unter der Glocke im Institut zugewachsenen Partien zeigten dieselbe Struktur, wie die aus der Natur gebrachten Thalli, sie waren höchstens ein wenig verjüngt (Fig. 1 j) und von blasserer Farbe. Das wird wohl mit der schwächeren Beleuchtung zusammenhängen, wie das ja analog bei anderen Flechten Stahl (l. c.) und Bitter (l. c.) beobachtet haben. Der ganze Thallus der während des Versuches zugewachsenen Teile ist dünner, die Rinden- und Gonidienschicht sind jedoch ungefähr gleich dick wie in den in der Natur erwachsenen Teilen. Es enthielt jedoch die Gonidienschicht der im Institut zugewachsenen Teile weniger Algenzellen als der in der Natur entstandene. An den älteren Teilen wuchsen hier und

---

[1]) Bitter, G., Über die Variabilität einiger Laubflechten etc. Jahrb. f. wiss. Bot. Bd. 36, 1901.

[2]) Das Material wurde teils von meinem Assistenten Herrn J. Peklo bei Senohrab, theils von mir im Thale Károv nächst Königsaal gesammelt. Für die Bestimmung der Flechte bin ich Herrn Kustos Dr. Edvin Bayer zum besten Dank verpflichtet.

da Hyphen hervor, welche schwach verzweigt waren und ziemlich dickwandig waren. Dies ist wohl auf den Einfluss der grossen Luftfeuchtigkeit zurückzuführen. Analoge Erscheinungen hat Stahl an Endocarpon pusillum beobachtet.

Die Thalli von Peltigera aphthosa wuchsen meist dem Substrat, soweit ihre Dorsalseite dem Licht zugekehrt war, dicht angedrückt, worin sie keineswegs eine strenge Orientierung zum Lichteinfall erkennen liessen. Häufig waren ihre jüngsten Zuwächse stark hyponastisch gekrümmt

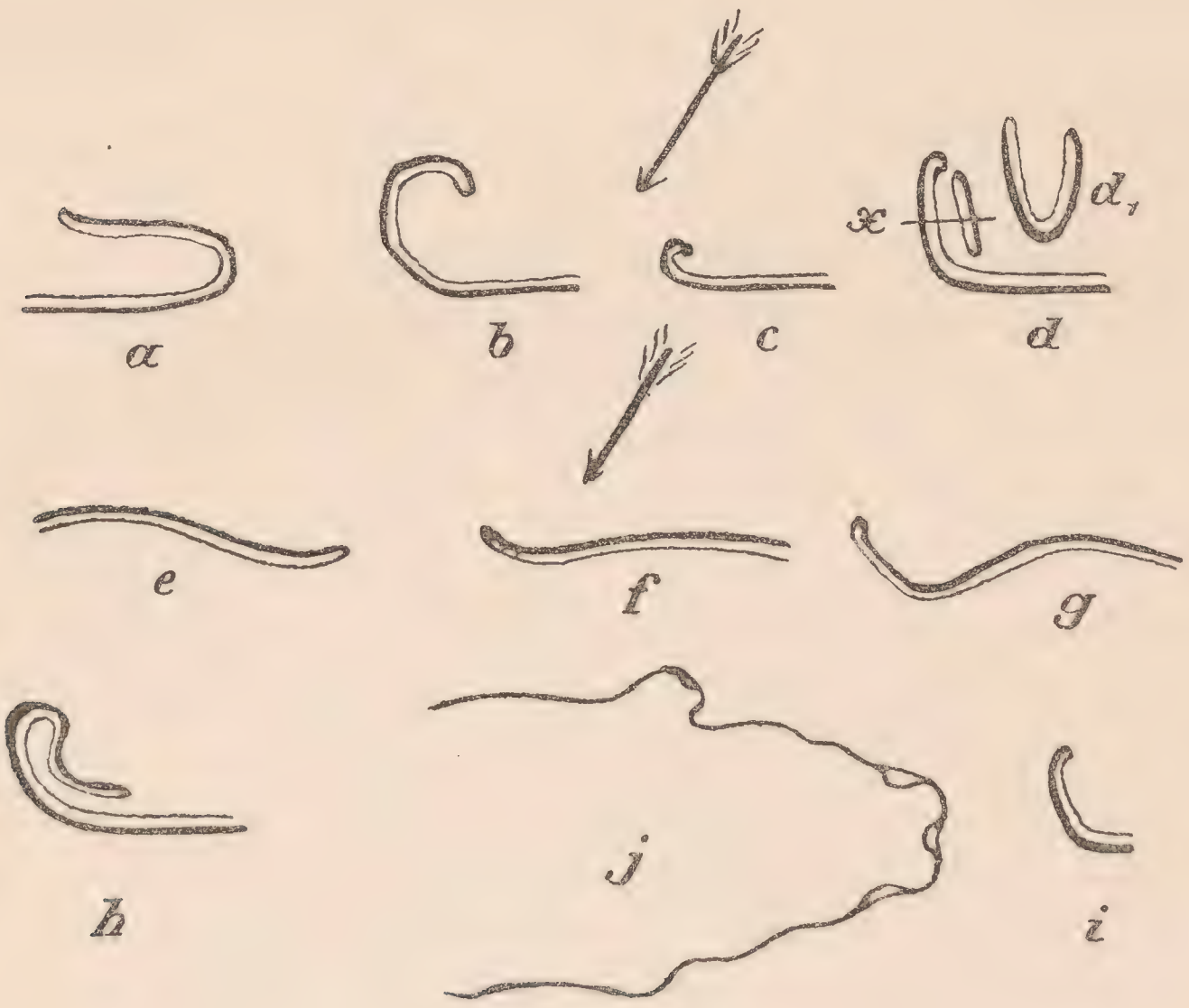


Fig. 1.

(Fig. 1 *j*). Jene Abschnitte, deren Vegetationsrand der Lichtquelle zugekehrt war, waren nicht immer schräg herabgekrümmt, ebenso wie die von der Lichtquelle wegwachsenden Lappen nicht schräg nach oben gekehrt waren, wie das doch sein müsste, wenn das Laub präzise diaheliotropisch wäre. Es scheint, dass unter den Bedingungen, wo das Licht schräg von oben auf den Thallus einfällt, die heliotropische Reizung zu gering ist, um eine strenge Orientierung auszulösen. Doch trat eine solche Reaktion zuweilen auf (Fig. 1 *e*. Die Pfeile geben die Richtung des intensivsten Lichtes an). Besonders deutlich erscheint eine solche Reaktion, wenn sich ein von der Lichtquelle abgekehrter Thalluslappen zu tief nach unten senkt, denn dann tritt die Aufwärtskrümmung der jüngeren Teile mit grosser Regelmässigkeit ein (Fig. 1 *f*, *g*. Die stark ausgezogene Contour bedeutet die Dorsalseite des Thallus).

Hingegen war eine unzweifelhafte heliotropische Orientirung dann zu beobachten, wenn der Thallus mit der Ventralseite nach oben zum

Licht gekehrt wurde, wobei entweder der wachsende Rand dem Lichte zugekehrt, oder von demselben abgekehrt war. Zunächst krümmt sich der wachsende Rand ziemlich scharf nach oben und entweder nach vorne (Fig. 1 *c*) oder nach hinten, je nach dem wie derselbe zur Lichtquelle orientirt ist. Es verhält sich darin der Thallus ähnlich wie jener von Marchantia oder Pellia. Der Krümmungsradius ist zunächst sehr klein, die Krümmung erstreckt sich ungefähr auf einen 1—1·5 *mm* breiten Randstreifen, der Radius wird jedoch später viel grösser und die Krümmung erstreckt sich auf einen viel grösseren Teil des Thallus. Derselbe wächst dann schräg nach hinten (Fig.1 *a*) oder nach vorne (Fig. 1 *h*). Zuweilen krümmt er sich auch zur Seite und wächst senkrecht zu den Lichtstrahlen in horizontaler Richtung (Fig. 1 *d*, medianer Längsschnitt, d_1 horizontaler Schnitt in der Höhe der Linie *x*).

Die Vergrösserung des Krümmungsradiums hängt einerseits wahrscheinlich mit der grösseren Reizbarkeit der jüngeren Teile zusammen, andererseits wird sie durch das interkalare Wachstum, das an den Rändern des Thallus vor sich geht, bedingt. Auf das Vorhandensein dieses interkalaren Wachstums hat Bitter[1]) hingewiesen.

Es ist nicht daran zu zweifeln, dass diese Krümmungen von heliotropischer Natur sind. Sie traten immer mit der grössten Regelmässigkeit ein, weiter sind sie ja gegen die autonome hyponastische Krümmung gerichtet. Dass es nicht geotropische Krümmungen sind, beweist der in Fig. 1 *d* dargestellte Fall, ausserdem aber noch ein Versuch, wo der Thallus auf eine Torfplatte mit der Dorsalseite dieser zugekehrt mit Glasnadeln befestigt wurde, worauf die Torfplatte umgekehrt und schräg von unten beleuchtet wurde. Die Thalli reagierten mit etwa derselben Geschwindigkeit, wie analog schräg von oben beleuchtete Thalli. Da in meinen Versuchen die Flechte im Dunkeln nicht wuchs, so kann ich nicht angeben, ob sie überhaupt geotropisch ist, was jedoch nicht wahrscheinlich zu sein scheint.[2])

Die jungen Rhizinen reagierten negativ heliotropisch.

Wurden die Pflanzen unter Glasglocken gestellt, die nicht mit Wasser verschlossen waren, so wuchsen sie nur eine kurze Zeit und ihre heliotropischen Reaktionen blieben recht unvollkommen (Fig. 1 *h*).

Es stellt sich somit die Kultur von Peltigera aphthosa im Laboratorium als ziemlich leicht heraus und es ist zu hoffen, dass diese Flechte ein geeignetes Material liefern wird zum Studium über den Einfluss von äusseren Faktoren auf ihr Wachstum, über die Bedingungen der Ernährung, über die Regeneration u. s. w.

---

[1]) Bitter, G., Über maschenförmige Durchbrechungen der unteren Gewebeschicht etc. Festschrift für Schwendener, 1899.

[2]) Vrgl. die analoge Diskussion über den Geotropismus des Thallus von Pellia epiphylla in Němec, B., Die Wachstumsrichtungen einiger Lebermoose, Flora, 1906.

Wir können nun sagen, dass sich Peltigera aphthosa tatsächlich, wie das Sachs für P. canina vermutet hat, in ihrem Heliotropismus so verhält, wie Marchantia. Doch lässt sich bei dieser Pflanze ihr Geotropismus auch am Licht nachweisen, denn er beeinflusst ganz merklich die Geschwindigkeit der heliotropischen Reaktionen, was bei Peltigera nicht der Fall ist. Sie verhält sich aber noch in einem Punkte ähnlich wie Marchantia, darin nämlich, dass ihre Dorsiventralität ebenfalls inhärent, durch das Licht nicht umkehrbar ist. Das liess sich nicht a priori sagen. Es wäre ja wohl möglich, dass sich, wenn die Ventralseite beleuchtet ist, diese an den neu zugewachsenen Teilen als Dorsalseite, die ursprüngliche Dorsalseite als Ventralseite differenzieren würde. Das wäre doch, besonders da es sich bei den Flechten um Plektenchymgewebe handelt, ganz gut möglich. Es lässt sich ja in dieser Weise durch das Licht die Dorsiventralität bei den Farnprothallien sowie bei manchen dorsiventralen Laubmoosen umkehren (Hypnum cupressiforme, Plagiothecium Roeseanum, Anomodon attenuatus und viticulosus). Das geschieht bei Peltigera aphthosa nicht, wird die Ventralseite beleuchtet, so krümmt sich der Thallus so lange, bis die Dorsalseite wieder ans Licht kommt. Wollte man dieses Verhalten vom teleologischen Standpunkte zu erklären suchen, so könnte man den Vorteil einer Krümmungsreaktion der Umkehrung der Dorsiventralität gegenüber darin suchen, dass durch die Krümmung, welche doch teilweise auch durch das interkalare Wachstum zustande kommt, ein grösserer Teil des Thallus normal zum Lichte orientirt wird, wogegen bei der Umkehrung der Dorsiventralität, die sich in erster Linie auf die Veränderung der inneren Struktur beziehen müsste, nur die ganz neu durch die Tätigkeit des meristematischen Randes entstehenden Teile in die normale Lichtlage kämen.

Es fragt sich nun, welches Gewebe bei der heliotropischen Reaktion des Peltigerathallus aktiv ist, welches nämlich die Krümmung ausführt. Bitter hat es wahrscheinlich gemacht, dass sich beim Wachstum des Thallus das ventrale lockere Gewebe passiv verhält, es ist daher kaum anzunehmen, dass dieses durch ein polarisiertes Wachstum die Krümmung herbeiführen könnte. Eher wird man an die Gonidien- oder die Rindenschicht denken können. Über die Art der Perzeption des Lichtreizes, ebenso wo dieselbe stattfindet, kann ich nichts Bestimmtes sagen.

Prag, Pflanzenphysiologisches Institut der k. k. böhmischen Universität.

Ueber die quantitative Bestimmung von Cholin und Betaïn in pflanzlichen Stoffen und einige Bemerkungen über Lecithine.*)

Von

Vladimír Staněk.

Vorgelegt am 19. Januar 1906.

Cholin wurde, wie aus den ungemein zahlreichen Literaturangaben ersichtlich ist, in den einzelnen Organen von Pflanzen wiederholt nachgewiesen. So fanden E. Schulze, Ritthausen, Jahns und eine Reihe älterer und jüngerer Forscher dasselbe in vielen Samen; als Bestandteil des Lecithins und des Pflanzengrüns[2]) (Hoppe-Seyler: Z. f. physiol. Ch. 3. 339) ist er überhaupt in allen Pflanzen erhalten. Dementgegen scheint Betaïn weniger verbreitet zu sein, denn nach der mir zugänglichen Literatur[3]) wurde Betaïn (immer neben Cholin oder wenigstens Lecithin) in folgenden Pflanzen konstatiert: Die im Lycium barbarum von Husemann und Marmée[4]) (Liebigs Ann. 383. 245) gefundene Base Lycin ist identisch mit dem später von Scheibler[5]) (Ber. Ber. 2. 295) aus Zuckerrübe dargestellten Betaïn, in Samen der Trigonella faenum graecum ist neben Betaïn und Trigonellin von Jahns nachgewiesen worden (B. B. 18. 2520) und derselbe Autor (B. B. 26. 1493) hat es auch aus dem Samen der Artemisia cina dargestellt. Schulze (B. B. 22. 1827) hat es in der Wicke und gemeinsam mit Frankfurter (B. B. 22. 1827) in den Malz- und Weizenkeimen und mit Ulrich (Landw. Versuchsstation. 26. 41) in Futterrüben, Ritthausen und Weger (Journ. f. prakt. Ch. 30. 32) im Baumwollensamen, in Lathyrus sativus und Cicer arietinum, Orlow (Chem. Centralbl. 1893. I. 37.) in der Wurzel von Althaea, Nailor (Ph. J. 1898. 1447. Czapek I. 161) in der Cascarillarinde, v. Planta (B. B. 23. 1699) in den Knollen von Stachys tubifera, wo es

*) Einige Citate sind aus der »Biochemie d. Pflanzen« von Dr. F. Czapek genommen.

gemeinsam mit Stachydrin vorkommt (v. Planta und Schulze: B. B. 26. 939); in der neuesten Zeit von Velich (Věstník České Akademie XIII. 16) in der roten Rübe nachgewiesen.

Bei den angeführten Arbeiten wurde das Betaïn (samt den anderen Basen) meistens durch Quecksilberchlorid aus den alkoholischen Extrakten, die eventuell vorher mit Bleiessig (Schulze) gereinigt waren, oder nach dem Verdampfen des Alkohol mittels Phosphorwolframsäure gefällt. Scheibler hat das Betaïn aus dem Zuckerrübensafte direkt mit Phosphorwolframsäure gefällt, von anderen Forschern wurden auch die Jodide des Quecksilbers und Wismuths angewendet.

Die Mängel der erwähnten Methoden habe ich in einer Arbeit über die Fällung und Scheidung von Cholin und Betaïn mittelst Kaliumtrijodid (Věstník České Akademie XII. 36.) angeführt und ist mir gelungen, durch geeignete Anwendung dieser Methoden das Betaïn und Cholin in einigen Pflanzenprodukten zu bestimmen.

Auf Grund zahlreicher Versuche habe ich die folgende Methode ausgearbeitet: die lufttrockene Substanz wird gemahlen und mit 96%igem Alkohol so lange extrahiert, bis fast alle löslichen Stoffe ausgelaugt sind. Dann wird der Alkohol abdestilliert und die wässerige Lösung mit Barytwasser gekocht, um die Lecithine zu zersetzen. Cholin verträgt nach Gulewitsch (Z. physiol. Chemie 24. 513) das Kochen mit Barytwasser ohne Zersetzung, wenn die Lösung verdünnt ist. Nach Fällung des überschüssigen Baryums mittels Kohlendioxyd wurde filtriert, das Filtrat koncentriert und mit Tannin gefällt. Nach der Beseitigung des gewöhnlich sehr bedeutenden Niederschlages wurde der Ueberschuss des Reagens mit Barythydrat entfernt, nach der Filtration die Lösung schwach mit Schwefelsäure angesäuert und zum dünnen Syrup eingedamft.

Anfangs versuchte ich das Cholin mittels Kaliumtrijodid in Gegenwart von Natriumbikarbonat zu fällen, beobachtete jedoch, dass das Jod in alkalischer Lösung zu energisch mit den organischen Substanzen reagiert, so dass ziemlich viel Jodoform und Jodwasserstoff entsteht, die Lösung sauer wird und Betaïn in den Niederschlag des Cholins mit übergeht. Es erwies sich als vorteilhafter, zuerst beide Basen aus saurer Lösung zusammen zu fällen und die Scheidung erst nachträglich auszuführen. Die Fällung wurde stets zweimal ausgeführt, da Betaïn nur aus einem stark sauren Medium ausfällt, in welchem sich aber Cholin nicht quantitativ durch Kaliumtrijodid zur Abscheidung bringen lässt. Es wurde folgendermassen verfahren: Der obenerwähnte Syrup wurde auf etwa 20° Bé verdünnt, schwach mit Schwefelsäure angesäuert und Kaliumtrijodid so lange zugefügt, bis keine weitere Fällung mehr eintrat. Das Kaliumtrijodid scheidet bei stärkerer Verdünnung Jod ab, doch ist der Niederschlag von ganz anderer Beschaffenheit als die ausgeschiedenen Perjodide und man kann bei einiger Uebung die Grenze genau erkennen. Anfänglich suchte ich dieser Schwierigkeit durch Anwendung verdünnterer

Lösungen von Jod in Jodkaliumlösung (etwa 15% KJ-Lösung wurde mit Jod gesättigt) auszuweichen. Nach der Fällung wurde ein kleiner Teil der Flüssigkeit abgehoben und geprüft, ob sich bei weiterem Zusatze des Reagens noch ein Niederschlag bildet. Nach sechsstündigem Stehen wurde die Flüssigkeit abgegossen, der Niederschlag mit Wasser abgespült oder falls so pulverig war, auf dem Wittschen Filter abgesaugt. Das Filtrat wurde mit Kochsalz gesättigt und so viel Schwefelsäure zugesetzt, dass die Flüssigkeit etwa 10% derselben enthielt und mit Kaliumtrijodid gefällt. Das Perjodid wurde dann abgesaugt und zuerst mit einer gesättigten Kochsazlösung, dann mit der geringsten Menge Wasser gewaschen.

Beide Fraktionen des Perjodides wurden vereinigt und in Chlorhydrate überführt, indem in einer Porzellanschale zu dem erwärmten Wasser mit den Jodverbindungen molekulares Kupfer so lange zugesetzt wurde, bis der Jodgeruch verschwunden und die Perjodide in lösliche Jodhydrate umgewandelt waren. Diese wurden durch Kupferchlorid und Kupfer in Chlorhydrate überführt nach der Gleichung

$$2HJ + CuCl_2 + Cu = 2HCl + Cu_2J_2$$

Nach dem Abkühlen wurde das Kupferjodur abgesaugt, gewaschen, aus dem Filtrat das Kuper mittels Schwefelwasserstoff gefällt, und dann die Lösung nach dem Entfärben mittels Blutkohle auf dem Wasserbade zur Trockne eingedampft.

Das weitere Vorgehen hängt von der Menge des Betaïns ab. Ist der Rückstand syrupartig und trocknet er langsam zu einer kristallinischen Masse aus, so enthält derselbe viel Cholinchlorhydrat; in dem Falle, dass sich zu Ende des Eindampfens Krystalle abscheiden und der Rückstand breiartig und deutlich krystallinisch wird und sich schwer in Alkohol löst, so weist dies auf grössere Mengen von Betaïn hin. Im ersteren Falle lösen wir die Chlorhydrate in der etwa 30—40fachen*) Menge Wasser, neutralisieren mit Soda, setzen etwa 2% $NaHCO_3$ zu und fällen das Cholin mit Kaliumtrijodid. Nach 6 Stunden wird der Niederschlag abfiltriert und auf oben beschriebene Weise in Chlorhydrat übergeführt. Das Filtrat nach der Cholinperjodidfällung wird auf das ursprüngliche Volumen eingeengt, mit Kochsalz gesättigt stark mit Schwefelsäure versetzt und durch Kaliumtrijodid das Betaïnperjodid gefällt. Nach 3 Stunden wird filtriert, mit Salzlösung und wenig Wasser gewaschen und in Chlorhydrat übergeführt.

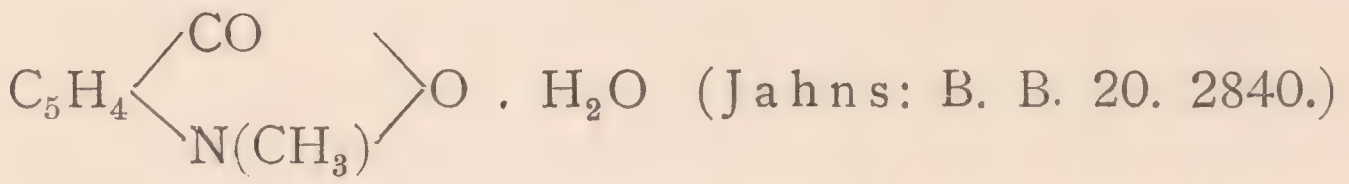
Im zweiten Falle, wo wir neben Cholin grosse Mengen Betaïn erwarten können, ist es vorteilhafter den Hauptanteil desselben mit Alkohol

---

*) Kürzlich beobachtete ich, dass auch Betain als Base aus sehr konzentrierten Lösungen, namentlich bei Gegenwart von viel anorganischen Salzen (z. B. Natriumchlorid oder Karbonat) mit Kaliumtrijodid fällt. Es entsteht dabei ein brauner Niederschlag, der in Wasser löslich ist.

zu scheiden. Man trocknet die Chlorhydrate durch wiederholtes gründliches Verreiben mit absolutem Alkohol und Abdampfen auf einem Wasserbade, spült mit der etwa 20fachen Menge absol. Alkohol in ein Becherglas ab, kocht auf und lässt etwa eine Stunde bei einer möglichst niedrigen Temperatur stehen. Dann wird das abgeschiedene Chlorhydrat abgesaugt und gut mit kaltem absol. Alkohol gewaschen. Mit dem Filtrat verfährt man in oben beschriebener Weise.

Freilich lässt sich voraussehen, dass die auf diese Weise bereiteten Chlorhydrate keine reiner Salze des Cholins und Betaïns sind, da Jodjodkalium ein Fällungsmittel für eine ganze Reihe von stickstoffhaltigen Stoffen ist, die sich in Pflanzen vorfinden können z. B. Eiweisstoffen, Peptonen, Purinbasen, Alkaloiden, Trimethylamin und einige dem Cholin und Betaïn verwandten Basen: Trigonellin, Stachydrin und Muscarin. Bei der beschriebenen Arbeitsweise werden durch Barythydrat und besonders Tannin die Eiweisstoffe gänzlich, Peptone und Purinbasen fast gänzlich gefällt, der Rest derselben wird wahrscheinlich durch Kupferchlorür und -jodür zurückgehalten. Trimethylamin destilliert beim Kochen mit Barythydrat ab und es bleiben somit nur die Alkaloide und dem Cholin und Betaïn verwandte Stoffe zurück. Vom Trigonellin habe ich mich überzeugt, dass es bei der Fällung in die Betaïnfraktion übergeht, wie nach seiner Konstitution zu erwarten war, da es das Methylbetaïn der Nikotinsäure ist



$C_5H_4 \begin{cases} CO \\ N(CH_3) \end{cases} O \cdot H_2O$ (Jahns: B. B. 20. 2840.)

Muscarin ging beim Fällen in die Fraktion von Cholin über, wie ich mich durch Fällen des Extraktes des Fliegenpilzen durch Jodjodkalium in Gegenwart von $NaHCO_3$ überzeugte. Die ausgeschiedenen Perjodide wurden in Chlorhydrate überführt und von Herrn Prof. A. Velich auf die physiologische Reaktion des Muscarin geprüft, die auch wirklich selbst in grosser Verdünnung eintrat.

Stachydrin, das von A. von Planta (B. B. 23. 1699) in den Knollen von Stachys tulifera gefunden wurde, war mir vorderhand nicht zugänglich.

Aus dem angeführten ist zu ersehen, dass es stets notwendig ist, die Chlorhydrate auf ihre Identität zu prüfen. Dies wurde in meinem Falle dadurch ausgeführt, dass das gewonnene Chlorhydrat des Cholins im absoluten Alkohol gelöst und entweder ganz oder zum Teil mittels Platinchlorid gefällt wurde. Der Niederschlag wurde in einen Goochschen, mit Asbest ausgelegten Tiegel filtriert, bei 110^0 getrocknet und gewogen. Sodann wurde in einem Teile des Niederschlages die Menge des Platins bestimmt (100 Teile wasserfreien Chlorplatinates von Cholin enthielten 39,35 Teile Cholin und 31,64% Pt.). Der Rest wurde in warmem Wasser

gelöst und nach dem Eindampfen krystallisieren lassen, wobei sich das Cholinchloroplatinat in schönen Platten ausschied, die mit der Pincette herausgehoben, und von den event. übrigen Substanzen getrennt wurden. Nach dem Trocknen bei 110° wurde von neuem der Platingehalt bestimmt.

Das Chlorhydrat von Betaïn wurde ebenfalls bei 100° getrocknet und gewogen, sodann in einem Anteile die Acidität und der Stickstoffgehalt nach Kjeldahl bestimmt. (1 *cc* $^{n}/_{10}$ Lauge entsprechen 15,316 *mg* Chlorhydrat. Zur Neutralisation des Ammoniaks, das durch Verbrennen mittels Schwefelsäure entsteht, sind eben *cc* $^{n}/_{10}$ Lauge nötig, wie $^{n}/_{10}$ Lauge zur Bestimmung der Acidität.) In einem weiteren Anteile wurde der Aschengehalt durch Verkohlen und Auslaugen bestimmt. Manchmal war etwas Natriumchlorid vorhanden. Endlich wurde das Chloraurat durch Fällen der konz. Lösung mittels Chlorgoldlösung und Umkrystallisieren aus verdünnter Salzsäure dargestellt. Wo das Material hinreichte, wurde das Chloraurat der fraktionierten Krystallisation unterworfen und in jeder Fraktion das Gold bestimmt. In dem von mir untersuchten Material (nur die Erbse bildet in dieser Beziehung eine Ausnahme), ist est mir jedoch nicht gelungen andere Basen als Cholin und Betaïn zu isolieren. Doch erhält man beim Umkrystallisieren des Cholinchlorplatinates stets eine geringe Menge anderer ähnlichen Verbindungen, die jedoch zur genauen Bestimmung des Platingehaltes nicht ausreichte. Die letzten Fraktionen des Betaïnchloraurates waren schmierig und es schied sich mit ihnen beim Eindampfen mit Salzsäure auch Gold aus, sodann an eine Identifikation der Substanz nicht zu denken war.

Nach der beschriebenen Methode habe ich eine Reihe landwirtschaftlicher Produkte geprüft.*) Die Getreidearten und Hülsenfrüchte wurden etwa 5 Monate nach der Ernte zu Schrot gemahlen und mir zugesendet. Aus verschiedenen Gründen konnte ich das Material nicht gleich verarbeiten und dasselbe blieb an einem trockenen Orte fast 2 Jahre liegen. Die Produkte entstammten — soweit nicht anders angegeben ist — dem Erntejahre 1903 und wurden im Frühjahre 1905 verarbeitet. Obwohl das Material an sehr geeigneter Stelle aufbewahrt war, und keine Spur von Schimmel oder dumpfigem Geruch zu bemerken war, so wurden doch einige bemerkenswerte Erscheinungen beobachtet, wie später noch näher ausgeführt wird. In folgender Tabelle sind die Resultate der durchgeführten Bestimmungen enthalten.

(Siehe Tabelle Seite 133.)

In den angeführten Produkten wurde, soweit mir bekannt, Betaïn bisher nicht nachgewiesen. Nur beim Weizen und der Gerste wurde er von Schulze und Frankfurter in den Keimlingen gefunden (l. c.),

*) Den grössten Teil der Produkte hat mir Herr Dr. Čestmír Lang in Zahrádka freundlichst zugesendet, wofür ich ihm hiemit meinen Dank abstatte.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII	Bemerkung
Material	% Trockensubstanz	Angewendet *g*	Gewonnen		Entspricht *g*		In 100 Teilen gefunden		Lecithin	Cholin aus gefundenem Lecithin berechnet	Lecithin nach Literaturangaben	
			Cholinchloroplatinat	Betainchlorhydrat	Cholin	Betain	Cholin	Betian				
Korn	95,17	4280	2,10	3,68	0,83	3,24	0,019	0,076	0,16	0,025	0,57	Material zwei Jahre alt
Hafer	93,01	2720	3,65	—	1,44	—	0,053	—	0,36	0,056	0,74	
Gerste	93,04	3500	3,11	1,61	1,22	1,40	0,035	0,040	0,28	0,041	0,47 – 0,74	
Weizen	96,38	4880	5,98	5,07	2,35	4,46	0,048	0,092	0,18	0,027	0,43 – 0,65	
Pferdebohnen . . .	95,56	4620	11,32	9,08	4,45	7,98	0,096	0,173	0,73	0,117	0,81	
Linse	91,26	2770	6,43	9,32	2,53	8,20	0,091	0,294	0,87	0,130	1,20	
Erbse	92,35	2980	5,61	1,6 *g* Trigonellinchloraurat*)	2,21	0,51 Trigonellin	0,074	0,016 Trigonellin	0,77	0,122	1,23	
I. Rübensamenknäule	93,76	1000	0,37	10,23	0,15	9,00	0,015	0,900	0,24	0,036	**)	
II. »	95,17	973	0,58	12,76	0.23	11,22	0,024	1,153	0,33	0,049		
Kornpflanzen (20 Tage alt ca.)	100	200	?	0,676	?	0,595	?	0,300	?	?	?	Frische Pflanzen haben 10,21% Trockensubstanz, Durchschnitt aus 48 Mustern (à 20 *g*).
Rübenblätter	17,50	960	0,72	2,09	0,28	1,84	0,029	0,90	?	?	—	Lufttrocken, 7 Monate alt.
Alte Rübenblätter .	100	100	Spuren	3,38	Spuren	2,974	—	2,974	?	?	—	
Rübenblätter	14,14	500	Betaïn und Cholin aus Stickstoff des Chlorhydrates berechnet				0,040	0,106	0,10	0,015	—	Analysiert einige Stunde nach der Ernte
Junge Rübenpflänzchen (45 Tage alt)	12,48	750					0,015	0,082	0,083	0,013	0,16 ***)	

*) Trigonellin als Chloraurat identifiziert.

**) Nach Stoklasa (Listy Cukrovarnické 15. 205. 224. 241). Die Angabe bezieht sich auf 30 Tage alte Pflänzchen und ist hier auf 12,48% Trockensubstanz berechnet.

***) Geschälte Rübensamen enthalten nach Stoklasa (l. c). 0,45% Lecithin.

so dass seine Gegenwart im Korne zu erwarten stand, gerade so wie in den Blättern und Samen der Zuckerrübe. Auffällig ist die Abwesenheit von Betaïn in der Erbse, wo es durch das Trigonellin ersetzt ist, und im Hafer, wo in der Betaïnfraktion eine geringe Menge des Chlorhydrates einer Base enthalten war, deren nähere Bestimmung mir bis jetzt nicht gelungen ist. Vielleicht ist dies ebenfalls Trigonellin (Czapek: Biochemie II. 286). Die Gegenwart grösserer Mengen von Betaïn in manchen Samen (der Linse, Zuckerrübe, Pferdebohnen, in den Blättern der Rübe), seine Verbreitung im Pflanzenreiche und der Umstand, dass er beim Keimen in die Keime übergeht, weisen darauf hin, dass Betaïn bei den Lebensprozessen der genannten Pflanzen eine bedeutende Rolle spielt. Nach der Ansicht von Scheibler (Zeit. d. Vereins f. Zuckerind. 19. 424) und von Liebreich (B. B. 2. 13) kann Betaïn in den Lecithinen das Cholin vertreten. Ein solches Betaïnlecithin hat v. Lippmann einmal dargestellt (B. B. 1887. 3205). Doch findet sich das Betaïn auch frei in den Pflanzen vor (Schulze: Zeit. f. physiol. Ch. 15. 140), wie aus dem Umstande, dass seine Menge oft jene des Lecithins übersteigt, zu schliessen ist.

Ist vielleicht Betaïn in manchen Samenarten ein Reservestoff für den Aufbau der Lecithine, deren Menge beim Keimen am Lichte*) bedeutend wächst?

Eine solche Zunahme an Lecithin haben beobachtet:

Maxwell (Amer. Ch. J. 13. 16. 428. cit. Czapek I. 156).
Stoklasa (Listy cukrovarnické 15. 205).
Wallerstein (Chem. Centr. 1897. I. 63).

Für die obige Annahme wurde die nahe Verwandtschaft beider Basen in chemischer Beziehung sehr wohl sprechen:

Cholin: $OH . CH_2 . CH_2 . N(CH_3)_3 . OH$
Betaïn: $OH . CO . CH_2 . N(CH_3)_3 . OH$

Cholin ist eine unbeständige starke Base, während Betaïn ungewöhnlich stabil und so wie auch neutral ist und sich sonst besser als Reservestoff eignen würde.

Es ist bekannt, dass das Betaïn aus Cholin durch Oxydation entsteht. (Liebreich: B. B. 2. 12.) Ich habe versucht das Cholin aus Betaïn durch Reduktion zu erhalten, doch gelang dies nicht selbst bei Anwendung der energischesten Reduktionsmittel wie Natriumamalgam und Natrium in Amylalkohollösung. In der Pflanzenzelle gehen jedoch unter Einwirkung von Licht noch energischere Reduktionsvorgänge vor, die nachzuahmen bis jetzt nicht gelungen ist.

---

*) Wenn der Samen im Dunkeln keimt, nimmt die Menge des Lecithins ab (Schulze und Frankfurter).

In den Produkten, welche lange Zeit gemahlen lagerten, war auffällig die geringe Menge des Cholins, obwohl das gesamte Cholin sowohl das präformierte, wie das in den Lecithinen enthaltene, bestimmt wurde.

Als ich die Menge des Cholins in den Lecithinen, die nach den Literaturangaben in den entsprechenden Pflanzensamen enthalten sind, berechnete (siehe Kollumne XII.) und mit meinen Resultaten verglich, fand ich in einer ganzen Reihe von Fällen, dass die Menge des Cholins, die in den Lecithinen vorausgesetzt wird, weitaus jene überwiegt, die ich wirklich gefunden habe. Ich bestimmte das Lecithin in den von mir untersuchten Produkten nach der Methode von Schulze (Zeit. f. physiol. Ch. 20. 225):

20 *g**) des auf der Dreefschen Mühle feinstgemahlenen Material wurde im Vakuum über Chlorkalzium bei 50—60° getrocknet mittels Ether, der über Natrium rektifiziert war, extrahiert, der Rückstand nach der Extraktion im Vakuum von Ether befreit und 3mal mit je 200 cm^3 absolutem Alkohol ausgekocht. Nachdem wurde der alkoholische Extrakt mit dem etherischen vereinigt, eingedampft und in einer Platinschale getrocknet mittels Soda und Salpeter verbrannt und in der Schmelze P_2O_5 nach der Molybdenmethode bestimmt. Die eingewogene Menge $Mg_2P_2O_7$ ergibt mit dem Faktor 7,27 multipliziert die Menge des Lecithins. Die Resultate sind, wie aus der Kolumne X der Tabelle ersichtlich ist, merklich kleiner als die in der Literatur angegebenen.**) Man kann annehmen, dass das Lecithin während des langen Lagerns der gemahltenen Samen in seine Komponenten zerfiel: die Distearyl- (oder Palmityl-)glycerinphosphorsäure, die Glycerinphosphorsäure oder beide und Cholin, welches, das unbeständig, einem weiteren Zufalle unterlag. Es lässt sich nicht erwarten, dass es sich bis auf Betaïn oxydieren würde, da dieses z. B. in der Erbse und dem Hafer, die unter gleichen Bedingungen lagerten, nicht einmal in Spuren gefunden wurde.

Den Zerfall von Lecithin beim Lagern an der Luft hat auch Jaeckle (Z. f. Unters. v. Nahr. u. Genussm. Z. 513 u. 673) im Eierteige beobachtet, in welchem nach der Menge des Lecithins auf die Menge der Eier resp. des Eigelbes zurückgeschlossen wurde. Er weist nach, dass infolge der Abnahme des Lecithins diese Schlussweise unrichtig ist.

Die Abnahme von Cholin ist besonders in den 3 letzten Fällen der Tabelle auffällig. Im Blattwerk der Zuckerrübe, welches etwa 7 Monate an der Luft und Licht lagerte, liess ich kein Cholin nachweisen; zur Bestimmung des Lecithins reichte leider das Material nicht aus. In einer

---

*) Schulze hat etwa 15 *g* Substanz und 150 cm^3 Alkohol angewendet; mit Rücksicht auf die geringere Menge Lecithin verwendete ich zur Bestimmung grössere Substanzmenge.

**) Ich habe das Lecithingehalt in frischen Samen bestimmt. Die Resultate nähern sich sehr denen von Schulze.

Probe frischer Blätter war die vorhandene Menge Cholin nicht nur für das Lecithin ausreichend, sondern überwog sogar noch.

Doch selbst die angenommene Abnahme an Lecithin erklärte den Mangel an Cholin nicht vollkommen. In den meisten Fällen übertrifft der aus der Lecithinmenge berechnete Cholingehalt den wirklich gefundenen. Manchmal sind die Differenzen klein, so dass sie auf Versuchsfehler zurückgeführt werden könnten, bei der Linse und den Pferdebohnen handelt es sich um Gramme Cholin, die wohl kaum hätten übersehen werden können.

Die angeführte Divergenz der Resultate kann auf zweierlei Weise erklärt werden. Entweder ist in den betreffenden Produkten Betaïnlecithin (v. Lippmann l. c.) vorhanden oder es kommen in dem ätherischen und alkoholischen Extrakt phosphorhaltige Stoffe vor, die kein Lecithin sind. Vielleicht handelt sich um die, die durch den Zerfall von Lecithin würden entstanden sein können. Die Salze der Distearylglycerinphosphorsäure sind etherlöslich (Beilstein I. 446), die freie Glycerylphosphorsäure ist in Alkohol löslich und auch ihre Salze sind nicht vollkommen unlöslich, wie ich mich durch folgenden Versuch überzeugt habe:

a) 2,3 *g* Natriumglycerophosphat (50%ig Merck) wurde in Filtrierpapier aufgesogen und bei 60° im Vakuum getrocknet. Nach dem Zerreiben wurde 3mal mit 150 cm^3 mittels Natrium entwässerten Alkohols je $^1/_2$ Stunde gekocht, dann filtriert; beim Abkühlen schied sich kein Niederschlag ab. Nach dem Abdestillieren des Alkohols wurde der Rückstand, wie oben, mit Soda und Salpeter geschmolzen und die Phosphorsäure bestimmt. Es wurden eingewogen 5,5 *mg* $Mg_2P_2O_7 = 40{,}0$ *mg* Lecithin, was auf die gewöhnlich verwendete Substanzmenge (20 *gr*) berechnet etwa 0,2% entsprechen würde.

b) 20 *gr* saure Natriumglycerophosphorsäure (von 50%) dargestellt durch Sättigen der Glycerophosphorsäure mittels Alkali bis zur alkalischen Reaktion auf Phenolphtalein und Zusatz einer gleichen Gewichtsmenge der Säure wurden zur Syrupdicke eingedampft, in Filtrierpapier aufgenommen und getrocknet. Es wurde gefunden 29,0 *mg* $Mg_2P_2O_7$, entsprechend 218,8 *mg* Lecithin oder auf die gewöhnlich verwendete Substanzmenge (20 *gr*) berechnet 1,05%.

E. Schulze gibt in seinen Arbeiten über Lecithin an, dass die gesamten, durch absoluten Alkohol nach seiner Vorschrift ausgelaugten Phosphorverbindungen bis auf einen ganz geringen Anteil in Ether löslich sind. Dies würde auf Abwesenheit von Glycerinphosphaten in den von Schulze untersuchten Samen hinweisen.

Weitere Versuche sollen zeigen, ob die Ansicht über das Vorkommen von Betaïnlecithinen oder sonstigen Stoffen die zwar alkohol- und etherlöslich, jedoch keineswegs Lecithin wären, richtig ist.

Laboratorium der Versuchsstation für Zuckerindustrie in Prag.

Revision und Synopsis der europäischen Dictyopterygiden.

Von

Prof. Fr. Klapálek.

(Mit 26 Abbildungen im Texte.)

Vorgelegt am 30. Juni 1906.

Vorliegende Arbeit ist eine direkte Fortsetzung meiner Abhandlung: Die europaeischen Arten der Dictyopterygiden (Rozpravy České Akad. roč. XIII. č. 17. — 1904.; Bullet. intern. 1904.), in welcher ich die Fam. Dictyopterygidae auf Grund von Struktur-Merkmalen in Gattungen und Untergattungen geteilt habe. Wie dieser Teil der Arbeit leicht und zufriedenstellend war, so schwer wurde es die Arten sicher von einander zu unterscheiden und feste Merkmale aufzufinden. Die große Variabilität lässt sich dadurch erklären, daß diese Insekten infolge des schwachen Flugvermögens auf bestimmte Bezirke gebunden sind und leicht lokale Rassen bilden; wir müssen also für ihre Artmerkmale recht weite Grenzen zulassen. Auch die Weichheit des Körpers, welcher durch Vertrocknung sehr leicht die Form der einzelnen Teile und gewissermaßen auch die Farbe wechselt, ist eine unangenehme Ursache der vielen Schwierigkeiten. Und doch müssen wir trachten solche Charaktere herauszufinden, auf Grund welcher wir die trockenen Exemplare zu unterscheiden im stande wären. Die größten Schwierigkeiten bieten in dieser Hinsicht die Gattungen *Dictyopteryx* s. str. und *Arcynopteryx* Klp.

Ich hoffe durch diese Arbeit zur Aufklärung der Synonymik beigetragen zu haben. Es gelang mir alle im vorigen Jahrhunderte beschriebenen Arten festzustellen mit Ausnahme der *Dict. norvegica* Kny, deren Beschreibung keinen Anhaltspunkt bietet, um sie wenigstens generisch auf den richtigen Platz stellen zu können; da ihr Entdecker, Herr Embr. Strand längere Zeit abwesend ist, so konnte er nicht meine Bitte erfüllen und das Original mir zur Ansicht leihen. Sehr wichtig waren für

mich die Typen der Ramburschen Arten, die sich in der Sammlung des H. Baron de Selys-Longchamps befinden.

Die Vollendung der Arbeit wurde mir durch die freundliche Unterstützung durch zahlreiches Material ermöglicht, die mir zuteil wurde seitens der Herren: Prof. Ign. Bolivar in Madrid, k. k. Landesgerichtsrat Józ. Dzięd zielewicz in Lemberg, A. Handlirsch, Kustos am k. k. Hofmuseum in Wien, MUDr. Peter Kempny (leider jetzt verstorben) in Gutenstein, K. J. Morton in Edinburgh, Dr. Fr. Ris in Rheinau, Baron Edm. de Selys-Longchamps, Senateur in Brüssel, P. Gabr. Strobl, Direkt. des Museums und Gymnas. in Admont, Dr. A. Thienemann in Greifswald und G. Ulmer in Hamburg und von den Direkzionen der Museen: des k. k. Hofmuseum in Wien, des Nationalmuseum in Budapest und Agram, der natur.-hist. Museen in Berlin, Bremen, Brüssel, Greifswald Hamburg, Helsingfors, Madrid und Paris. Allen sage ich meinen verbündlichsten Dank.

Ordn. Plecoptera.

1. Fam. **Dictyopterygidae** Klp.

Körper mittelgroß bis groß, Fühler fadenförmig, Taster pfriemenförmig mit einem sehr dünnen letzten Gliede, welches kürzer ist als das

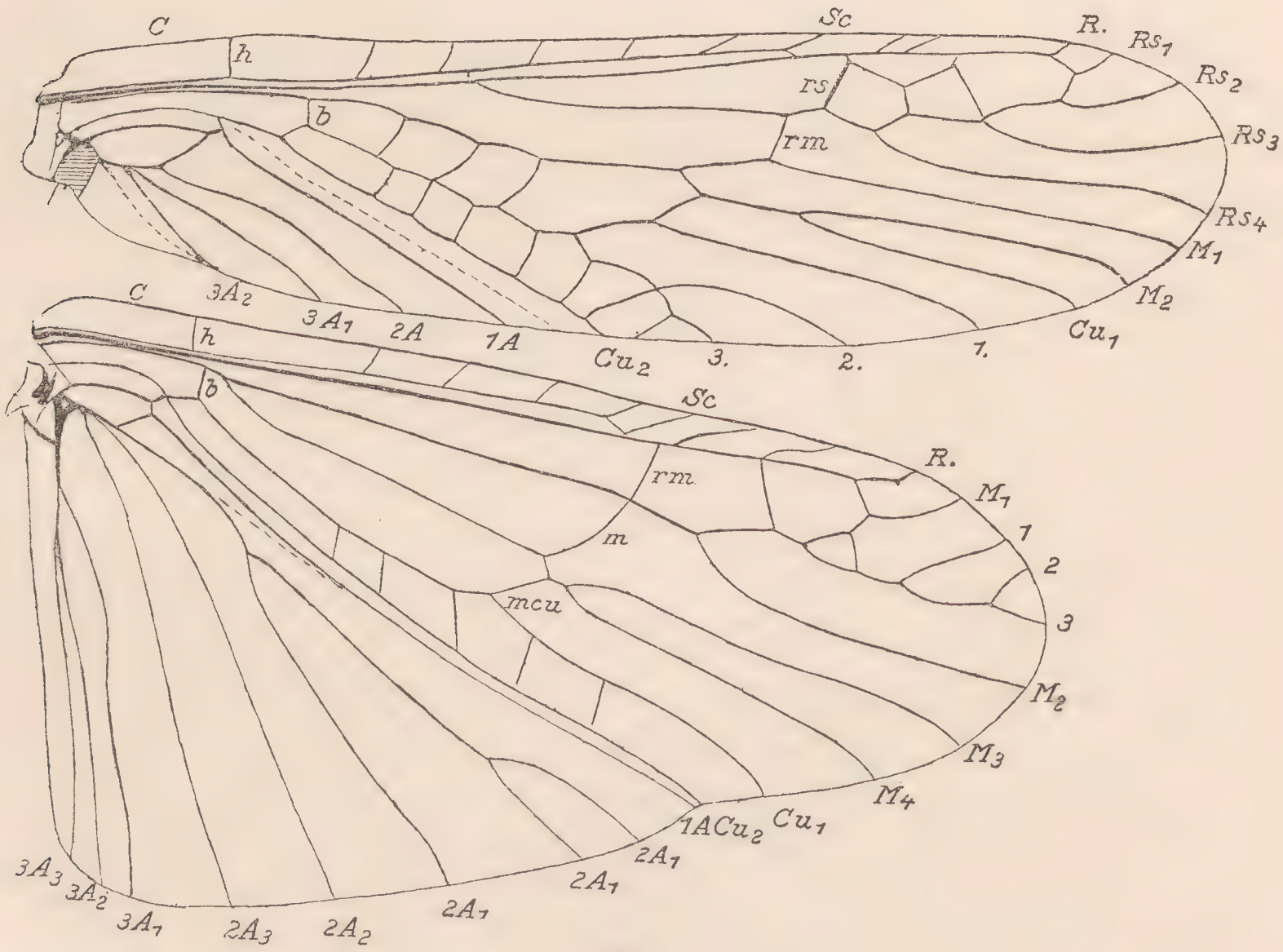


Fig. 1. *Dictyopteryx dispar*. R m b.: die Nervatur. C = Costa, Sc = Subcosta, R = Radius Rs_1—Rs_4 = die Aeste des Sektor radii, M_1—M_4 die Aeste der Media, Cu_1—Cu_2 Cubitus anterior et posterior, $1A$, $2A$, $3A$ = 1.—3. Analader, h = d. humerale, b = basale, rs = radiosectorale, rm = radiomediale, mcu = mediocubitale Querader, 1, 2, 3, 4 = die accessorischen Adern.

vorangehende. Flügel öfters bei den ♂, selten auch bei den ♀ stark verkürzt; in der Flügelspitze zwischen dem Radius, seinem Sektor und den Ästen des letzteren, manchmal sogar bis zur Media ein mehr oder weniger unregelmäßiges Adernetz vorhanden, oder es fehlt dieses Adernetz und wir finden zwischen dem Radius und dem Sektor nur eine Querader. Der vordere Cubitus-Ast verzweigt sich derart, daß er stark nach vorne einbiegt und einige accessorische Äste gegen den Außenrand des Flügels abgibt. Im Hinterflügel finden wir in dem reifen Flügel keinen Sektor radii, dafür ist die Media zweimal gegabelt. Ich will mich an diese faktischen Verhältnisse halten, obwohl ich nicht an der Richtigkeit der Beobachtungen der Herren Comstock und Needham zweifele und erkläre mir diese Abweichung durch die Vermutung, daß Sektor radii ursprünglich eine selbständige Ader ist, später aber entweder mit dem Radius oder mit der Media am Grunde verschmilzt. Dr. Ris führte als ein wichtiges Merkmal die Lage der Abzweigung des Sektor radii ein; er unterscheidet zwei Arten-Gruppen; bei der einen zweigt sich dieser Ast etwa im ersten Flügeldrittel, bei der anderen etwa in der Flügelmitte ab. Um dieses Merkmal greifbarer zu machen, vergleiche ich die Länge der inneren interradialen Zelle mit der Länge ihres Stieles, den ich von dem Punkte messe, wo die verlängerte basale Querader den Radius trifft. Die Hinterleibspitze trägt zwei starke, wohl entwickelte Cerci.

Beim ♂ ist der IX. Ventralbogen mehr oder weniger verlängert und bildet eine mehr oder weniger vollkommene Subgenitalplatte. Zu Genitalzwecken sind entweder die Subanalklappen oder der Supraanallobus modifiziert. Beim ♀ sind zehn normale Hinterleibsringe, der achte bildet eine Subgenitalplatte und der zehnte ist auf dem Rücken öfters etwas verlängert.

Bei beiden Geschlechtern sind die inneren Genitalien schlingenförmig entwickelt.

Übersicht der Gattungen und Untergattungen.

1. Zwischen dem Radius und seinem Sektor ist ein mehr oder weniger dichtes und unregelmäßiges Adernetz. Die ♂, wenn kurzflüglig, haben nur kurze Subanalklappen, so daß sie in der Ansicht von oben den X. Hinterleibsring nicht überragen . . . 2.

— Zwischen Radius und seinem Sector höchstens nur eine Querader. Die ♂, wenn kurzflüglig, haben lange Subanalklappen, welche aneinander gedrückt sind und in der Dorsalansicht den Hinterrand des X. Ringes überragen . . . . . 4.

2. Die Queradern *rs* und *rm* bilden nicht eine Linie und die Anastomose ist unterbrochen. Die ♂ öfters kurzflüglig . . . . . 3.

— Die Queradern *rs* und *rm* entweder eine Linie bildend oder in den Sektor sehr nahe einander einmündend. Die ♂ immer vollflüglig . . . . . Sbg. *Dictyogenus*.

3. Bei ♂ der IX. u. X. Ring ganz; die ♀ Subgenitalplatte breit, den größeren Teil des IX. Ringes deckend . . . . *Dictyopteryx*.

— Bei ♂ der IX. u. X. Ring auf dem Rücken gespalten, der X. in zwei an der Spitze verdickte Fortsätze nach oben verlängert. Die ♀ Subgenitalplatte nimmt etwa nur die Hälfte des IX. Ringes ein . . . . . *Arcynopteryx*.

4. Die ♂ öfter kurzflüglig, mit ganzem X. Ringe, und langen Subanalklappen. Die ♀ Subgenitalplatte klein, wenig mehr als die Hälfte des VIII. Ringes einnehmend . . . . Sbg. *Dictyopterygella*.

— Die ♂ geflügelt, mit kurzen Subanalklappen und geschlitztem X. Ringe. Die ♀ Subgenitalplatte deckt fast die ganze ventrale Fläche des IX. Ringes . . . . . *Isogenus*.

I. Genus. **Dictyopteryx** Pict. sen. em.

(*Perla* partim der Auktoren vor Pictet.)

— Die ♂ kurz- oder vollflüglig. Sector radii zweigt sich etwa am Ende des ersten Drittels bis in der Mitte der Flügellänge ab. Der IX. u. X. Ring ist bei den ♂ ganz; der IX. Ventralbogen ist mehr oder weniger verlängert und vertritt so die Subgenitalplatte. Die Subanalklappen halbwalzenförmig. Die ♀ Subgenitalplatte nimmt die $^1/_2$ bis wenig mehr als $^3/_4$ der Breite des VIII. oder IX. Ringes ein. Die Form der Anastomose ist nicht konstant und bildet beide Haupttypen und das Adernetz der Flügelspitze vorhanden oder fehlend.

Übersicht der Subgenera.

— Anastomose an dem Sektor unterbrochen, die Flügelspitze mit einem unregelmäßigen Adernetze. Beim ♂ ist der IX. Ventralbogen deutlich vorgezogen, die Subanalklappen kurz, von oben nicht sichtbar. Die ♀ Subgenitalplatte groß und mehr als $^3/_4$ der Breite des VIII. Ringes einnehmend *Dictyopteryx* s. str.

— Anastomose am Sektor nicht unterbrochen, die Flügelspitze ohne Adernetz, ein dunkler Fleck am Anfange der Anastomose. Beim ♂ der IX. Ring auf der Bauchseite kaum verlängert; die Subanalklappen lang, den X. Ring deutlich überragend. Die ♀ Subgenitalplatte nimmt wenig mehr als die Hälfte des IX. Ringes ein . . . . . *Dictyopterygella* Klp.

1. Subg. **Dictyopteryx** Pict.

Perla Geoffr. part., *Isogenus* Newm. part., *Perlodes* Banks.

Sector radii im Vorderflügel entspringt weit vor der Flügelmitte, so daß der Stiel etwa die halbe Länge des Vorderrandes der inneren interradialen Zelle hat. Beim ♂ ist der IX. Ring auf der Bauchseite deutlich verlängert; die Subanalkappen sind kurz, kegelförmig bis halbwalzenförmig, mit der flachen Innenseite aneinandergelegt. Die ♀ Subgenitalplatte nimmt $^2/_3$ bis noch etwas über $^3/_4$ der Breite des IX. Ringes ein.

Die Größe des Kopfes ist nach der Art verschieden; der Kopfschild ist nach vorne stark verengt mit stumpfwinkligen mehr oder weniger abgerundeten Vorderecken. Die Punktaugen klein, in ein stumpfwinkliges Dreieck gestellt, dessen Seiten im Verhältnisse 40 : 26 stehen. Die Grundstruktur bildet eine feine Chagrinierung, die aber bei verschiedenen Arten ungleich deutlich erscheint und die Abschwächung des Glanzes verursacht. Die M-Linie ist nicht immer gleich deutlich, die Stirnschwielen sind immer vorhanden, aber die Hinterhauptschwielen auch nach der Art ungleich stark entwickelt. Fühler in der Regel stark, mit dicht gereihten unteren Gliedern, welche zweimal so breit wie lang sind.

Das Pronotum ist gewöhnlich viel breiter als lang, entweder querlänglich, bis deutlich trapezoid, nach vorne verschmälert. Seine Mittelfurche deutlich, aber nicht breit, das Mittelfeld etwa im vorderen Drittel, oder zweiten Fünftel am schmalsten, nach vorne und hinten erweitert.

Flügel beim ♂ entweder verkürzt oder voll entwickelt und so weit meine bisherige Erfahrung reicht, ist das Maß der Entwicklung derselben bei einer und derselben Art konstant. In vollentwickelten Flügeln finden wir ziemlich zahlreiche Queradern im Costalfelde und ein mehr oder weniger unregelmäßiges Adernetz in der Flügelspitze zwischen dem Radius und seinem Sektor; manchmal ist dasselbe nur durch 2—3 parallele Queradern gebildet und ist sehr einfach und regelmäßig, in anderen Fällen sind auch die akzessorischen Äste des Sector radii untereinander durch Queradern verbunden, welche so wie die vorderen einen sehr unregelmäßigen Verlauf haben und oft zusammenfließen. Auch die Queradern zwischen der Media und beiden Ästen des Cubitus sind oft sehr unregelmäßig. Der vordere Ast der 2 A im Hinterflügel ist entweder einfach gegabelt, oder entsendet 2—3 Äste nach hinten.

Übersicht der Arten.

1. Nur das vordere Feld des Kopfes (vor der M-Linie) schwach glänzend, der Kopf sonst, besonders zwischen den Punktaugen, matt. Der helle Fleck vor der M-Linie kaum angedeutet; die seitlichen Hinterhauptsflecke klein. Pronotum vorne fast so breit

wie der Kopf samt Augen. Fühler dünn. ♂ kurzflüglig, mit dunklen Flügelrudimenten . . . . . *dispar.*

— Erstes und zweites Kopffeld glänzend; auch Pronotum ziemlich glänzend. Fühler stark . . . . . 2.

2. Die ♀ Subgenitalplatte viel kürzer als der IX. Ring, mit einem einfach bogenförmigen Hinterrande; die Seitenfalten, welche dieselbe begrenzen, sind stark nach hinten divergent. Die Hinterhauptschwielen stark vortretend und die mittleren fast den Gipfel der Gabellinie erreichend. Kopf und Pronotum ziemlich stark glänzend. Fühler und Cerci auffallend lang, so daß die Cerci die Flügel weit überragen. Flügel dunkel. ♂ vollflüglig . *intricata.*

— Die ♀ Subgenitalplatte querelliptisch, manchmal fast halbkreisförmig, mit deutlichem Seitenrande, gewöhnlich den Hinterrand des IX. Ringes erreichend, manchmal sogar denselben überragend 3.

3. Beide Flügelpaare auffallend gleichmäßig braun gefärbt, mit halbkreisförmiger Spitze. Die M-Linie und der Kopfschild vor derselben nur schwach rötlich; die Hinterhauptschwielen groß, vortretend und die mittlere Gruppe den Gipfel der bogenförmigen Gabellinie erreichend. Die ♀ Subgenitalplatte lang, fast den Hinterrand des X. Ringes erreichend, nicht ausgerandet, mit der Bauchfläche gleichfärbig. ♂ kurzflüglig . . . . . *rectangula.*

— Flügel höchstens nur an der Wurzel und entlang des Vorderrandes stärker gebräunt, glänzend und etwas irisierend . . . . 4.

4. Pronotum so breit wie der Kopf samt Augen, verhältnismäßig kurz, der Kopf und Pronotum relativ groß; ♂ kurzflüglig mit hellen Flügelstummeln . . . . . *Mortoni.*

— Pronotum deutlich schmäler als der Kopf samt Augen, wenig breiter als die Stirn zwischen den Augen; Kopf und Pronotum nicht auffallend groß. ♂ vollflüglig . . . . . *microcephala.*

Für die ♂ kann man folgende Übersicht gebrauchen:

1. Körper kurzflüglig . . . . . 1.
— » vollflüglig . . . . . 4.
2. » und Kopf klein . . . . . *dispar.*
— » größer, Kopf und Pronotum groß . . . . . 3.
3. Flügel hell; die Makel vor der M-Linie deutlich . . . . *Mortoni.*
— » dunkelbraun; die Makel vor der M-Linie undeutlich . *rectangula.*
4. » hell, durchsichtig, Fühler und Cerci von normaler Länge . . . . . *microcephala.*
— » braun, dunkel, schwach durchsichtig, Fühler und Cerci auffallend lang . . . . . *intricata.*

* * *

Dictyopteryx norvegica Kny. (Ueber Perlidenfauna Norwegens p. 2) ist mir unbekannt und ich kann nicht bestimmt sagen, ob sie hieher oder in die folgende Gattung zu stellen ist.

1. **Dictyopteryx dispar** Rmb., Névropt. p. 451 (1842).

= *Perla microcephala* Burm. Handb. II. p. 878 (1839).
= *Dict. microcephala* Pict. partim, Perlides p. 158 (1841) nec Ann. Sc. nat. XXVIII. (1834).
= *Dict. microcephala* Klapálek, Geschlechtst. d. Plecopt. p. 3 (1896).
= *Dict. microcephala* Ris, Perlidengattung Dictyopteryx p. 4.
= *Dict. microcephala* Klapálek, Neuropterologické studie p. 14 (1900); Výzkum českých Neuropteroid p. 6 (1902); Conspect. Plecopt. p. 1 (1905).

Auch Brauer (Neuropt. austriaca, 1857), Schoch (Neuropt. Helvetiae, 1885), Schöyen (Norge Neuropt. et Pseudoneuropt., 1887) und Rostock (Neuropt. german., 1888) trennten nicht diese Art von D. microcephala.

Körper schwarzbraun auf dem Meso- und Metanotum stark, auf dem Hinterleibe schwach glänzend; Kopf und Pronotum matt, mit Ausnahme der erhöhten Schwielen. Die eiförmige Makel auf dem Scheitel, eine dreieckige, die Gabellinie nicht erreichende mittlere Makel auf dem Hinterhaupte, ein kleiner Fleck hinter jedem Auge und der Mittelstreifen auf dem Pronotum sind dunkel orangegelb; auf dem Kopfschilde fehlt in der Regel der Fleck vor der M-Linie, hie und da ist aber derselbe schwach entwickelt und die Seiten des Kopfschildes sind gelblich. Auch die Unterseite des Kopfes, die Brust, die Hüften und Trochanteren sind orangegelb. Auf den Schenkeln sind die untere und obere Kante, so wie der Knierand hell- bis gelbbraun. Schienen hellbraun nur unterhalb der Knien dunkler, Füße etwas dunkler als die Schienen. Fühler und Taster schwarzbraun, Cerci olivbraun, am Grunde dunkler, gegen die Spitze zu lichter.

Kopf sehr fein geringelt, sehr fein und kurz tomentiert; die erhobenen schwielenartigen Stellen sowie die M-Linie kahl und deutlicher, regelmäßig gerunzelt.

Kopf verhältnismäßig klein, stark nach vorne verschmälert, so daß der Vorderrand des Kopfschildes nur wenig mehr als die Hälfte der Stirnbreite hat. Pronotum stark quer, tra-

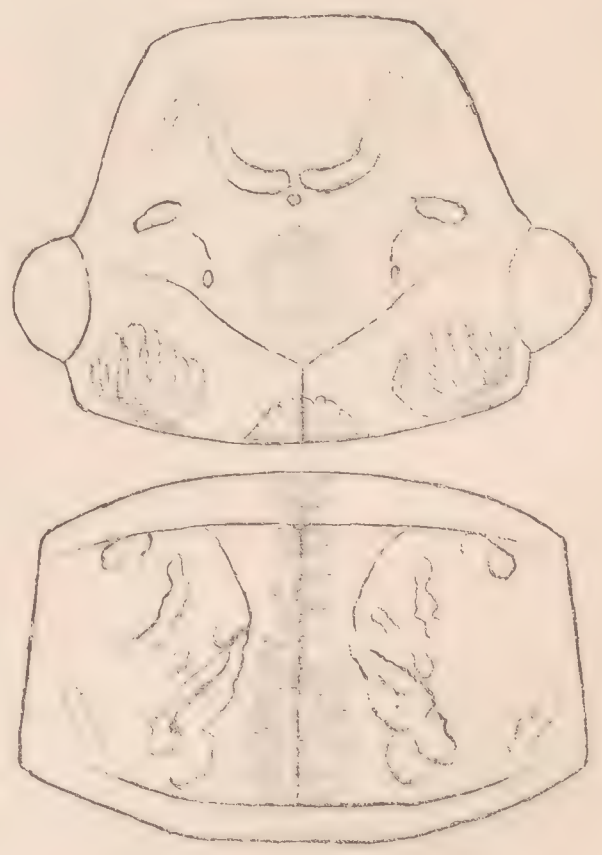


Fig. 2. *Dictyopteryx dispar*. Rmb. Der Kopf und das Pronotum.

pezoid, nach vorne verengt, hier etwas breiter als der Kopf zwischen den Augen, hinten gleich breit wie der Kopf samt den Augen. Das Verhältnis der vorderen Breite zur hinteren und zur Länge ist 47 : 51 : 34. Das Mittelfeld etwa im ersten Drittel am schmälsten und hier etwa $^1/_5$ der ganzen Breite einnehmend.

Flügel fast glashell, ziemlich glänzend, nur an der Wurzel und entlang des Vorderrandes etwas angeraucht. Das Adernetz in der Flügelspitze nur wenig unregelmäßig und die Queradern zwischen Media und den Cubitusästen fast regelmäßig.

Beim ♂ sind die Flügel stark verkürzt, so daß die hinteren kaum den Hinterrand des dritten Ringes erreichen; die vorderen sind zwar etwas länger als die hinteren, aber wenn sie zusammengelegt sind, reichen nicht zu der Spitze derselben. Beide Flügelpaare sind stark angeraucht. Die gelbe Zeichnung auf dem Kopfschilde ist manchmal recht deutlich.

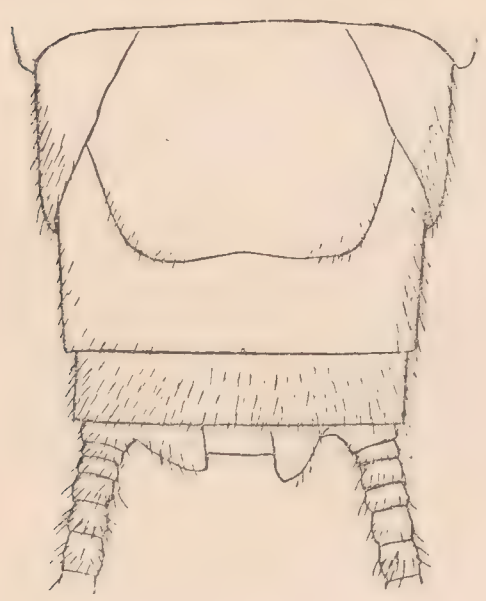


Fig. 3. Die ♀ Subgenitalplatte der *Dict. dispar*. R m b.

Die ♀ Subgenitalplatte ist etwas trapezoid mit abgerundeten Hinterecken und etwas ausgerandetem Hinterrande; sie erreicht nur an stark verschrumpften Exemplaren den Hinterrand des IX. Ringes.

Körperlänge ♂ 7—11 *mm*, ♀ 9—16 *mm*, Flügelspannung ♀ 27—37 *mm*.

Diese Art ist weit über Mittel- und Nordeuropa verbreitet. R a m b u r hat sie in Paris gesammelt (Col. de Selys-Longch.), R i s in Schweiz; sie kommt auch in Ost-Alpen vor und ich habe auch Stücke aus Finnland gesehen. Lebt oft in der Gesellschaft von Isogenus nubecula, an größeren Flüssen.

1 ♀ aus Poturzyca am Bug (Dziędzielewicz) ist lichter und zeigt vor der M-Linie eine helle Makel. Sonst aber ist die Form des Pronotum und des Kopfes typisch und der letztere ist zwischen den Punktaugen ganz schwach glänzend.

Die Merkmale dieser Art sind recht charakteristisch und die Abbildung, die Pictet gegeben, zeigt deutlich, daß dieser Auktor von Burmeister diese Art erhalten hat und nicht seine microcephala. Die ♀ werden sich höchstwahrscheinlich in mancher Sammlung unter der microcephala vorfinden.

2. **Dictyopteryx Mortoni** n. s p.

? *Perla Cymodoce* N e w m.

Körper schwarzbraun, ziemlich glänzend, besonders auf dem Meso- und Metanotum. Der relativ kleine, länglich eiförmige Makel auf dem Scheitel, ein halbmondförmiger vor der M-Linie und drei Hinterhauptsmakel, welche hinten zusammenfließen, aber bei meisten Stücken nur schwach entwickelt sind, und der Mittelstreifen auf dem Pronotum sind

gelb. Die Unterseite ist heller, nur auf der Mittel- und Hinterbrust glänzend schwarz; Kopf unten gelb. Fühler und Taster schwarzbraun mit einem Stich ins Olivgrüne. Die obere und untere Kante der Schenkel und die Schienen mit Ausnahme eines kleinen Teiles unterhalb der Knien olivgelbbraun; der Knierand der Schenkel ist deutlich gelbbraun. Cerci helloliv.

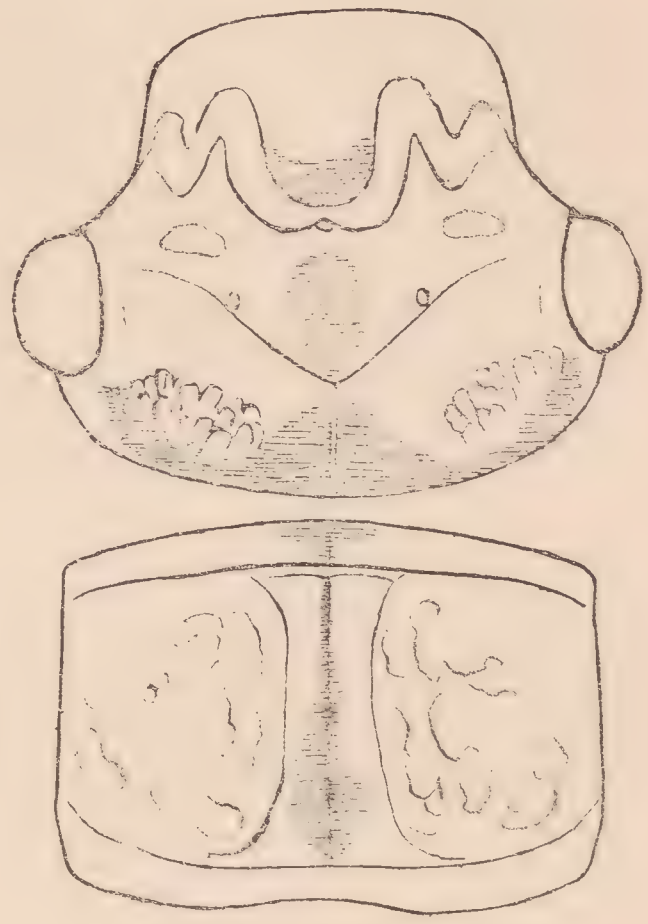


Fig. 4. *Dict. Mortoni* Klp. Kopf und Pronotum.

Der Kopf ist sehr fein, kaum sichtbar gerunzelt, aber deutlich fein pubescent; die M-Linie und die Hinterhauptschwielen wenig ausgeprägt. Derselbe ist relativ groß, besonders beim ♂, vor den Augen rasch verschmälert, so daß die Seitenränder des Kopfschildes fast parallel sind und der Vorderrand etwa $^3/_4$ der Stirnbreite mißt. Auch Pronotum ist groß, quer, nach vorne kaum verschmälert, bedeutend breiter als der Kopf zwischen den Augen, manchmal fast so breit wie der Kopf samt den Augen; das Verhältnis der hinteren Breite zur Länge ist 49 : 34. Das Mittelfeld nimmt auf der schmälsten Stelle etwas mehr als $^1/_7$ der Breite ein.

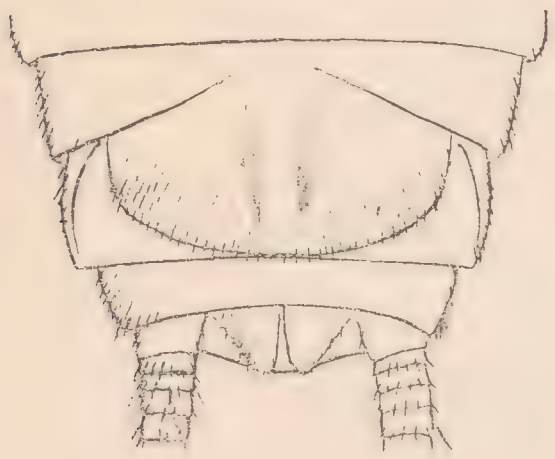


Fig. 5. *Dict. Mortoni* Klp. Die ♀ Subgenitalplatte.

Flügel nur entlang des Vorderrandes etwas angeraucht, sonst fast glashell. Zwischen dem Radius und Sektor nur einige fast quadratische Zellen und die Nervatur zwischen der Media und den Ästen des Cubitus fast regelmäßig.

Beim ♂ sind die Flügel stark verkürzt, so daß die hinteren den Hinterrand des IV. Ringes etwas überragen. Sie sind licht und stechen dadurch vom übrigen Körper deutlich ab.

Die ♀ Subgenitalplatte ist fast halbkreisförmig, aber hat deutliche, obwohl kurze Seitenränder; der Hinterrand ist nicht ausgeschnitten und reicht etwa an das Ende des IX. Ringes. Der X. Ring ist auf dem Rücken mäßig und stumpfwinklig vorgezogen.

Die Körperlänge des ♂ 12—13 *mm*, des ♀ 12—14 *mm*, Flügelspannung 33—39 *mm*.

Ich habe die originalen Stücke von H. K. J. Morton aus Carluke (28./3.), und Uddingston (13./4.) in Schottland erhalten. Nebstdem befindet sich eine Reihe von Exemplaren aus Gotha in Deutschland (3./5. 80., leg. Müller) in der Sammlung der Universität in Greifswald; ich sehe keine Unterschiede zwischen diesen und den schottischen Exemplaren.

3. **Dictyopteryx microcephala** Pict.

= ? *Perla Cymodoce* Newm.
= *Perla intricata* Rmb. (sec. typum!).
= *Dictyopt. rectangula* Klp.: Ueber neue und wenig bekannte Arten der palaearkt. Neuropt. Bull. intern. de l'Académ. des Sciences de Bohême 1901, p. 6, Conspect. Plecopt. p. 1.

Körper schwarzbraun, Kopf, Prothorax und Abdomen mäßig, Meso- und Metanotum stark glänzend. Der Scheitelfleck ist schmal, länglich eiförmig, vorne breiter; die Hinterhauptsmakel sind klein, der mittlere schmal und die seitlichen ziehen sich als schmale Streifen gegen den Innenrand der Augen; der Mondfleck vor der M-Linie deutlich, aber nicht auffallend. Der Mittelstreifen auf dem Pronotum nach vorne zugespitzt, so daß er mit dem breiten Makel an dem Vorderrande ein Ausrufungszeichen bildet. Diese helle Zeichnung ist orangegelb. Die Unterseite ist dunkelbraun, auf der Mittel- und Hinterbrust fast schwarz und glänzend, auf dem Kopfe orangegelb. Fühler und Taster schwarz. Auf den Beinen sind die obere und untere Schenkelkante und die Schienen mit Ausnahme der Partie unterhalb der Knien braun. Cerci olivbraun, am Grunde dunkel, gegen die Spitze zu lichter.

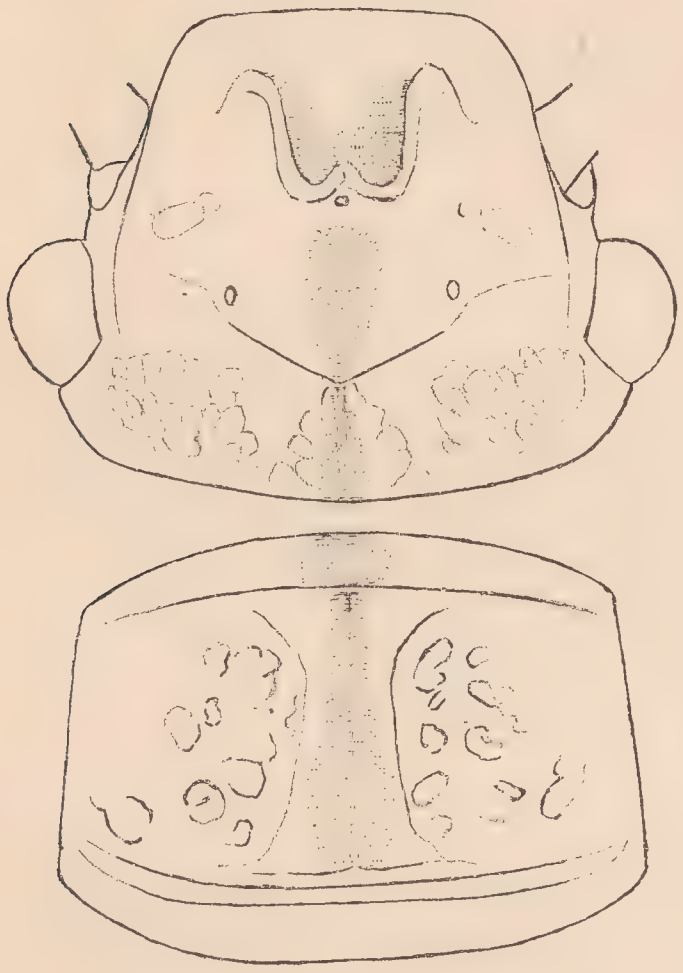


Fig. 6. *Dict. microcephala* Pict. Kopf und Pronotum.

Der Kopf und Pronotum fein und dicht pubescent; der erstere nur auf dem Hinterhaupte matt, sonst etwas glänzend; die M-Linie nicht auffallend. Der Kopf verhältnismäßig groß und breit, Pronotum trapezoid, mäßig quer, nach vorne stark verengt, auch hinten schmäler als der Kopf samt Augen; das Verhältnis der hinteren Breite zur vorderen und zur Länge 53 : 48 : 39; das Mittelfeld nimmt etwa im ersten Drittel, wo es am schmälsten ist, etwa $^1/_6$ der ganzen Breite ein.

Flügel fast wasserhell, ziemlich stark glänzend, nur an der Wurzel und entlang des Vorderrandes bis zum Radius angeraucht. Das Adernetz in der Flügelspitze gewöhnlich stark unregelmäßig.

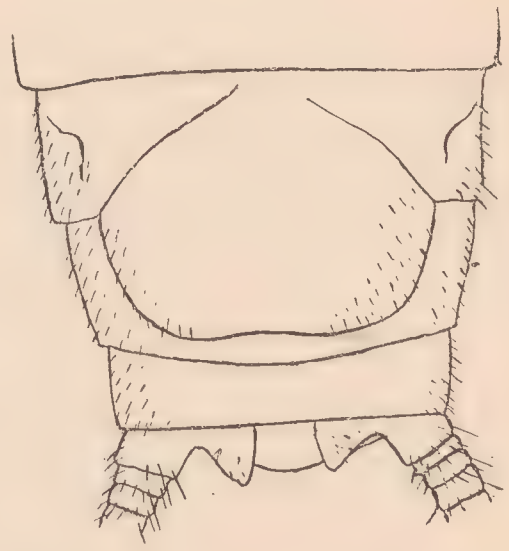


Fig. 7. *Dict. microcephala* Pict. Die ♀ Subgenitalplatte.

Das ♂ vollflüglig, aber viel kleiner als das ♀. Die ♀ Subgenitalplatte bedeutend lang mit deutlichen Seitenrändern und mit mehr oder weniger ausgeschnittenem Hinterrande; sie erreicht in der Regel nicht das Ende des IX. Ringes.

Körperlänge des ♂ 8—11 *mm*, des ♀ 15—17 *mm*, Flügelspannung ♂ 20—30 *mm*, ♀ 38—40 *mm*.

Diese Art ist in den Alpenländern, Sudeten und Karpaten verbreitet und kommt besonders an rasch fließenden Gebirgsbächen vor, obwohl sie auch tief in die Ebene hinabsteigt.

4. **Dictyopteryx rectangula** Pict. Perlides p. 159 (1841).

= *Perla hispanica* Rmb. Névropt. p. 452 (1842).

Körper schwarzbraun, ziemlich glänzend, auf dem Meso- und Metanotum stark glänzend. Der eiförmige Scheitelmakel und 3 Hinterhauptsflecke rotbraun; diese untereinander hinten verbunden und der mittlere bis zum Gipfel der Gabellinie reichend. Der Fleck vor der M-Linie schwach angedeutet. Der Mittelstreifen des Pronotum ist schmal. Unten ist der Kopf hell rotbraun und die Farbe des Bauches geht ebenfalls ins Rotbräunliche über. Fühler und Taster schwarzbraun, auf den Beinen sind die obere und untere Kante der Schenkel und die Schienen bis auf die Partie unter den Knien rotbraun. Cerci schwarzbraun ins Olivgrüne.

Der fast glatte und fein behaarte Kopf ist groß. Das Pronotum trapezoid nach vorne verengt, hinten etwa so breit wie der Kopf samt Augen, wogegen der Vorderrand etwa der Stirnbreite gleich ist. Das Verhältnis der hinteren Breite zur vorderen und zur Länge ist 56:49:44.

Fig. 8. *Dict. rectangula* Pict. Kopf u. Pronotum.

Das Mittelfeld am schmälsten etwa im zweiten Fünftel, wo es etwa $^1/_7$ der ganzen Breite hat.

Flügel stark braun gefärbt, besonders längs des Vorderrandes; ihre Spitze halbkreisförmig. Das Adernetz einfach, gewöhnlich nur durch einige Queradern gebildet; in den Hinterflügeln ist dasselbe mehr unregelmäßig.

Das ♂ kurzflüg'ig. Die ♀ Subgenitalplatte groß, halbkreisförmig, aber die Randlinie ist derart in zwei stumpfe Winkel gebrochen, daß zwei deutliche Seitenränder entstehen, welche mit den Seiten des IX. Ringes fast parallel sind; sie nimmt $^3/_4$ der Breite des IX. Ringes ein und reicht bis an den Hinterrand des X. Ringes.

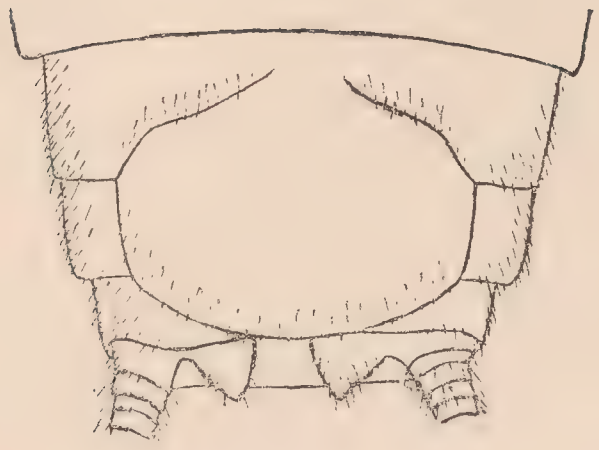


Fig. 9. *Dict. rectangula* Pict. Die ♀ Subgenitalplatte.

Die Körperlänge beim ♂ 14 *mm*, Flügelspannung 36 *mm*. Pictet führt diese Art aus Turin auf; ich habe eine Reihe von Exemplaren in der Sammlung des H. Prof. Bolivar aus Navacerrada in Spanien (darunter ein ♂) gesehen. In der Sammlung v. Baron de Selys-Longchamps befindet sich ein ♀ aus der Ramburschen Sammlung mit Localitätsangabe: Madrid.

5. **Dictyopteryx intricata** Pict.

Körper schwarzbraun, mäßig, nur auf dem Meso- und Metanotum stark glänzend; auch die schwielenartigen Stellen des Kopfes und Pronotums mit stärkerem Glanze. Der Scheitelfleck breit lanzettlich; die Hinterhauptsmakel, von welchen der mittlere die Gabellinie nicht erreicht und die seitlichen schief gegen den Innenrand der Augen sich ziehen, fließen am Rande des Hinterhauptsloches zusammen. Der Kopfschild mit einem deutlichen halbmondförmigen Makel vor der M-Linie und einer lichten Stelle in jedem Winkel. Der Mittelstreifen auf dem Pronotum ist schmal lanzettlich und bildet mit dem runden Flecke auf dem Vorderrande desselben ein Ausrufungszeichen. Alle diese Flecke sind licht gelbbraun. Die Unterseite ist braun, nur der Kopf und je ein Makel vorne auf den Brustringen sind licht gelbbraun. Beine dunkelbraun, die Hüften und Trochanteren mit den Schenkeln gleichfarbig; die obere und untere Kante der Schenkel sind kaum lichter, aber der gelbbraune Saum des Knierandes der Schenkel und dunklere Stelle unterhalb des Knies auf den Schienen sind deutlich. Fühler schwarzbraun, Taster etwas heller, Cerci schwarz, mit einem Anflug von Olivgrün.

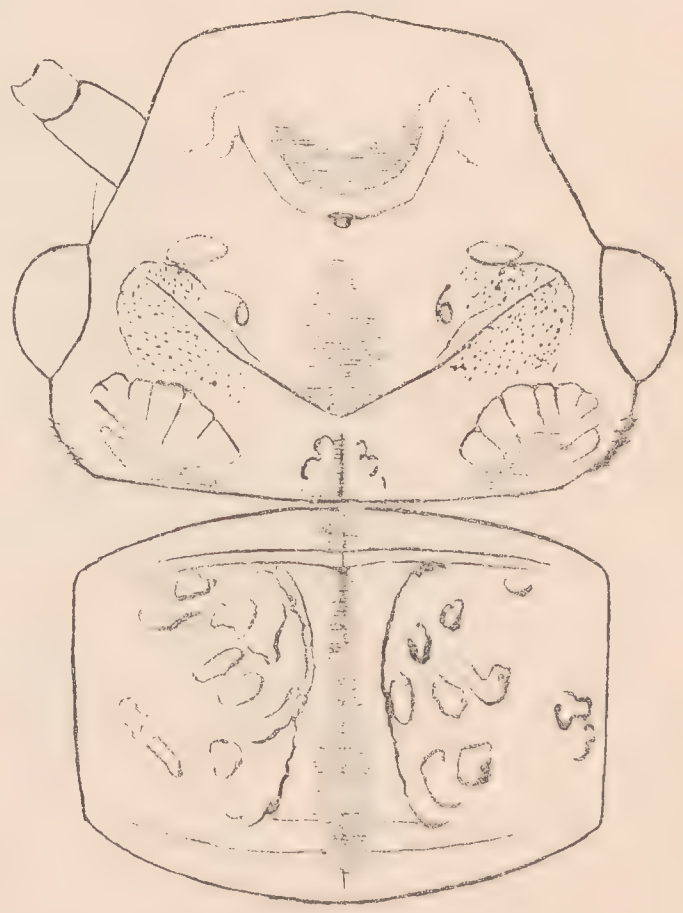


Fig. 10. *Dict. intricata* Pict. Kopf u. Pronotum.

Der Kopf fast ganz glatt, aber ziemlich dicht und lang goldgelb behaart; die M-Linie nur wenig vortretend, dabei die Hinterhauptschwielen stark und fächerförmig. Kopf auffallend groß. Fühler wenigstens so lang wie die Vorderflügel; die Cerci ebenfalls sehr lang und unter den geschlossenen Flügeln weit hervorragend. Pronotum mäßig quer, viereckig, fast parallelseitig, kaum breiter als der Kopf zwischen den Augen. Das Verhältnis der Breite zur Länge ist 49 : 35.

Das Mittelfeld etwa im zweiten Fünftel am schmälsten und daselbst etwa $^1/_7$ der ganzen Breite einnehmend.

Flügel deutlich angeraucht, aber doch stark glänzend. Bei den 2 Exemplaren, die ich durch die Güte des Hr. Dr. Ris besitze, ist das Adernetz in der Flügelspitze nicht so unregelmäßig, wie bei dem ♀ aus Trafoi (leg. Brauer-Handlirsch) und wie es beschrieben wird; es ist also recht variabel.

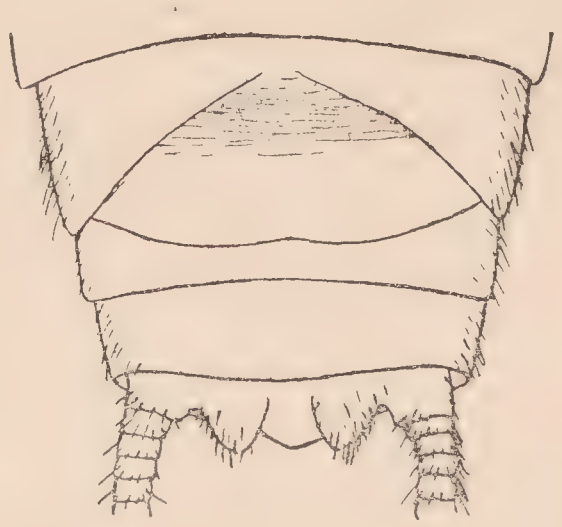


Fig. 11. *Dict. intricata* Pict. Die ♀ Subgenitalplatte.

Das ♂ ist vollflüglig, stimmt in dem Äußeren vollkommen mit dem ♀ und in den Genitalien mit dem ♂ der Dict. dispar überein. Die ♀ Subgenitalplatte ist sehr charakteristisch; sie ist kurz, hinten einfach bogenförmig umschrieben, kaum kenntlich ausgerandet, und keine gesonderte Seitenränder bildend. Der letzte Dorsalring hinten stumpfwinklig vorgezogen.

Flügelspannung 35 (♂)—47 *mm* (♀).

Diese Art ist nur aus den Alpen bekannt und kommt nach Dr. Ris nur in den Regionen zwischen 1400—2000 *m* Höhe vor.

2. Subg. **Dictyopterygella** Klp.

Isogenus Kny. Perlidenfauna Norwegens.

Sector radii entspringt hinter dem ersten Drittel der Flügellänge, so daß der Stiel die Länge von $^2/_3$—$^5/_6$ des Vorderrandes der inneren interradialen Zelle hat. Die Anastomose verläuft ununterbrochen und in der Flügelspitze ist nur eine Querader zwischen dem Radius und Sektor; an der *rs* meistens ein dunkler Fleck. Der IX. Ring beim ♂ auf der Bauchseite kaum vorgezogen und die Subanalklappen lang, unter dem X. Ringe deutlich von oben sichtbar. Die ♀ Subgenitalplatte kurz und nur etwas über die $^1/_2$ bis etwa $^3/_4$ der Breite des IX. Ringes einnehmend.

Kopf klein, samt den Augen wenig breiter als der Vorderrand des Pronotum, nach vorne stark verschmälert, so daß der Vorderrand des Kopfschildes nur etwa $^2/_3$ der Stirnbreite mißt. Die Vorderecken des Kopfschildes deutlich, der Vorderrand stumpfwinklig erweitert. Punktaugen meistens klein und in ein stumpfwinkliges gleichschenkliges Dreieck geordnet, dessen Seiten etwa im Verhältnisse von 40 : 26 stehen. Der Kopf ist sehr fein gerunzelt, nur die M-Linie, welche zwar deutlich, aber nicht auffallend vortretend ist, zeigt deutlichere und mehr regelmäßige Runzelung. Die seitlichen Stirnschwielen deutlich. Auf dem Hinterhaupte sehen wir eine tiefe Mittelfurche, aber die Schwielen sind nur ganz schwach angedeutet. Der Scheitelfleck ist immer stark quer und nach vorne verschmälert, auch der mittlere Hinterhauptsmakel ist breit.

Pronotum schwach trapezoid, vorne etwas breiter als hinten; seine Mittelfurche deutlich, das Mittelfeld nur mäßig breit, nach vorne und hinten wenig erweitert. Fühler kurz und ziemlich stark mit dicht gereihten unteren Gliedern. Taster relativ kurz.

Beim ♂ sind die Flügel entweder stark verkürzt oder entwickelt. Das Kostalfeld zeigt nur in der äußeren Hälfte spärliche Queradern. Das Adernetz in der Flügelspitze fehlt. Cu_1 biegt sich nach vorne und entsendet 2—3 Äste gegen den Außenrand. Die Nervatur zwischen der Media und den Cubiti regelmäßig. Der Vorderast der $2A$ ist gewöhnlich nur einfach gegabelt.

Übersicht der Arten.

1. Beide Geschlechter vollflüglig. Die ♂ Subanalklappen vor der Spitze verdickt und dann wieder verschmälert. Die ♀ Subgenitalplatte nimmt nur etwa eine Hälfte des IX. Ringes ein. Der X. Ring auf dem Rücken stumpfwinklig erweitert *Nanseni* Kny.
— ♂ Kurzflüglig; die ♂ Subanalklappen an der Spitze am stärksten. Die ♀ Subgenitalplatte nimmt etwa $^2/_3$ der Breite des IX. Ringes ein und der Hinterrand des X. Ringes fast gerade . . . 2.
2. Die seitlichen Hinterhauptsflecke wenig deutlich; die Körperlänge beim ♂ 9—10 *mm*, und die Flügelspannung des ♀ 10—16 *mm* . . . . . *recta* Kny.
— Die seitlichen Hinterhauptsflecke deutlich und der Kopfschild größtenteils gelb; die Körperlänge des ♂ 10—12 *mm*, Flügelspannung des ♀ 26—32 *mm* . . . . . *septentrionis* Klp.

1. **Dictyopterygella recta** Kny.

Isogenus rectus Kny. Perlidenfauna Norwegens p. 4.
Dictyopteryx norvegica Klapálek (Palaearct. Neuropt. p. 11. u. 12) nec Kny.

Körper schwarzbraun, schwach glänzend, auf dem Kopfe und Pronotum fein pubescent. Der Scheitelfleck sehr breit, fast abgerundet dreieckig; auch der mittlere Hinterhauptsmakel sehr breit dreieckig; die seitlichen Makel sind kaum angedeutet; die Augen am Innenrande gelb gesäumt. Der Kopfschild dunkel. Die Unterseite des Kopfes glänzend, in der Mitte fast kastanienbraun, an den Seiten ins Gelbbraune übergehend; der übrige Körper unten schwarzbraun bis schwarz. Taster und Fühler schwarzbraun, die letzteren gegen die Wurzel zu etwas lichter. Beine schwarzbraun, nur die schmale untere Kante und der Knierand an den Schenkeln und die Schienen bis auf ein kurzes Stück unterhalb des Knies etwas heller, braun. Cerci braun, mit einem schwachen Stiche ins Olivgrüne, an der Spitze dunkler.

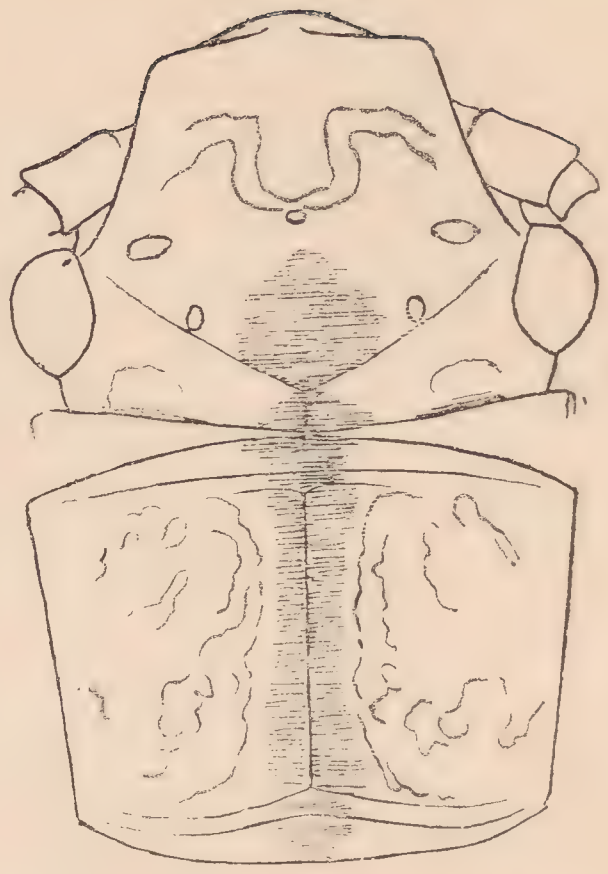


Fig. 12. *Dictyopterygella recta* Kny
Kopf und Pronotum.

Der Kopf verhältnismäßig klein. Pronotum nicht so stark quer wie bei der echten Dictyopteryx, schwach trapezoid, vorne fast so breit wie der Kopf samt Augen; das Verhältnis der vorderen Breite zur hinteren und zur Länge ist wie 50 : 43 : 59. Obwohl das Pronotum nach hinten deutlich verschmälert ist, so sind doch, da der Vorderrand stark gebogen ist, alle vier Ecken stumpfwinklig. Das Mittelfeld ist etwa im ersten Drittel am schmälsten, nimmt da etwa $^1/_6$ der ganzen Breite ein und ist nach vorne und hinten nur mäßig erweitert.

Flügel beim ♂ verkürzt, die hinteren nur an das Ende des 3. Ringes reichend, beim ♀ vollkommen entwickelt, die vorderen etwas dunkler, mit einem deutlichen runden Flecke an *rs*. Im Vorderflügel sind alle Adern schwarzbraun bis auf die gelbbraune Costa und Subcosta, im Hinterflügel ist der Radius fast in seiner ganzen Länge und die übrigen Adern in ihrer äußeren Hälfte schwarzbraun, sonst gelbbraun.

Die ♂ Subanalklappen sind halbwalzenförmig, innen etwas ausgehöhlt und erst an der Spitze etwas verdickt. Die ♀ Subgenitalplatte ist breit und kurz bogenförmig, mit flach ausgeschnittenem Hinterrande; sie nimmt etwa $^3/_4$ der Breite des IX. Ringes ein. Hinterrand des X. Dorsalbogens gerade.

Körperlänge des ♂ 7—10 *mm*, des ♀ 9—13 *mm* Flügelspannung 10—16 *mm*.

Diese Art ist über Nord-Europa, von Schottland über Skandinavien Finnland bis nach Sibirien weit verbreitet. Ich habe sie im Riesengebirge und Tatragebirge gesammelt und auch in der Sammlung des Wiener Hofmuseums befinden sich Exemplare aus der letzt genannten Lokalität. In der Sammlung der Universität in Greifswald ist ein ♂ aus Flinsberg (VII. leg. Hensel).

2. **Dictyopterygella septentrionis** Klp.

Diese Art stimmt vielfach mit der vorhergehenden, bis auf die Größe, hellere Farbe und etwas längeres Pronotum überein. Die Farbe ist dunkelbraun, aber der Kopf zeigt eine ausgedehntere, dunkel gelbbraune Zeichnung, denn nicht nur der vordere Teil des Kopfschildes ist größtenteils licht, sondern auch auf dem Hinterhaupte sind die seitlichen Makel sichtbar; die Unterseite des Kopfes ist ganz gelbbraun. Das Pronotum scheint etwa weniger nach hinten verschmälert zu sein; das Verhältnis der vorderen Breite zur hinteren und zur Länge ist 50 : 46·5 : 41.

Körperlänge des ♂ 10—12 *mm,* des ♀ 10—14 *mm,* Flügelspannung 26—32 *mm.*

Ich konnte mich lange nicht entscheiden diese Form für eine selbständige Art zu halten, da die nahe Verwandtschaft mit D. recta so ausgesprochen ist, aber die Unterschiede in der Form des Pronotums und ganz leichte Abweichungen in der Form der ♂ Genitalien, die aber nur auf frischen Exemplaren sichtbar sind, drängten mich zur Entscheidung. Habituell erscheint aber das ♀ auch dem Isogenus nubecula ähnlich und dürfte auch unter diesem Namen in den Sammlungen stecken; doch die Form der Subgenitalplatte bildet ein auffallendes Unterscheidungsmerkmal.

Ich habe sie im Riesen- und Tatragebirge gesammelt und Exemplare aus Finnland und Sibirien (Mus. Helsingfors) gesehen.

3. **Dictyopterygella Nanseni** Kny.

= *Isogenus Nanseni* Kempny. Perlidenfauna Norwegens p. 6 (1900).

Die Farbe des Kopfes und Pronotums dunkelbraun, des übrigen Körpers schwarzbraun; der ganze Körper fein, ziemlich lang gelbbraun behaart. Der Scheitelfleck ist breiter als lang, nach vorne rasch zugespitzt, fast herzförmig; der mittlere Hinterhauptsmakel breit dreieckig. Die M-Linie, der Kopfschild und der schmale Mittelstreifen auf dem Pronotum sind gelbbraun. Die Körperunterseite, mit Ausnahme des gelbbraunen Kopfes, sowie die Beine und Cerci sind braun.

Körper verhältnismäßig schlank, Kopf klein, Augen groß aber nur flach gewölbt. Pronotum ist schwach trapezoid, vorne fast so breit, wie der Kopf samt Augen, nach hinten schwach verschmälert. Das Verhältnis der Ausmaße etwa wie bei D. recta. Das Mittelfeld etwa hinter dem ersten Viertel am schmälsten, nach vorne schnell bogenförmig, nach hinten allmählich erweitert.

Flügel fast wasserhell, die vorderen und der Spitzenteil der hinteren etwas getrübt.

Das ♂ vollflüglig. Die ♀ Subgenitalplatte etwa parabolisch, den Hinterrand des IX. Ringes erreichend und am Grunde etwa die Hälfte der Breite des VIII. Ringes einnehmend. Der X. Ring auf der Rückenseite stumpfwinklig erweitert.

Die Körperlänge ♂ 10—11, ♀ 12 *mm*; Flügelspannung ♂ 12—-23, ♀ 24 *mm* (nach Kempny).

Bekannt von Norwegen und Finnland.

II. Genus **Arcynopteryx** Klp.

= *Dictyopteryx* auct. partim.

Das ♂ meistens kurzflüglig. Sector radii entspringt etwa im ersten Drittel des Flügels und der Stiel ist halb so lang wie der Vorderrand

der inneren interradialen Zelle. Anastomose unterbrochen oder durchlaufend. Die Flügelspitze mit einem dichten unregelmäßigen Adernetze. Beim ♂ ist der IX. Ring auf der Bauchseite verlängert und durch zwei Längsfalten in 3 Felder geteilt, von welchen das mittlere die Subgenitalplatte bildet; auf dem Rücken ist dasselbe geschlitzt und seine Abschnitte sind am Hinterrande geschwollen, stark beborstet und mit starken Spitzen besetzt. Der X. Ring ist auf dem Rücken ebenfalls geschlitzt und auf jedem Abschnitte mit einem trommelschlägelartigen nach oben gerichteten Fortsatze bewehrt. Die Subanalklappen normal, flach, stumpf dreieckig. Eine lange titillatorartige Chitingräte ragt über den Subanalklappen hervor. Die ♀ Subgenitalplatte ist kurz, halbkreisförmig, oder am Hinterrande seicht ausgeschnitten.

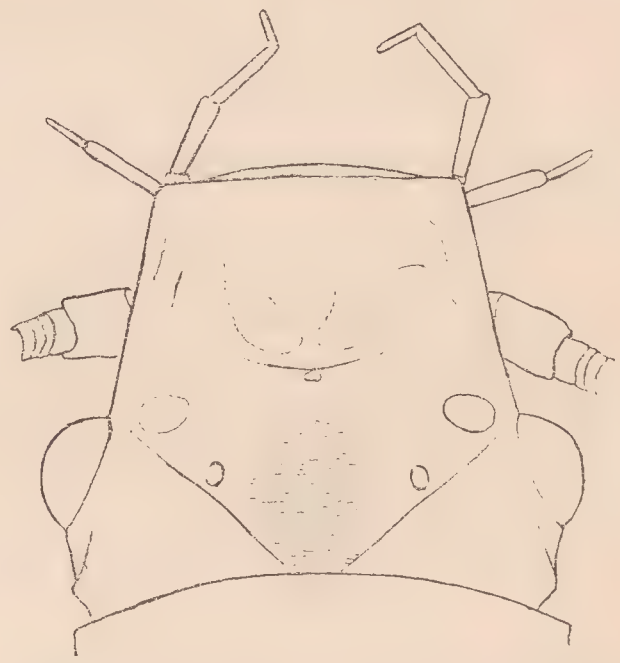


Fig. 13. *Arcynopteryx transsylvanica* Klp. Der Kopf.

Kopf relativ groß und samt den Augen deutlich breiter als Pronotum. Kopfschild auffallend breit, nach vorne wenig verschmälert, vorne fast gerade abgestutzt, nur in der Mitte schwach bogenförmig vorgezogen; die Vorderecken sind deutlich und der Vorderrand mißt etwa $^2/_3$ der Stirnbreite. Punktaugen in ein stumpfwinkliges, gleichschenkliges Dreieck gestellt. Der Kopf sehr fein, kaum kenntlich gerunzelt, mit vertieften härchentragenden Punkten. Die M-Linie in ihrer Mittelpartie stärker entwickelt. Die Stirnschwielen immer klein, nur bei A. carpathica deutlicher. Fühler stark, das 6.—8. Glied wieder verkürzt.

Die ursprüngliche Form des Pronotums ist querelliptisch, da aber der seitliche Teil desselben nach unten gebogen ist, so entsteht jederseits eine Kante, die fast rechtwinkligen Vorderecken und stumpfwinkligen Hinterecken. Die Mittelfurche ist tief und stark, das Mittelfeld breit.

Das ♂ ist in der Regel kurzflüglig; nur eine Form von A. carpathica hat bis an das Hinterleibsende reichende Flügel. Beim ♀ sind die Flügel gewöhnlich vollkommen entwickelt; es kommen aber doch Arten vor, wo sie verkürzt sind. Es ist sehr wahrscheinlich, daß die Flügellänge bei einer und derselben Art variiert. Im Kostalfelde sind nur wenige Queradern im äußeren Teile. Die Queradern in dem medialen und interkubitalen Felde sind öfters unregelmäßig. Der Vorderast der 2A im Hinterflügel entsendet 1—2 akzessorische Äste nach hinten.

Übersicht der Arten.

1. Das Pronotum länger (Verhältn. der Breite zur Länge = 40 : 34); Punktaugen klein (ihr Abstand wie 37 : 26); Schenkel braun . *compacta*.

— Pronotum kürzer (Verhält. höchstens 40 : 30) . . . . . 2.
2. Der Knierand der Schenkel gelb; Punktaugen mittelgroß; die Breite des Pronotums zur Länge = 40 : 29, beim ♀ das Pronotum manchmal nach vorne verschmälert; ♀ kurzflüglig und vollflüglig . . . . . *transsylvanica.*
— Schenkel ohne gelben Knierand . . . . . 3.
3. Punktaugen am größten (ihr Abstand = 40 : 29). Pronotum des ♂ sehr breit (40 : 28·85) mit abgerundeten Vorderecken; beim ♀ ist dasselbe manchmal nach vorne verschmälert; normal ist die Form des Pronotum wie bei carpathica; beide Geschlechter kurzflüglig . . . . . *dovrensis.*
— Punktaugen klein (etwa wie bei compacta); die Vorderecken des Pronotum deutlich, beim ♂ und ♀ ist das Verhältnis der Breite zur Länge = 40 : 30; bei ♀ der Körper größer als bei dovrensis, und, so weit bekannt, vollflüglig . . . . . *carpathica.*

1. **Arcynopteryx compacta** Mc Lach.

= *Dictyopteryx compacta* Mc Lach. Ann. Soc. Ent. Belg. Vol. 15, p. 53, Taf. I, Fig. 6—7.

Körper schwarzbraun, matt glänzend, der Scheitelfleck dottergelb, jederseits der Gabellinie entlang schmal vorgezogen. Der Kopfschild in der Mitte dunkelgelb und die Seitenränder ebenfalls gelblich. Fühler dunkelbraun, nur das 2. Glied heller. Taster schwarzbraun. Pronotum etwas dunkler als der Kopf, mit gelben Mittelstreifen. Schenkel braun, lichter als der Körper, mit deutlichen kastanienbraunen nackten Seitenstreifen und gelbbraunen unteren Kanten; Schienen hellbraun, unterhalb der Knien und an der Spitze dunkler; Füße etwas dunkler als die Schienen. Auf dem Hinterleibe sind die Abschnitte des IX. Ringes gelbbraun. Cerci olivgelbbraun, jedes Glied an der Spitze dunkler. Beim ♀ sind die Farben etwas dunkler und die lichte Zeichnung des Kopfes und Pronotums nicht so deutlich.

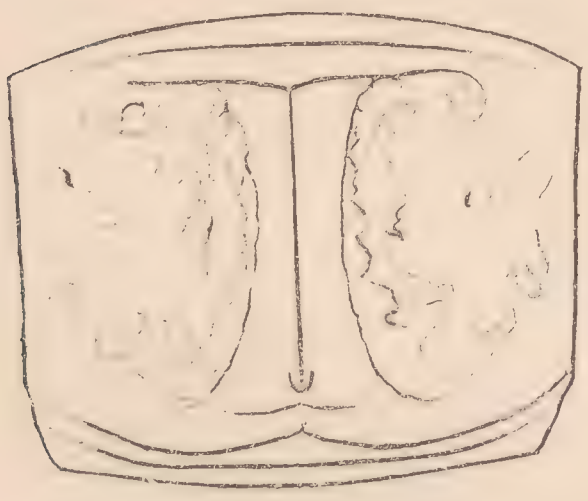


Fig. 14. *Arcynopteryx compacta* Mc Lach. Das Pronotum.

Punktaugen klein; ihr gegenseitiger Abstand im Verhältnisse = 37 : 26. An den Fühlern ist das 8. Glied wieder verkürzt. Pronotum quer länglich, vorne kaum so breit wie das Hinterhaupt hinter den Augen; der Vorderrand ist mäßig bogenförmig, der Hinterrand stark rundlich; die Vorderecken fast rechtwinklig, die hinteren abgerundet. Das Mittelfeld im ersten Drittel etwa $^1/_6$ der ganzen Breite einnehmend, nach vorne und hinten mäßig erweitert.

Körperlänge des ♂ 10—11 *mm*, des ♀ etwa 13 *mm*; das ♂ mikropter, das ♀ makropter mit der Flügelspannung von etwa 32 *mm*.

Mc Lachlan hat diese Art aus Sibirien beschrieben, Morton hat sie in Norwegen gesammelt; ich habe eine große Reihe von Exemplaren des Museums zu Helsingfors gesehen, welche folgende Lokalitätsangabe trugen: Kola, Rihpjaur, Lujaururt, Pg. Voron, Fluß Ponoj. Scheint also in Nordeuropa und Sibirien verbreitet zu sein.

2. **Arcynopteryx transsylvanica** Klp.

= *Dictyopteryx transsylvanica* Klp. Ueber neue und wenig bekannte Arten d. palaearkt. Neuropteroiden. Bullet. intern. de l'Acad. d. Scien. de Bohême 1901, p. 9.

Körper matt schwarzbraun, auf dem Meso- und Metanotum fast schwarz und glänzend. Der Scheitelfleck dottergelb, schwach dreilappig, der Kopfschild gelbbraun, nur am Vorderrande in der Mitte schwärzlich. Die Unterseite des Körpers etwas lichter. Der IX. Ring ist auf dem Rücken etwas lichter als der übrige Hinterleib. Fühler und Taster dunkelbraun mit einem Stich ins Olivgrüne. Schenkel etwas lichter als der Körper mit wenig deutlichen, nackten Seitenstreifen, mit lichterer oberen und unteren Kante und mit deutlichem, gelbbraunem Knierande. Schienen heller, olivbraun, nur unterhalb der Knien lichter; Füße dunkelbraun. Cerci gelbbraun, etwas grünlich, jedes Glied an der Spitze dunkler.

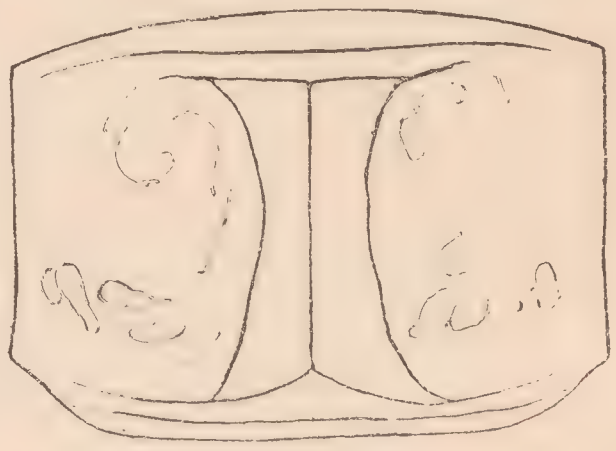


Fig. 15. *Arcynopteryx transsylvanica* Klp. Das Pronotum.

Punktaugen mittelgroß, ihre Abstände im Verhältnisse wie 39 : 27. Pronotum quer, vorne etwa so breit wie das Hinterhaupt hinter den Augen; das Verhältnis der Breite zur Länge wie 40 : 29. Der Vorderrand mäßig bogenförmig, so daß die Vorderecken etwas stumpfwinklig sind; der Hinterrand ist stark bogenförmig und die Hinterecken sehr stumpfwinklig. Das Mittelfeld nimmt etwa im ersten Drittel $^1/_6$ der ganzen Breite ein.

Körperlänge des ♂ 10 *mm*, des ♀ 14—17 *mm*, Flügelspannung des ♀ 30 *mm*; die ♂ nur kurzflüglig, die ♀ kurz- und vollflüglig.

Die Transsylvanischen Alpen am Jezero-See (leg. Strobl u. Klapálek).

3. **Arcynopteryx carpathica** n. sp.

Der Kopf schwarzbraun, der Thorax und Abdomen schwarz, Meso- nd Metanotum glänzend, der übrige Körper matt. Der Scheitelfleck eutlich dreilappig, der Kopfschild nur an den Seiten gelb gesäumt, in der

Mitte kaum heller. Die Stirnschwielen gelbbraun. Fühler dunkel olivbraun, mit schwarzem Grundgliede; Taster schwarz. Der IX. Dorsalring gelbbraun. Schenkel fast schwarz, mit undeutlichen glatten Seitenstreifen; Schienen ins Olivgrüne dunkelbraun, unter den Knien dunkler. Cerci grünlich gelbbraun, die Glieder an der Spitze dunkler.

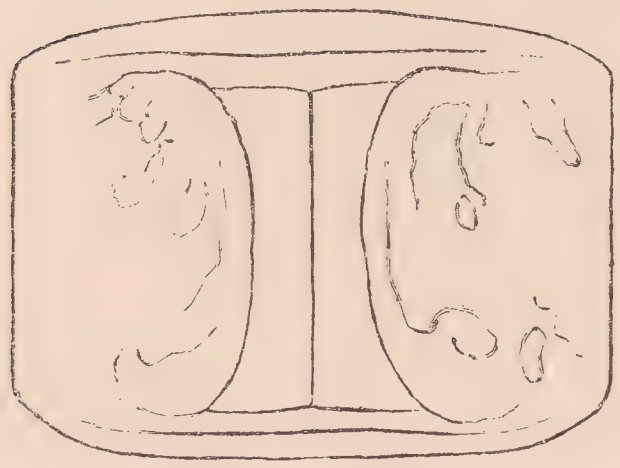


Fig. 16. *Arcynopteryx carpathica* Klp. Das Pronotum.

Punktaugen wie bei compacta. Pronotum von ähnlicher Form wie bei den vorigen Arten, aber vorne deutlich schmäler als das Hinterhaupt; das Verhältnis der Breite zur Länge wie 40 : 30.

Nach der Stufe der Entwicklung der Flügel können wir zwei Formen von ♂ unterscheiden: die erste, ganz kurzflüglige, wo die Länge der Vorderflügel $1^1/_2$ der Länge der Hinterschenkel hat und die zweite, wo sie 2·72mal größer ist. Die ♀ sind vollflüglig.

Körperlänge des ♂ 12—14 *mm,* des ♀ 13—16 *mm*. Flügelspannung des ♀ 34—41 *mm.*

Karpathen, bei Chomiak, Bach Barani 26./6.—6./7. 05, Chomiak-Błotek 9./7. 05 (leg. Józ. Dziędzielewicz) eine ganze Reihe von Exemplaren.

4. **Arcynopteryx dovrensis** Mort.

Dictyopt. dovrensis Morton, Perlidae taken in Norway in June and July 1900. (Ent. Mont. Mag. 2 Sér. XII. p. 146 u. 147.)

Körper schwarz matt glänzend; der Scheitelfleck dottergelb, an den Seiten breit erweitert, so daß der ganze Fleck dreilappig wird und mit den weniger deutlichen Flecken am Innenrande der Augen zusammenhängt. Der Kopfschild schmutzig gelbbraun, in der Mitte rötlich und nur am Vorderrande in der Mitte und auf den schwachen Erhöhungen jederseits in der Vorderecke schwärzlich. Der ganze Kopf erscheint demnach eher licht als dunkel. Beim ♀ ist der Kopf dunkler, der rundliche Scheitelfleck öfters fehlend, so daß nur der Hinterhauptsmakel übrig bleibt, welcher aber bis auf den Scheitel reicht; der Kopfschild ist nur an den Seiten gelblich. Fühler und Taster olivbraun, lichter als der Körper; die ersten 2 Fühlerglieder schwarz. Schenkel ganz schwarzbraun mit kahlen schwarzen Seitenstreifen; Schienen braun, nur unterhalb der Knien dunkler, Füße dunkler als die Schienen, aber lichter als die

Fig. 17. *Arcynopteryx dovrensis* Mort. D. Pronotum oben des ♂ unten des ♀.

Schenkel. Der IX. Dorsalbogen des ♂ lichtbraun. Cerci gelbbraun mit Anflug von Olivgrün, die Glieder an der Spitze dunkler.

Punktaugen sind am größten von allen hier beschriebenen Arten, obwohl sie beim ♀ etwa kleiner sind als beim ♂; ihre gegenseitigen Abstände sind im Verhältnis wie 40 : 29. Pronotum des ♂ quer länglich (41 : 30) an allen vier Ecken abgerundet; beim ♀ deutlich viereckig, etwa derselben Form wie bei A. carpathica, aber manchmal ist dasselbe nach vorne stark verschmälert, so daß das Verhältnis der vorderen Breite zur hinteren und zur Länge ist wie 40 : 45·6 : 33·4.

Die Flügel in beiden Geschlechtern stark verkürzt.

Die Körperlänge 10—13 *mm*.

Morton hat diese Art in Norwegen auf dem Dovrefjeld entdeckt, ich habe sie sehr zahlreich im Tatragebirge am Hinzenssee (10. und 12. August 1904) gesammelt, und habe auch 2 Exempl. gesehen, die Herr Dziędzielewicz ebenfalls in Tatra gefunden hat. Herr P. G. Strobl hat auf der Koralpe in Steiermark einige Stücke gefunden, welche ich hieher stelle, die aber in der Form des Pronotum, der Größe und Stellung von Punktaugen eher mit der *A. carpathica* übereinstimmen; sie sind aber viel kleiner (Körperlänge des ♂ 9, des ♀ etwa 12 *mm*) und in beiden Geschlechtern kurzflüglig, auch der Kopfschild heller, so daß nur die Mitte desselben am Vorderrande schwärzlich ist.

III. Genus Isogenus Newm. (Entomol. Notes Vol. I. 1833.)

= *Nephelion* Pict. Perlides p. 168. (1841).

Beide Geschlechter vollflügelig. Sector radii entspringt im Vorderflügel hinter dem ersten Drittel bis in der Mitte der Flügellänge, so daß der Stiel die halbe bis ganze Länge des Vorderrandes der inneren interradialen Zelle hat. Die Queradern *rs* und *rm* treffen den Sektor in einem Punkte oder wenigsten einander sehr nahe, so daß die Anastomose ununterbrochen durchläuft. Das Adernetz in der Flügelspitze vorhanden oder fehlend. Beim ♂ ist der IX. Bauchring rundlich erweitert und vertritt die Subgenitalplatte; der X. Dorsalring ist geschlitzt, an den Enden der Abschnitte abgerundet, verdickt und beborstet. Die Subanalklappen flach dreieckig. Der Supraanallobus stark modifiziert und in einen scheidenartigen Teil, zwei Titillatoren und den Mittelhöcker, welcher auf dem Rücken mit einen chitinisierten, an der Spitze schnabelartig vorspringenden Längsstreifen versehen ist, differenziert. Die ♀ Subgenitalplatte nimmt entweder die ganze Breite des IX. Ventralringes oder etwas mehr als die Hälfte bis zwei Drittel derselben ein.

Der Kopf kleiner als bei Dictyopteryx, immer samt den Augen breiter als der Vorderrand des Pronotum. Der Kopfschild stark nach vorne verschmälert und sein Vorderrand mißt etwa zwei Drittel der

Stirnbreite; seine Vorderecken stumpfwinklig. Punktaugen in ein fast rechtwinkliges oder schwach scharfwinkliges Dreieck gestellt. Die M-Linie immer deutlich so wie auch die Stirnschwielen; die Hinterhauptschwielen dagegen kaum angedeutet; alle diese erhöhten Stellen sind kaum sichtbar gerunzelt.

Pronotum gewöhnlich mehr oder weniger trapezoid, selten quer viereckig, vorne in der Regel so breit wie das Hinterhaupt. Die Mittelfurche mehr oder weniger deutlich, manchmal hinten grübchenartig vertieft; das Mittelfeld gewöhnlich nicht breit, aber deutlich.

Fühler borstenförmig, ziemlich dünn, Taster pfriemenförmig. Die Queradern im Kostalfelde schief, recht zahlreich; ihr gegenseitiger Abstand etwas größer als die Länge. Wenn das Adernetz vorhanden, so ist dasselbe ziemlich regelmäßig, aus viereckigen Zellen gebildet. Cu_1 ist vor dem Ende vorgebogen und entsendet 2—3 Äste nach hinten; öfters fließt der vorderste Ast des Cubitus mit den hintersten der Media zusammen.

Übersicht der Untergattungen.

In der Flügelspitze ein mehr oder weniger regelmäßiges Adernetz . . . . . *Dictyogenus* Klp.
In der Flügelspitze höchstens eine Querader zwischen dem Radius und Sektor . . . . . *Isogenus* s. str.

1. Subg. **Dictyogenus** Klp.

= *Dictyopteryx* auct. partim.

Übersicht der Arten.

1. Beim ♂ ist der Hinterrand des VII. Bauchringes in der Mitte nicht schwielenartig verdickt und erweitert. Pronotum ohne den hellen Mittelstreifen . . . . . *Imhoffii.*
— Beim ♂ ist der Hinterrand des VII. Bauchringes in der Mitte schwielenartig verdickt, erweitert und glatt. Pronotum mit hellem Mittelstreifen . . . . . 2.
2. Auf der Querader *rs* ein deutlicher runder dunkler Makel . . . 4.
— Daselbst kein Makel . . . . . 3.
3. Die Körperfarbe licht, Kopf und Pronotum glänzend, braun, die Stirnschwielen braun; die Flügelspitze stumpf, kreisrund . *fontium.*
— Die Körperfarbe dunkler, der Kopf und Pronotum schwarzbraun, schwach glänzend, die Stirnschwielen schwarz; die Flügelspitze parabolisch . . . . . *ventralis.*

4. Die ♀ Subgenitalplatte kurz, mit bogenförmigem, seicht ausgeschnittenem Hinterrande; Pronotum nach hinten kaum erweitert . . . . . *gelidus.*
— Die ♀ Subgenitalplatte lang, parabolisch, manchmal an der Spitze schwach ausgerandet; Pronotum deutlich nach hinten erweitert . . . . . *alpinus.*

1. **Dictyogenus Imhoffii** Pict.

= *Dictyopteryx Imhoffii* Pictet. Perlides p. 166 (1841).
Oberseite des Kopfes und Pronotum dunkel ockergelb, matt; auf dem Kopfe ist die Stirn mehr oder weniger schwärzlich, bei gut ausgefärbten Stücken ist dieselbe von einer zackigen, das vordere Punktauge mit den zwei hinteren und diese mit dem Grunde der Fühler verbindenden Linie bis zum Vorderrande des Kopfschildes mit Ausnahme der hellgelben Vorderecken des letzteren und der orangegelben M-Linie mehr oder weniger schwärzlich. Die Stirnschwielen schwarz. Auch auf dem Pronotum sind die wurmförmigen Schwielen schwarz. Meso- und Metanotum glänzend schwarzbraun mit einem mehr oder weniger deutlichen gelbbraunen Makel an der Hinterecke des vorderen Schildchens. D. Hinterleib dunkel gelbbraun und jedes Segment am Vorderrande schwarzbraun, welche Farbe aber in der Mitte nach hinten verlängert ist, so daß ein nach hinten verschmälerter Mittelstreifen entsteht. Die Körperunterseite gelbbraun. Die schwarzbraunen Fühler und Taster von der Farbe des Kopfschildes auffallend abstechend; gleichfalls stechen die gleichmäßig schwarzbraunen Beine und Cerci von der Körperunterseite ab.

Fig 18. *Dictyogenus Imhoffii* Pict.
Der Kopf mit d. Pronotum.

Der Kopf verhältnismäßig klein, kürzer als bei Is. nubecula, nach vorne stark verschmälert, so daß sein Vorderrand nur $^5/_8$ der Stirnbreite hat. Punktaugen ziemlich groß und in ein gleichschenkliges Dreieck gestellt, dessen Gipfel etwas kleiner als ein rechter Winkel ist; Verhältnis der Abstände 43 : 34. Pronotum trapezoid, vorne mit dem Hinterhaupte gleich breit, das Verhältnis der vorderen Breite zur hinteren und zur Länge ist wie 50 : 58 : 45; der Hinterrand stark bogenförmig, die Seitenränder gerade und alle Ecken stumpfwinklig. Das Mittelfeld nimmt etwa im ersten Drittel $^1/_7$ der ganzen Breite ein.

Flügel schmal, an der Spitze parabolisch, wasserhell. Der Stiel der inneren interradialen Zelle gleich lang wie ihr Vorderrand. Das Adernetz ziemlich regelmäßig.

Beim ♂ sind die Genitalanhänge wie bei I. nubecula, nur sind die Titillatoren einfach stachelförmig und der chitinisierte Rückenstreifen des Mittellobus ist rinnenartig vertieft. Die ♀ Subgenitalplatte groß, etwa $^2/_3$ der Breite des VIII. Ringes einnehmend und bis an das 2. Drittel oder sogar den Hinterrand des IX. Ringes reichend; ihre Hinterwinkel breit abgerundet und der Hinterrand nicht ausgeschnitten.

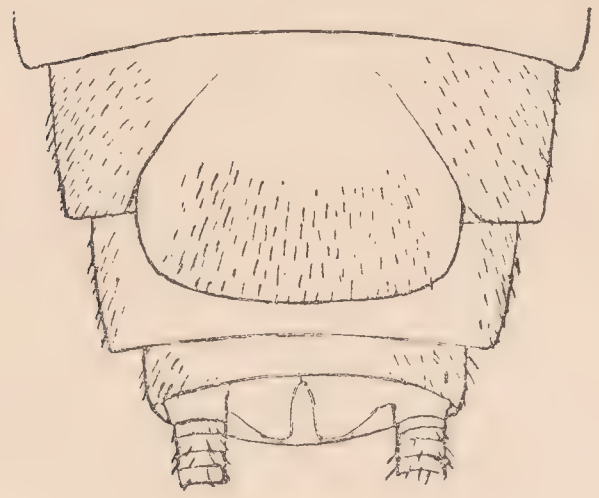


Fig. 19. *Dictyogenus Imhoffii* Pict. Die ♀ Subgenitalplatte.

Körperlänge 10—16 *mm*, Flügelspannung 30—40 *mm*.

Diese Art ist in den Alpenländern weit verbreitet. Ich habe auch Stücke aus Kroatien und Bosnien gesehen und in der Sammlung des Baron de Selys-Longchamps befindet sich 1 ♀ ohne Lokalitätsangabe aber mit der Bemerkung: »à ajouter en catalogue de Belg.«; es ist also aus Belgien.

2. **Dictyogenus alpinus** Pict.

= *Dictyopteryx alpina* Pictet Perlides p. 161 (1841).

Der Kopf und Pronotum glänzend braun, das vordere Punktauge mit den hinteren durch eine kastanienbraune Zeichnung verbunden, welche nach vorne bis zu der Fühlerwurzel sich verlängert. Ein länglicher Scheitelfleck, die Stirnschwielen, der mittlere Teil der M-Linie und die Vorderecken des Kopfschildes sind ockergelb. Der gelbe Mittelstreifen des Pronotums ist schmal, nach hinten etwas erweitert; die wurmförmigen Schwielen kastanienbraun. Die Unterseite des Kopfes ist hellgelb, des übrigen Körpers kastanienbraun und die Bauchsegmente ockergelb gesäumt, Fühler, Taster und Cerci schwarzbraun. Die Beine sind braun, Schenkel gegen die Spitze zu schwärzlich, aber am Knierande gelb, Schienen unterhalb der Knien mit schwärzlichem Ringe, Füße schwärzlich.

Fig. 20. *Dictyogenus alpinus* Pict. Kopf und Pronotum.

Kopf ziemlich klein, nach vorne stark verengt; der Vorderrand des Kopfschildes hat etwa $^2/_3$ der Stirnbreite. Punktaugen

klein; das Verhältnis ihrer Abstände 40 : 33. Pronotum trapezoid, vorne etwas schmäler als das Hinterhaupt, nach hinten deutlich erweitert; das Verhältnis der vorderen Breite zur hinteren und zur Länge = 50 : 58 : 45. Der Vorderrand schwach, der Hinterrand stark bogenförmig; die Seitenränder gerade und alle vier Ecken stumpfwinklig. Die Mittelfurche auffallend breit und nach hinten erweitert. Das Mittelfeld hat im ersten Drittel $^1/_7$ der ganzen Breite und ist nach vorne wie hinten allmählich erweitert.

Flügel sind olivbraun gefärbt mit deutlichem runden Makel an *rs*. Der Stiel der inneren interradialen Zelle $^3/_4$ so lang wie der Vorderrand derselben. Das apikale Adernetz ist manchmal recht unregelmäßig.

Beim ♂ ist der VII. Ventralring in der Mitte in kurzem Bogen erweitert, kahl und glänzend. Der dorsale Chitinstreifen des mittleren Lobus springt an der Spitze etwas klauenartig vor und die Titillatoren sind stark, ebenfalls klauenartig. Die ♀ Subgenitalplatte ist breit parabolisch, nimmt am Grunde $^4/_5$ der Breite des VIII. Ringes ein und reicht bis an das Hinterende des IX. hin; ihr Ende ist manchmal etwas ausgerandet. Der X. Dorsalbogen ist kaum erweitert.

Die Körperlänge 15—18 *mm,* Flügelspannung 31—40 *mm.*

Kommt in Alpen vor, und zwar in höheren Regionen. Mc Lachlan (Matér. pour une faune Névr. de l'Asie septentr. p. 52) führt ein ♀ Stück aus Sibirien an; es ist zwar nicht unmöglich, aber doch zweifelhaft.

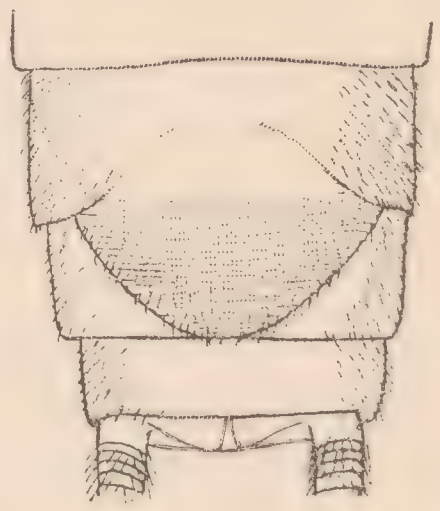


Fig. 21. *Dictyogenus alpinus* Pict. Die ♀ Subgenitalplatte.

3. **Dictyogenus gelidus** n. sp.

Kopf glänzend, hinter der Gabellinie braun, vor derselben kastanienbraun mit Ausnahme des großen Scheitelfleckes, welcher breit eiförmig ist und fast den ganzen Raum zwischen den Punktaugen einnimmt, dann der ockergelben Stirnschwielen, welche nach außen mit dem lichten Saume des Innenrandes der Augen zusammenhängen und der ockergelben Vorderecken des Kopfschildes. Auch die M-Linie welche die Form von vier länglichen vor dem vorderen Punktauge gestellten Geschwülsten hat, ist etwas lichter als die übrige Fläche, obzwar etwas dunkler als die früher genannten lichten Partien. Pronotum dunkelbraun, glänzend und dicht pubescent. Der ockergelbe Mittelstreifen ist breit und erreicht nur teilweise den Hinterrand. Meso- und Metanotum fast schwarz, an dem vorderen Schildchen und bei der Flügelwurzel mit ockergelben Makeln. Auf der Unterseite sind der Kopf und Vorderbrust gelb, Mittel- und Hinterbrust schwarzbraun. Der Hinterleib ist oben schwarzbraun, am

Hinterrande der Endsegmente gelb gesäumt, der IX. Ring des ♂ gelbbraun, der X. des ♀ obenfalls gelbbraun, vor der Spitze kastanienbraun; unten ist das Abdomen entweder schwarzbraun, nach hinten heller mit gelbbraunen Hinterrändern der Segmente, bis mehr der weniger gelbbraun und am Vorderrande der Segmente schwärzlich. Fühler, Taster, Cerci und Hüften schwarzbraun, Trochanteren ockergelb, Schenkel braun, gegen die Spitze zu dunkler, am Knierande ziemlich breit und auffallend ockergelb gesäumt; Schienen etwas heller als die Schenkel, unterhalb der Knien mit einem unten scharf begrenzten schwarzbraunen Ringe und gegen die Spitze zu wieder dunkler; Füße schwarzbraun.

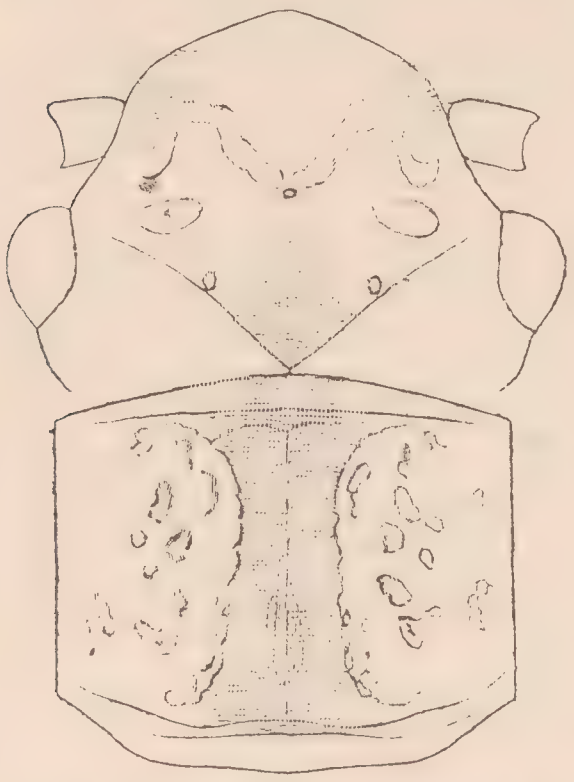


Fig. 22. *Dictyogenus gelidus* Klp. Kopf und Pronotum.

Kopf verhältnismäßig groß, aber doch kleiner als bei fontium, nach vorne stark und rasch verschmälert. Der Kopfschild mit stumpfwinklig vorgezogenem Vorderrande und abgerundeten Vorderecken. Punktaugen kleiner als bei fontium, ihre Abstände im Verhältnisse wie 41 : 32. Pronotum quer länglich viereckig, vorne deutlich schmäler als das Hinterhaupt, mit parallelen Seitenrändern und mäßig bogenförmigem Vorder- und stark bogenförmigem Hinterrande. Das Verhältnis der Breite zur Länge ist 41 : 36. Die Mittelfurche hinten grübchenartig erweitert. Das Mittelfeld sehr breit, im ersten Drittel $^1/_5$ der ganzen Breite einnehmend, nach vorne und hinten noch erweitert.

Flügel etwas oliv gefärbt mit grober Nervatur. Der Stiel der inneren interradialen Zelle hat etwa $^5/_6$ der Länge ihres Vorderrandes.

Beim ♂ ist der Hinterrand des VII. Bauchringes in der Mitte deutlich schwielenartig und erweitert. Die ♀ Subgenitalplatte von ähnlicher Form wie bei D. fontium.

Flügelspannung des ♂ 34 *mm*, des ♀ 36 *mm*.

Ich stelle hieher 1 ♀, das ich in Hohentauern am 22. Aug. 1902 gesammelt habe, und ein ♂ aus den Sammlungen des k. k. Hofmuseums in Wien (ohne nähere Lokalitätsangabe).

Diese Art ist sicher von dem D. alpinus, welchem sie habituell am nächsten steht, verschieden, da die ♀ Subgenitalplatte und das Pronotum eine ganz andere Form hat; das ♂ wird sich wahrscheinlich durch das lichte Hinterhaupt unterscheiden lassen. Von *D. fontium* ist sie schon durch das Äußere verschieden, besonders aber durch das Pronotum, welches viel schmäler ist als der Kopf, durch die längeren schmäleren und mit einem deutlichen runden Flecke gezierten Flügel und durch die dunklere Körperfarbe verschieden.

In den Sammlungen des Museums zu Paris befindet sich ein ♀ ohne Localitätsangabe und nur mit Anmerkung: »Coll. Noualhier 1898.,

welches ich auch hieher stelle. Est ist lichter, wobei aber das Hinterhaupt dunkler ist als bei den typischen Stücken, die ganze Unterseite sowie auch die Cerci lehmgelb. Die Subgenitalplatte ist schmäler als bei fontium mit einem kleinen runden Ausschnitte in der Mitte. Flügelspannung 40 *mm*. — In der Sammlung der Universität zu Greifswald sind 2 ♂ und 2 ♀ (Gelling 18/8—25/8, leg. Gerstäcker), welche eine intermediäre Stellung zwischen der typischen Form und dem Pariser Stücke einnehmen. Sie stimmen in der Farbe mit dem letzteren überein, aber die Cerci sind meistens dunkler. Die ♀ Subgenitalplatte zeigt ebenfalls die Auskerbung.

4 **Dictyogenus fontium** Ris.

= *Dictyopteryx fontium* Ris. Perlidengattung Dictyopteryx p. 8 (1897).

Kopf und Pronotum sehr glänzend, dunkel lehmgelb, der erstere mit einem unregelmäßigen kastanienbraunen Makel, welcher V-förmig das vordere Punktauge mit den 2 hinteren verbindet, über dieselben nach hinten sich verlängert und jederseits entlang der M-Linie gegen die Fühlerwurzel sich zieht. Auf dem Pronotum sind nur die wurmförmigen Schwielen kastanienbraun. Der übrige Körper glänzend kastanienbraun, nach hinten lichter. Die Unterseite gelbbraun, nur die Mittelbrust kastanienbraun. Fühler, Taster und Schwanzfäden dunkelbraun. Beine gelbbraun, die Schenkel jederseits mit einem braunen Streifen, welcher gegen die Spitze zu sich erweitert, so daß vor dem Knie auch die Rückenkante braun ist, doch bleibt der Knierand deutlich gelbbraun. Die Schienen zeigen einen dunkleren Ring unterhalb der Knien und sind an der Spitze sowie die Füße dunkler.

Fig. 23. *Dictyogenus fontium* Ris. Kopf und Pronotum.

Der Kopf ist so wie der ganze Körper verhältnismäßig breit. Punktaugen groß, ihr gegenseitiger Abstand 47 : 35. Pronotum trapezoid, vorne so breit, wie das Hinterhaupt; sein Vorderrand sehr schwach bogenförmig, die Seiten gerade und der Hinterrand stark bogenförmig, so daß die Vorderecken fast rechtwinklig, die Hinterecken deutlich stumpfwinklig sind.

Flügel mit fast kreisrunder Spitze, fast wasserklar, nur am Radius gelblich, ohne den dunklen Fleck an der Anastomose. In der Flügelspitze nur einige meistens parallele Queradern, so daß das Adernetz meist aus

viereckigen Zellen besteht. Der Stiel der inneren interradialen Zelle ist gleich lang wie der Vorderrand derselben.

Das ♂ hat eine undeutliche, glatte schwielenartige Erweiterung des VII. Bauchringes. Die Titillatoren sind fast gerade, dolchartig und der dorsale Chitinstreifen des Mittellobus springt in eine schnabelartige Spitze vor. Die ♀ Subgenitalplatte ist groß, am Hinterrande schwach ausgeschnitten mit abgerundeten Hinterecken und den Hinterrand des IX. Ringes nicht erreichend. Der X. Dorsalring stumpfwinklig vorgezogen.

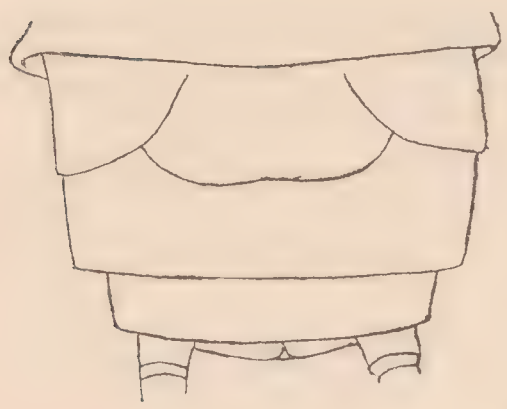


Fig. 24. *Dictyog. fontium* Ris. Die ♀ Subgenitalplatte.

Körperlänge des ♂ 12—14 *mm*, des ♀ 14—16 *mm*, Flügelspannung des ♂ 21—32 *mm*, des ♀ 28—37 *mm*.

Dr. Ris führt diese Art aus zahlreichen Localitäten in Schweiz an; sie lebt in höheren Regionen. Ich selbst besitze ein ♂ aus Lavarone in Süd-Tirol (leg. Dr. E. Lokay) und habe mehrere Exemplare gesehen aus: Stilfser Joch 30. VII. 93 (leg. P. G. Strobl), Glockner (leg. Mann, Hofmuseum), Trafoi (Hofmuseum), Franzenshöhe (Rebel, Hofmuseum). Dr. Kempny kennt dieselbe aus Kärnten, Steiermark, Nieder-Oesterreich und Süd-Tirol.

5. **Dictyogenus ventralis** (Klug.) Pictet.

= *Dictyopteryx ventralis* Pictet, Perlides p. 164 (1841).

Kopf und Pronotum matt schwarzbraun lang und dicht goldgel. pubescent; auf dem Kopfe sind der Saum des Innenrandes von Augen, ein kleiner tränenförmiger wenig deutlicher Scheitelfleck, ein Mondfleck vor der M-Linie und der Vorderrand des Kopfschildes lehm gelb. Auf dem Pronotum ist der Mittelstreifen dunkel orange, aber da er nicht scharf begrenzt ist, nicht sehr deutlich; die wurmförmigen Schwielen sind schwarz Hinterleib auf dem Rücken dunkelbraun. Die Körperunterseite lehmgelb, aber entlang der Seiten zieht sich vom Mesothorax bis auf den VI. Ring ein schwarzer Streifen, so daß zwischen diesem und dem Rücken eine lehmgelbe Binde bleibt. Fühler schwarz, ihr erstes Glied rotbraun, Taster, Cerci und Beine schwarzbraun, die untere Kante der Hüften, ganze Schenkelringe und die untere Kante der Schenkel lehmgelb.

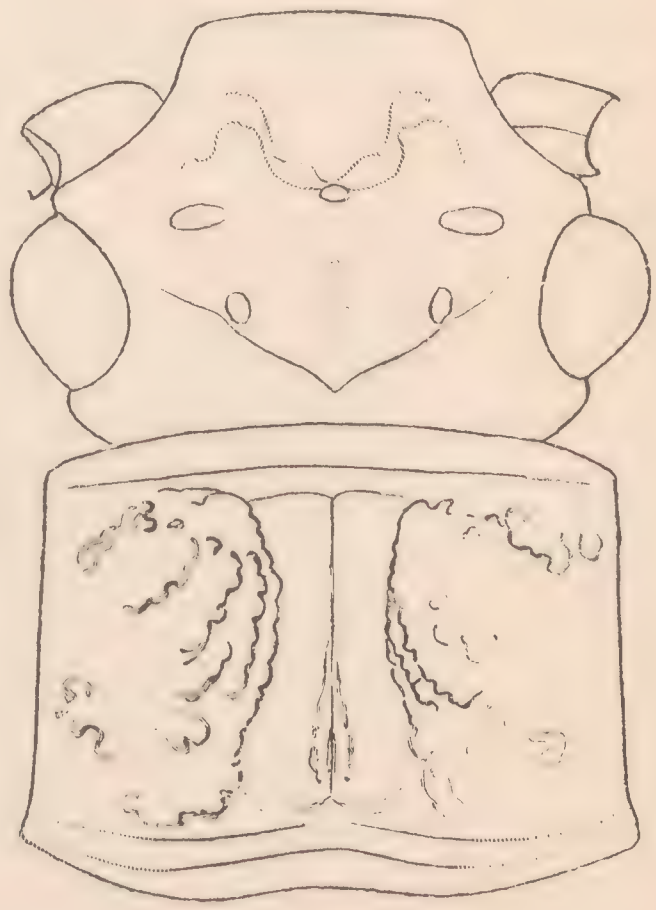


Fig. 25. *Dictyogenus ventralis* Pict. Kopf u. Pronotum.

Kopf relativ klein, nach vorne rasch verschmälert. Punktaugen groß und ihre gegenseitigen Abstände im Verhältnisse wie 40 : 31. Die Stirnschwielen deutlich und schwarz; die M-Linie gelbbraun. Pronotum schwach trapezoid, vorne deutlich breiter als das Hinterhaupt; das Verhältnis der vorderen Breite zur hinteren und zur Länge wie 52 : 56 : 42. Die Mittelfurche hinten grübchenartig erweitert. Das Mittelfeld sehr breit, etwas hinter dem ersten Drittel $^1/_5$ der ganzen Breite einnehmend. Flügel wasserklar, ohne den dunklen Fleck an der Anastomose. Der Stiel der inneren interradialen Zelle so lang wie der Vorderrand derselben. Das Adernetz aus einigen viereckigen Zellen gebildet.

Beim ♂ ist der VII. Bauchring deutlich in der Mitte des Hinterrandes schwielenartig erweitert. Die Genitalien, insoweit man an trockenem Exemplare sehen kann, wie bei Is. nubecula. Das ♀ mir unbekannt.

Flügelspannung 31 *mm*, nach Pictet 38 *mm* (vielleicht ein ♀).

Pictet hat ein Stück aus dem Balkangebirge gesehen und ich habe vor mir ein ♂ aus Agram (11. V. 00, Mus. Agram).

Diese Art ist sehr schön charakterisiert und Pictet hat sehr treffend bemerkt, daß sie an *Perla vitripennis* Burm. erinnert.

2. Subgenus **Isogenus** Newm. sensu emend

Newman Ed., Entomological Notes in Entom. Mag. Vol. I. (1833.)
= *Nephelion* Pict. Perlides p. 168. (1841.)

1. **Isogenus nubecula** Newm. lit. cit. p. 415.

= *Nephelion nubecula* Pict. Perlides p. 170.
= *Perla parisina* Ramb. Névroptères p. 450. (1842.)
= *Perla proxima* Ramb. ibid p. 451.
= *Perla nubecula* Brauer, Neuropt. austr. p. 28. (1857.)
= *Isogenus nubecula* Schoch, Schöyen, Rostock etc.
nec. *Isogenus nubecula* Kempny, Perlidenfauna Norwegens p. 4. (1900.)

Körper schwarzbraun, auf dem Meso- und Metanotum stark, an der Hinterleibsspitze schwach glänzend, sonst matt und nur die Schwielen und der Raum zwischen den Punktaugen glänzend. Der gelbe Scheitelfleck ist länglich eiförmig, nach vorne breiter und mit der dreickigem Hinterhauptsmakel fast zusammenhängend. Der Mittelstreifen auf dem Pronotum ziemlich schmal, so daß er hinten nicht das Mittelfeld ganz einnimmt. Auf dem Mesonotum gelbe Flecke, welche auf dem Metanotum nur durch schwache Punkte angedeutet sind. Der IX. Ring ist an den Seiten, der X. ganz gelb. Die Unterseite gelbbraun mit Ausnahme des Mundes, der Mitte

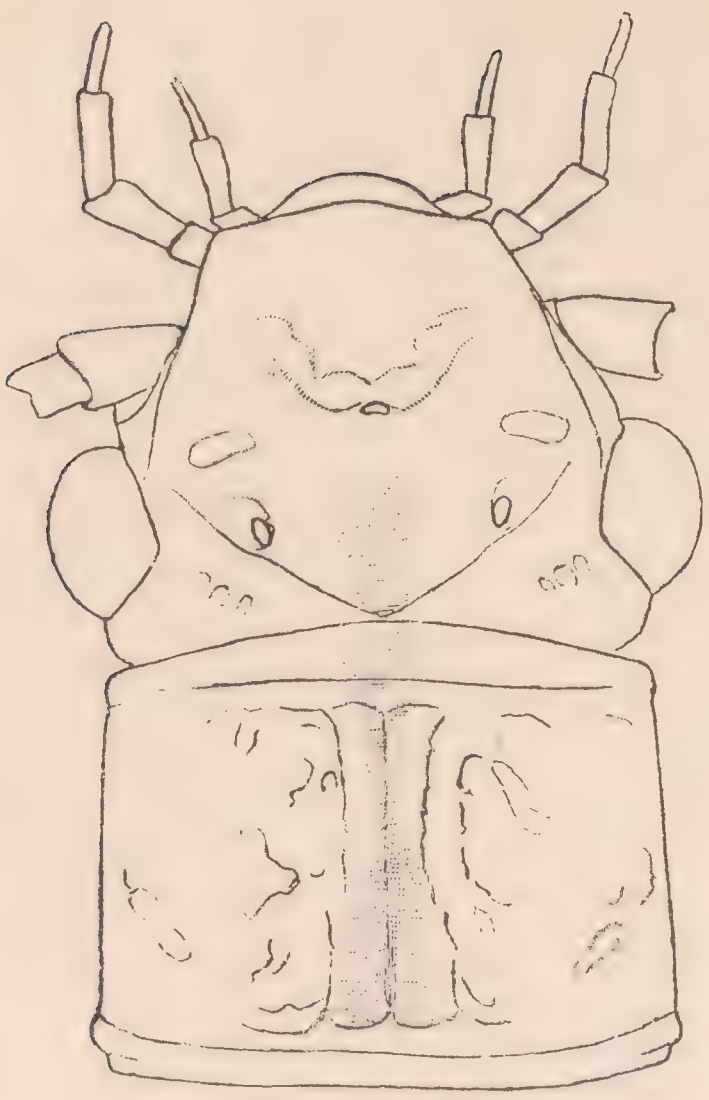


Fig. 26. *Isogenus nubecula* Newm. Kopf u. Pronotum.

der Brustringe und eines Querstreifens vorne auf der Mittel- und Hinterbrust, welche Partien schwarzbraun sind. Fühler und Taster schwarzbraun, Beine braun, die Schenkel und Schienen gegen die Spitze zu schwärzlich, Füße schwarzbraun; Cerci olivbraun, jedes Glied an der Spitze sckwärzlich.

Kopf verhältnismäßig klein und lang. Punktaugen klein, ihre gegenseitige Abstände im Verhältnisse wie 47 : 34. Stirnschwielen und die M-Linie deutlich, Fühler borstenförmig, dünn, so daß schon die Glieder vor dem verkürzten Gliede länger als breit sind. Pronotum trapezoid, vorne etwa gleich breit wie das Hinterhaupt, nach hinten mäßig erweitert; das Verhältnis seiner Ausmaße ist 50 : 63 : 42. Die Mittelfurche hinten grübchenartig erweitert; das Mittelfeld schmal, im ersten Drittel etwas mehr als $^1/_7$ der Breite einnehmend.

Flügel wasserklar, die Vorderen mit einem mehr oder weniger deutlichen braunen Makel an *rs*. Der Stiel der interradialen Zelle halb so lang wie der Vorderrand derselben. Das Adernetz in der Flügelspitze nicht vorhanden.

Beim ♂ ist der VII. Bauchring nicht erweitert. Die Form der Genitalien ist in der Charakteristik der Gattung beschrieben worden. Die ♀ Subgenitalplatte groß, parallelseitig, mit abgerundeten Hinterecken und seicht ausgeschnittenem Hinterrande. Auf frischen Stücken nimmt sie fast die ganze Breite des IX. Ringes ein; wenn trocken, ist sie nur wenig schmäler. Der X. Dorsalring stumpfwinklig erweitert.

Die Körperlänge 12—16 *mm*. Flügelspannung 30—38 *mm*.

Die Art über ganz Mittel- und Nord-Europa und Sibirien verbreitet. Sie liebt langsam fließende Gewässer.

Eine neue einfache Methode zur Herstellung sauerstoffreier Luftatmosphäre (als Methode zur einfachen verlässlichen Züchtung strenger Anaeroben).

(Aus dem hygienischen Institute des Prof. Kabrhel.)

Vom

Dozenten Dr. Stan. Růžička.

Vorgelegt am 17. März 1906.

Meine Methode beruht in ihren Hauptzügen darin, dass man — in ähnlicher Weise wie bei der Botkin'schen Methode in ihrer wesentlich verbesserten Wiener Modification (Grassberger-Schattenfroh) um die betreffenden Kulturen herum mittels einer aufgestülpten Glasglocke, deren unterer Rand in eine reduzierende (den Sauerstoff nicht durchlassende) Flüssigkeit eintaucht, ein entsprechendes Luftvolum abschliesst.

Die auffallendste Abweichung meiner Methode in ihren Hauptzügen beruht darin, dass ich nicht die Luft aus der Glasglocke durch einen Wasserstoffstrom vertreibe, sondern bloss aus dem abgeschlossenen Luftvolum den Sauerstoff beseitige. Und zwar vor allem die grobe Sauerstoffmenge mittels eines Wasserstofflämchens (etwa $^4/_5$ des gesamten Sauerstoffes); das übrige Fünftel alsdann mittels alkalischer Pyrogallollösung (welche sich erst nach dem Auslöschen des Flämmchens bildet, so dass sie nur eine bestimmte Sauerstoffmenge zu absorbieren hat).

Infolge dieser Anordnung leben die Kulturen in einem — bis auf die Abwesenheit des Sauerstoffes — mit der Luftatmosphäre fast*) identischen Gasgemische.

Ausserdem ist eine vollkommene Sicherheit und Ökonomie bei der Beseitigung des Sauerstoffes erreicht (bei den Methoden, welche den Sauerstoff durch ein anderes Gas verdrängen, hat der Experimentator kein Hilfsmittel zur Beurteilung, wann er schon mit dem Durchwaschen

*) Die Kohlensäure wird auch absorbiert

der Anaerobenatmosphäre mit dem betreffenden Gase aufhören soll, wann die grobe Menge des Sauerstoffes schon beseitigt ist): das Wasserstoffflämmchen bezeitigt $^4/_5$ und die abgemessene Menge Pyrogallol das restierende Fünftel der Sauerstoffmenge.

Als reduzierende Abschlussflüssigkeit habe ich Traubenzucker-Soda-Lösung (mit Phenolzusatz) anstatt der bisher gebrauchten alkalischen Pyrogallollösung (Grassberger-Schattenfroh) eingeführt. Diese Lösung bietet besonders diese Vorteile: 1. In Verwendung hält ihr Reduktionsvermögen sehr lange an (wenigstens 2 Monate kann man mit derselben Lösung ohne Erneuerung arbeiten). 2. Es ist leicht möglich sich wann immer zu überzeugen, ob die Lösung noch genügendes Reduktionsvermögen hat (durch Zusatz von Methylenblau). 3. Die Lösung ist sehr billig.

Eine besondere Einrichtung ist zu dieser Methode nicht nötig, so dass sie in jedem bakteriologischen Laboratorium leicht improvisiert werden kann.

Ich habe die Methode in folgender Art auf ihre Gebrauchsfähigkeit geprüft:

1. In bezug auf die Vollkommenheit der Beseitigung des Sauerstoffes: Der angewendete Sauerstoffindikator gab unter der Glocke noch eine starke positive Reaktion nach Einlassen eines winzigen Luftbläschens, welches einem Milliontel des Gesamtvolums der abgeschlossenen Anaerobenatmosphäre entsprach (auf Sauerstoff umgerechnet: einem Bruche eines Milliontels). — Da sich dieser Indikator bei richtiger Ausführung der Methode in der Anaerobenglocke immer vollkommen entfärbt, muss man dafür halten, dass die Beseitigung des Sauerstoffes noch viel weiter als zu diesen minimalen Spuren geht; mit grösster Wahrscheinlichkeit, dass sie eine vollkommene ist.

2. In bezug auf die Schnelligkeit der Beseitigung des Sauerstoffes aus der abgeschlossenen Atmosphäre ist folgendes festgestellt worden:

Das Wasserstofflämmchen beseitigt etwa in 10 Minuten etwa $^4/_5$ des Sauerstoffes. Die alkalische Pyrogallollösung beseitigt das restierende Fünftel des Sauerstoffes 1. im groben etwa binnen 2—3 Stunden, 2. die letzten (mittels meines Indikators nachweisbaren) Spuren aber *a*) bei Körpertemperatur etwa binnen 6—8 Stunden, *b*) bei Zimmertemperatur bis nach 24—30 Stunden.

3. Wie lange hält sich die in der Glocke abgeschlossene Atmosphäre sicher sauerstoffrei?

Das Reduktionsvermögen der Abschlussflüssigkeit erhält sich wenigstens 2 Monate.

4. Die Abwesenheit des Sauerstoffes kann in jedem Versuche sicher und leicht kontrolliert werden.

Dadurch nämlich, dass unter der Glocke mit den Kulturen auch der Sauerstoffindikator — wie es Prof. Kabrhel bei seiner Methode angegeben hat — eingeschlossen wird. Vor der Herausnahme der Kulturen kann man alsdann unter die Glocke eine kleine (etwa 1 mm^3) Luftblase einblasen: ist alles in Ordnung, so muss der Indikator innerhalb 1—2 Stunden eine klare positive Reaktion zeigen.

Base mathématique pour le calcul cristallographique des macles.

Extrait d'une monographie tchèque

par

G. Smolař.

Avec 16 figures sur trois planches.

(Présenté le 8 Juin 1906.)

§ 1. Dans les systèmes cristallins dans lesquels la position des plans est déterminée par les coordonnées rectangulaires, il est important, presque pour tous les calculs, de diviser l'équation *générale* du plan

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

par la valeur

$$M = \pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

par quoi on la transforme en équation *normale*

$$x \cos r_1 + y \cos r_2 + z \cos r_3 - d = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

dans laquelle $-d$ est toujours négatif. C'est par cela que le signe de la valeur M est déterminé.

Dans cette équation

$$\cos r_1 = \frac{A}{\pm M}, \qquad \cos r_2 = \frac{B}{\pm M}, \qquad \cos r_3 = \frac{C}{\pm M} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

sont appelés *cosinus directeurs* de la demi-droite perpendiculaire au plan déterminé par l'équation 3 (fig. 1).

§ 2. Si le plan a pour l'équation

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}+\frac{z}{s}=1,$$

les équations de la perpendiculaire à ce plan sont

$$\frac{x}{q}-\frac{y}{p}=\emptyset, \quad \frac{y}{s}-\frac{z}{q}=\emptyset, \quad \frac{z}{p}-\frac{x}{s}=\emptyset. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Réciproquement, si l'on connaît les équations de la ligne droite $y=ax+\alpha$, $z=bx+\beta$, l'équation générale du plan perpendiculaire à la ligne droite donnée est

$$x+ay+bz=\emptyset \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

§ 3. *Le système des coordonnées rectangulaires étant tourné autour de l'axe OP perpendiculaire au plan* $Ax+By+Cz+D=\emptyset$ *de la position fondamentale de l'angle* v *(fig. 2); calculer les angles formés par les demi-axes tournés* X', Y' Z' *et les demi-axes fondamentaux* X, Y, Z.

Si nous appelons les cosinus directeurs entre les demi-axes tournés positifs X', Y', Z' et entre les demi-axes positifs de la position fondamentale α_x, β_x, γ_x, nous calculons

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{A^2}{M^2}(1-\cos v)+\cos v,\\
\beta_2 &= \frac{B^2}{M^2}(1-\cos v)+\cos v,\\
\gamma_3 &= \frac{C^2}{M^2}(1-\cos v)+\cos v;
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\left.\begin{aligned}
\gamma_1 &= \frac{AC(1-\cos v)\mp MB\sin v}{M^2},\\
\alpha_2 &= \frac{BA(1-\cos v)\pm MC\sin v}{M^2},\\
\beta_3 &= \frac{CB(1-\cos v)\pm MA\sin v}{M^2},\\
\alpha_3 &= \frac{AC(1-\cos v)\mp MB\sin v}{M^2},\\
{}_1 &= \frac{BA(1-\cos v)\mp MC\sin v}{M^2},\\
\gamma_2 &= \frac{CB(1-\cos v)\mp MA\sin v}{M^2}.
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Les signes supérieurs des formules (8) s'emploient pour la rotation dans la direction positive, les signes inférieurs pour la rotation négative.

Si nous supposons que l'oeil de l'observateur se trouve à l'origine des coordonnées O, si l'on regarde dans la direction perpendiculaire au plan $Ax + By + Cz + D = \emptyset$ et si la rotation a lieu en sens contraire à la direction de la marche des aiguilles d'une montre, on appelle cette rotation positive, ce qui est représenté dans la fig. 2. En sens contraire la rotation est négative.

Conséquence. Si l'angle de rotation $v = 180^0$, on simplifie les formules (7) et (8) ainsi:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 = \frac{A^2 - B^2 - C^2}{M^2}, \quad \beta_2 = \frac{B^2 - C^2 - A^2}{M^2}, \quad \gamma_3 = \frac{C^2 - A^2 - B^2}{M^2}, \\ \gamma_1 = \alpha_3 = \frac{2AC}{M^2}, \quad \alpha_2 = \beta_1 = \frac{2AB}{M^2}, \quad \beta_3 = \gamma_2 = \frac{2BC}{M^2}. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

§ 4. *Transformation des coordonnées.* Connaissant les cosinus directeurs des axes tournés α_x, β_x, γ_x, comme il est exposé dans le § 3 et si ξ, η, ζ sont les coordonnées rectangulaires du point B' dans le système tourné et x, y, z les coordonnées du même point dans le système fondamental, on emploie souvent ces formules de transformation:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z, \\ \eta &= \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z, \\ \zeta &= \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Réciproquement est

$$\left.\begin{aligned} x &= \alpha_1 \xi + \alpha_2 \eta + \alpha_3 \zeta, \\ y &= \beta_1 \xi + \beta_2 \eta + \beta_3 \zeta, \\ z &= \gamma_1 \xi + \gamma_2 \eta + \gamma_3 \zeta. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

§ 5. *Réduire à une seule rotation résultante deux ou plusieurs rotations des angles différents autour des axes divers qui se coupent à l'origine des coordonnées.*

1. Soient

$$\begin{matrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{matrix}$$

les cosinus directeurs entre les axes après le premier tour et entre les axes de la position fondamentale dans le sens du § 3, soient

$$\begin{matrix} \delta_1 & \varepsilon_1 & \vartheta_1 \\ \delta_2 & \varepsilon_2 & \vartheta_2 \\ \delta_3 & \varepsilon_3 & \vartheta_3 \end{matrix}$$

les cosinus directeurs après le deuxième tour entre les axes tournés une fois et entre les axes tournés deux fois. De ces conditions connues on

trouvera les cosinus directeurs $\varkappa$, μ, τ entre les axes tournés deux fois et entre les axes de la position fondamentale suivant ces formules:

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_1 &= \alpha_1\,\delta_1 + \alpha_2\,\varepsilon_1 + \alpha_3\,\vartheta_1, \quad \mu_1 = \beta_1\,\delta_1 + \beta_2\,\varepsilon_1 + \beta_3\,\vartheta_1, \\ &\qquad \tau_1 = \gamma_1\,\delta_1 + \gamma_2\,\varepsilon_1 + \gamma_3\,\vartheta_1, \\ \varkappa_2 &= \alpha_1\,\delta_2 + \alpha_2\,\varepsilon_2 + \alpha_3\,\vartheta_2, \quad \mu_2 = \beta_1\,\delta_2 + \beta_2\,\varepsilon_2 + \beta_3\,\vartheta_2, \\ &\qquad \tau_2 = \gamma_1\,\delta_2 + \gamma_2\,\varepsilon_2 + \gamma_3\,\vartheta_2, \\ \varkappa_3 &= \alpha_1\,\delta_3 + \alpha_2\,\varepsilon_3 + \alpha_3\,\vartheta_3, \quad \mu_3 = \beta_1\,\delta_3 + \beta_2\,\varepsilon_3 + \beta_3\,\vartheta_3, \\ &\qquad \tau_3 = \gamma_1\,\delta_3 + \gamma_2\,\varepsilon_3 + \gamma_3\,\vartheta_3. \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (12)$$

2. Dans le cas de rotation multiple on combine successivement toujours les deux derniers tours d'après les formules (12) en un tour résultant lequel se combine avec le tour précédent jusqu'à ce qu'on obtient finalement de la sorte le tour résultant.

3. *Si nous connaissons les cosinus directeurs $\alpha_\varkappa$, $\beta_\varkappa$, $\gamma_\varkappa$ entre les axes coordonnés tournés et entre les axes fondamentaux, déterminer la position de l'axe de rotation et l'angle de rotation.*

Dans ce cas l'axe de rotation est perpendiculaire au plan exprimé par l'équation générale

$$(\beta_3 - \gamma_2)\,x + (\gamma_1 - \alpha_3)\,y + (\alpha_2 - \beta_1)\,z = \emptyset \; . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

et nous calculerons l'angle de rotation à l'aide de la formule

$$\cos v = \tfrac{1}{2}\,(\alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3 - 1). \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

Les formules 12, 13, 14 démontrent aussi d'une méthode analytique le théorème d'*Euler:* »La rotation double quelconque peut être réduite à une rotation équivalente résultante«, et elles démontrent aussi le théorème de *Chasles:* »Un système solide peut être amené de chaque position fondamentale à une position quelconque finale au moyen d'un seul tour et d'une translation parallèle.«

De la formule (12) on reconnaît aussi que la succession de deux rotations ne peut être invertie, on ne peut non plus la remplacer par la coexistence de deux rotations.

1e conséquence. Si l'angle de rotation $v = 180^0$, alors la formule (14) mène à la condition

$$\alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3 = -1, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (15)$$

et puisque dans ce cas-là suivant les formules (9)

$$\gamma_1 = \alpha_3, \; \alpha_2 = \beta_1, \; \beta_3 = \gamma_2, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16)$$

il n'est pas possible d'employer la formule (13). Conséquemment par la solution de la formule (9) on détermine l'équation normale du plan auquel l'axe de rotation hémitrope est perpendiculaire suivant la formule

$$\pm x\sqrt{\frac{\alpha_2\,\alpha_3}{2\,\beta_3}} \qquad \pm y\sqrt{\frac{\beta_3\,\beta_1}{2\,\gamma_1}} \qquad \pm z\sqrt{\frac{\gamma_1\,\gamma_2}{2\,\alpha_2}} = \emptyset. \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Des deux signes $\pm$ on ne prend que celui qui correspond au signe du dénominateur β_3, γ_1, α_2 des fractions (17).

2e conséquence. Si l'axe de rotation se trouve dans un plan de symétrie R_1 du cristal de sorte que par cette rotation le plan R_1 arrive dans la position R_2, alors le plan de macle R_S divise l'angle $R_1 : R_2$ en deux parties égales. Voilà pourquoi il faut transformer d'après la formule (10) l'équation normale R_2 en système fondamental des coordonnées et alors l'équation du plan de symétrie R_S se calcule en additionnant les deux équations normales R_1 et R_2 de sorte que

$$R_S \equiv R_1 + R_2 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

3e conséquence. Si l'axe de rotation d'un angle quelconque ne se trouve pas dans le plan de symétrie du cristal, il est possible de passer de cette rotation à la rotation hémitrope, si les axes équivalents du cristal peuvent être changés de sorte que les cosinus directeurs des axes coordonnés tournés satisfassent aux conditions contenues dans les formules (15) et (16), après quoi on calcule suivant la formule (17).

4e conséquence. Pour le système régulaire est d'importance la conséquence de la loi de rationalité que cos v est nécessairement un nombre rationnel de sorte que

$$cos\, v = \pm \frac{u}{v}, \text{ où } v > u . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Pour rendre rationnels les cosinus directeurs contenus dans les formules (8) il existe encore une condition

$$sin\, v = \frac{1}{v}\sqrt{v^2 - u^2} = \frac{n\,M}{v}$$

d'où résulte

$$v^2 - u^2 = n^2\,M^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

car seulement à cette condition M irrationnel dans les formules (8) disparaît.

Par ces conditions (20) et (21) on détermine tous les cos v théoriquement possibles pour un axe de rotation donné à l'aide de la formule

$$cos\, v = \frac{n^2\,M^2 - p^2}{n^2\,M^2 + p^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

où n, p sont des nombres simples, entiers de la série naturelle.

Si nous commençons par développer la formule (22) suivant la valeur p, nous obtiendrons

$$\cos v = \pm \frac{n^2 M^2 - 1}{n^2 M^2 + 1}, \quad \pm \frac{n^2 M^2 - 4}{n^2 M^2 + 4}, \quad \pm \frac{n^2 M^2 - 9}{n^2 M^2 + 9}, \ldots$$

où l'on remplace n par 1, 2, 3 . . . et M par la valeur des formules (7) et (8). Si l'on satisfait à ces conditions, les cosinus directeurs α_x, β_x, γ_x entre les axes tournés et entre les axes de la position fondamentale sont des nombres rationnels et de même les équations des plans du cristal tourné transformées en système de la position fondamentale satisfont à la loi de rationalité.

Remarque. Quant à la nomenclature, l'axe autour duquel la rotation a lieu d'un angle quelconque v s'appelle *axe de rotation.* Si l'on fait tourner le cristal de 180^0, cet axe s'appelle *axe de macle*, hypothétique jusqu'ici. Lorsque par l'observation on constate la répétition de position de macle laquelle peut être déduite par la rotation autour du même axe équivalent du même angle, alors il est vraisemblable que la pénétration de ces cristaux suit une loi déterminée.

§ 6. *Exemple sur la pyrite.* L'application des formules précédentes est exposée dans l'original tchèque sur deux cristaux de pyrite du Piemont qui se pénètrent (fig. 3 et 4). La position du plus petit individu peut être déterminée par un tour de la position fondamentale autour de l'axe perpendiculaire au plan $1 \equiv x + 2z - 2 = \emptyset$ de sorte que $M = \sqrt{5}$ de l'angle mesuré $v \doteq 96\frac{1}{2}^0$ dans la direction positive de façon que suivant la condition (22)

$$\cos v = -\frac{1}{9}, \quad \sin v = \frac{4\sqrt{5}}{9}, \quad v = 96^0 22\tfrac{1}{2}'.$$

Cela mène au plan de macle $R_S \equiv (22\bar{1})$. La perpendiculaire à ce plan est l'axe de macle et la rotation autour d'elle est hémitrope. Par ce tour le plan 11 (voir la fig. 5) de la position fondamentale passe à la position $1'$ (fig. 3). En changeant les faces équivalentes 1—12 on obtient 12 explications différentes de la pénétration représentée sur la fig. 3 (voir les détails dans l'original tchèque p. 15 et 16).

La position de macle dans la fig. 3 peut être expliquée aussi par la rotation double autour de deux axes perpendiculaires aux plans de l'octaèdre dont l'axe du premier tour dans la direction positive est perpendiculaire au plan $x + y + z = 1$ et l'axe du deuxième tour négatif est perpendiculaire au plan $\xi - \eta + \zeta = 1$ et dans tous les deux cas la rotation de 60^0 a lieu de sorte que $\cos v = \frac{1}{2}$. Par ce double tour la face 2 du premier individu vient dans la position de la face $\bar{1}'$ (fig. 3).

§ 7. *Dans le système des coordonnées rectangulaires de la position fondamentale on connaît l'équation normale du plan*

$$T \equiv h x + k y + l z - \delta = \emptyset$$

et l'équation normale d'un plan quelconque

$$U' \equiv d\,\xi + e\,\eta + f\,\zeta - \delta' = \emptyset$$

dans le système rectangulaire tourné d'un angle inconnu v *autour de l'axe perpendiculaire au plan de l'équation normale connue*

$$R \equiv a\,x + b\,y + c\,z - \delta'' = \emptyset;$$

si l'on mesure l'angle ω *formé par les plans* T *et* U', *déterminer l'angle de rotation* v.

Si nous posons, pour abréger,

$$M = (h\,a + k\,b + l\,c)\,(a\,d + b\,e + c\,f) = \cos\varphi \,.\, \cos\sigma,$$

$$N = M - (h\,d + k\,e + l\,f) = \cos\varphi \,.\, \cos\sigma - \cos\varrho,$$

$$P = h\,(c\,e - b\,f) + k\,(a\,f - c\,d) + l\,(b\,d - a\,e) = \begin{vmatrix} h & k & l \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix},$$

où $\varphi = U:R$, $\sigma = T:R$, $\varrho = U:T$, où l'on désigne par U le plan dans le système non tourné de la même position qu'a le plan U' dans le système tourné, ensuite en résolvant les équations (7) et (8) on obtient

$$\cos v = \frac{N\,(M - \cos\omega) \pm P\,\sqrt{N^2 + P^2 - (M - \cos\omega)^2}}{N^2 + P^2} \quad \ldots\ldots (23)$$

Le signe supérieur + s'emploie pour la rotation positive, le signe inférieur — pour la rotation négative sans avoir égard au signe avant P, puisqu'il arriva avant la racine carrée par l'extraction de la racine $\sqrt{P^2}$.

1e conséquence. Si l'on a la condition pour que le plan tourné U' dans le système rectangulaire tourné ait la même position que le plan T dans le système fondamental ou que

$$h = d,\ k = e,\ l = f,\ \varphi = \sigma,\ \varrho = \emptyset,$$

alors la formule (23) se simplifie ainsi:

$$\cos v = \frac{M - \cos\omega}{N} = \frac{\cos^2\sigma - \cos\omega}{\cos^2\sigma - 1} \quad \ldots\ldots (24)$$

ou

$$\sin\frac{v}{2} = \frac{\sin\frac{\omega}{2}}{\sin\sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

2e conséquence. Si les plans T, U, R appartiennent à la même zone de façon qu'il existe la condition de leur tautozonalité $P = \emptyset$, alors la formule (23) se réduit ainsi:

$$cos\ v = \frac{M - cos\ \omega}{N} = \frac{cos\ \varphi\ cos\ \sigma - cos\ \omega}{cos\ \varphi\ cos\ \sigma - cos\ \varrho} \quad \ldots\ldots\ldots (26)$$

3e conséquence. Si $cos\ \omega = 1$, ce qui signifie que le plan U, après le tour, doit coïncider avec le plan T, alors $N^2 + P^2 = (M - cos\ \omega)^2$ de açon que la racine carrée (23) est nulle, la formule se réduit ainsi:

$$cos\ v = \frac{N}{M - 1} = \frac{cos\ \varphi\ cos\ \sigma - cos\ \varrho}{cos\ \varphi\ cos\ \sigma - 1} \quad \ldots\ldots\ldots (27)$$

4e conséquence. Si la valeur $N^2 + P^2 - (M - cos\ \omega)^2 < \emptyset$ ou un nombre négatif, la racine carrée (formule 23) est un nombre imaginaire ce qui montre qu'il n'est pas possible, aux conditions données, d'obtenir la position désirée par la rotation. Cela appellerait l'attention sur l'erreur qu'on a faite, soit en mesurant, soit en calculant.

L'exemple d'application de ces formules se trouve (fig. 6) sur la pyrite provenant d'Elbe et de Příbram. La position de l'individu B est déterminée par la rotation du cristal de la position fondamentale autour de l'axe perpendiculaire au plan

$$R \equiv 4 \equiv \frac{x}{\sqrt{5}} - \frac{2z}{\sqrt{5}} = \emptyset$$ de sorte que le plan 2 passe à la position 2′ parallèle à la face 3. L'angle de rotation v se calcule par la formule (27) ainsi: $cos\ v = \frac{N}{M-1} = \frac{11}{21}$.

L'arête $2' : 4'$ coïncide avec l'arête $3 : 4$ en une droite.
Cette rotation mène au plan de macle $(2\bar{4}1)$.

§ 8. *Un cristal déterminé par le système des coordonnées rectangulaires tourne autour de l'axe perpendiculaire au plan de l'équation normale*

$$R \equiv a\,x + b\,y + c\,z - \delta'' = \emptyset$$

d'un angle inconnu v de sorte que son plan

$$U' \equiv d\,\xi + e\,\eta + f\,\zeta - \delta' = \emptyset$$

après la rotation est parallèle à l'arête qui est déterminée comme perpendiculaire au plan de l'équation normale

$$T \equiv h\,x + k\,y + l\,z - \delta = \emptyset.$$

De ces conditions calculer l'angle de rotation v.

On peut résoudre le problème sous cette forme à l'aide de la formule (23) dans laquelle $cos\,\omega = \emptyset$, puisque $\omega = 90^0$. Cette formule se simplifie ainsi:

$$cos\,v = \frac{N\,M \pm P\,\sqrt{N^2 + P^2 - M^2}}{N^2 + P^2} \quad \ldots\ldots\ldots (28)$$

Un exemple est représenté (figure 7) sur la pyrite de l'île d'Elbe dans laquelle du cristal $\pi\,\{210\}$ saille un autre individu aux mêmes faces tourné de façon que l'arête de macle $E'\,B' \,||\, E\,B$ et l'arête $R'\,Q' \,||\, R\,Q$, l'angle $1 : 11' = 24\frac{1}{2}^0$.

De ces conditions qui suffisent à la détermination de la position de l'individu tourné à celle de l'individu fondamental le plan de macle (144) est calculé; l'axe de macle est perpendiculaire à ce plan et la rotation autour de lui est hémitrope.

La face (144) sur la pyrite fut souvent produite par corrosion.

§ 9. *Si l'on mesure les angles de trois ou plusieurs arêtes de macle* ω_1, ω_2, ω_3 . . . *n'ayant entre elles aucune dépendance, déterminer l'axe de rotation comme perpendiculaire au plan cherché de l'équation normale* $a\,x + b\,y + c\,z = \emptyset$ *et l'angle de rotation* v.

La solution générale offre une grande complication et par conséquent elle est sans importance pour la pratique habituelle, mais dans quelques cas particuliers plusieurs membres de calcul disparaissent et la solution devient rapide.

I. Sur les macles formées de deux cubes.

Si nous désignons les faces se coupant dans un angle solide par les chiffres 1, 2, 3 (fig. 8), si ces faces viennent par un tour dans la position $1'$, $2'$, $3'$ et si nous mesurons les angles $1' : 1 = \omega_1$, $2' : 2 = \omega_2$, $3' : 3 = \omega_3$, nous calculerons que l'axe de rotation est perpendiculaire au plan $a\,x + b\,y + c\,z = \emptyset$ où

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= \frac{1 - cos\,\omega_1 + cos\,\omega_2 - cos\,\omega_3}{3 - cos\,\omega_1 - cos\,\omega_2 - cos\,\omega_3}, \\ b^2 &= \frac{1 - cos\,\omega_1 - cos\,\omega_2 + cos\,\omega_3}{3 - cos\,\omega_1 - cos\,\omega_2 - cos\,\omega_3}, \\ c^2 &= \frac{1 + cos\,\omega_1 - cos\,\omega_2 - cos\,\omega_3}{3 - cos\,\omega_1 - cos\,\omega_2 - cos\,\omega_3}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (29)$$

$$cos\,v = \frac{1}{2}\,(cos\,\omega_1 + cos\,\omega_2 + cos\,\omega_3 - 1) \quad \ldots\ldots (30)$$

Sur la pénétration de cubes de pyrite de Příbram (représentée par la fig. 8) on a mesuré à l'aide du goniomètre à réflexion $\omega_1 = 12^0\,19'$, $\omega_2 = 17^0\,30'$, $\omega_3 = 21^0\,38'$ ce qui mène à un plan de macle compliqué,

peu vraisemblable jusqu' à ce jour $(\overline{3}, 19, 2)$, et la rotation autour de l'axe perpendiculaire à ce plan est hémitrope.

II. Sur deux octaèdres maclés.

Si l'on note sur un octaèdre les faces antérieures ainsi: I à gauche en haut, II à droite en haut, III à droite en bas, IV à gauche en bas, si ces faces par suite de rotation passent à la position I′, II′, III′, IV′ et si l'on mesure les angles $I' : I = \omega_1$, $II' : II = \omega_2$, $III' : III = \omega_3$, $IV' : IV = \omega_4$, on calcule

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{-\cos\omega_1 + \cos\omega_2 + \cos\omega_3 - \cos\omega_4}{4 - \cos\omega_1 - \cos\omega_2 - \cos\omega_3 - \cos\omega_4}, \\ v &= \frac{\cos\omega_1 + \cos\omega_2 - \cos\omega_3 - \cos\omega_4}{4 - \cos\omega_1 - \cos\omega_2 - \cos\omega_3 - \cos\omega_4}, \\ t &= \frac{-\cos\omega_1 + \cos\omega_2 - \cos\omega_3 + \cos\omega_4}{4 - \cos\omega_1 - \cos\omega_2 - \cos\omega_3 - \cos\omega_4}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots (31)$$

d' où

$$a^2 = \frac{u\,v}{t}, \quad b^2 = \frac{t\,u}{v}, \quad c^2 = \frac{v\,t}{u}. \quad \ldots\ldots\ldots (32)$$

où a, b, c signifient les indices du plan auquel l'axe de rotation est perpendiculaire.

En calculant on obtient

$$\cos\nu = \tfrac{3}{8}(\cos\omega_1 + \cos\omega_2 + \cos\omega_3 + \cos\omega_4) - \tfrac{1}{2}. \quad \ldots (33)$$

Remarque. S'il est possible de mesurer seulement trois angles de macle ω_1, ω_2, ω_3 de deux octaèdres maclés on rencontre en déterminant $\cos\nu$ ou $\cos\omega_4$ une solution difficile des équations du 4e degré. Si, pour abréger, on désigne $p = \cos\omega_1$, $q = \cos\omega_2$, $r = \cos\omega_3$, $x = \cos\nu$, $y = \cos\omega_4$ alors pour le calcul de l'angle de rotation la condition est

$$3(p-x) + 3(q-x) + 3(r-x) - 2(1-x) \pm 3\sqrt{(p-x)(q-x)}$$
$$\pm 3\sqrt{(q-x)(r-x)} \pm 3\sqrt{(r-x)(p-x)} = 0; \quad \ldots (34)$$

le quatrième angle de macle ω_4 a pour l'équation

$$\begin{aligned} &y^4 - y^3(1 + p + q + r) + y^2(p + q + r + pq + pr + qr) \\ &+ y(p^2 + q^2 + r^2 - 2pq - 2pr - 2qr - 4pqr - p^3 - q^3 - r^3 \\ &\quad + p^2q + pq^2 + p^2r + pr^2 + q^2r + qr^2) \\ &+ p^4 + q^4 + r^4 + p^2qr + pq^2r + pqr^2 - p^3q - pq^3 - p^3r - pr^3 \\ &\quad - q^3r - qr^3 - p^3 - q^3 - r^3 + p^2q + pq^2 + p^2r + pr^2 \\ &\quad + q^2r + qr^2 - 2pqr = 0. \quad \ldots\ldots\ldots (35) \end{aligned}$$

Remarque. Il n'est possible, à présent, que d'appeler l'attention sur la solution des problèmes semblables pour les formes $\pi\,(k\,h\,o)$ et $(h\,k\,l)$ dans l'original p. 32—36. Pour les macles sous la forme $(h\,k\,l)$ existe cette règle: Si nous désignons les plans d'un trièdre par les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 (fig. 9), si le cristal tourne de sorte que ces plans passent à la position $1', 2' \ldots 6'$ et si nous notons les angles $1 : 1' = \omega_1$, $2 : 2' = \omega_2$, $\ldots 6 : 6' = \omega_6$, alors, pour le cas de rotation autour d'un axe quelconque d'angle quelconque, la somme des cosinus des angles entre les faces impaires est égale à la somme des cosinus des angles entre les faces paires:

$$cos\,\omega_1 + cos\,\omega_3 + cos\,\omega_5 = cos\,\omega_2 + cos\,\omega_4 + cos\,\omega_6 \quad \ldots \ldots \quad (36)$$

§ 10. *Un plan inconnu M fait les angles ψ_1, ψ_2, ψ_3 avec les plans N_1, N_2, N_3 aux équations normales connues; déterminer l'équation du plan M.*

Si l'on connaît ces équations normales des plans

$$\begin{aligned} N_1 &\equiv h_1\,x + k_1\,y + l_1\,z = \emptyset\,, \\ N_2 &\equiv h_2\,x + k_2\,y + l_2\,z = \emptyset\,, \\ N^3 &\equiv h_3\,x + k_3\,y + l_3\,z = \emptyset\,, \end{aligned}$$

alors l'équation cherchée du plan M est

$$\begin{vmatrix} cos\,\psi_1 & k_1 & l_1 \\ cos\,\psi_2 & k_2 & l_2 \\ cos\,\psi_3 & k_3 & l_3 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} h_1 & cos\,\psi_1 & l_1 \\ h_2 & cos\,\psi_2 & l_2 \\ h_3 & cos\,\psi_3 & l_3 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} h_1 & k_1 & cos\,\psi_1 \\ h_2 & k_2 & cos\,\psi_2 \\ h_3 & k_3 & cos\,\psi_3 \end{vmatrix} z = \emptyset. \quad (37)$$

§ 11. *En déterminant deux plans connus M_1, M_2 d'un cristal tourné dans le système des coordonnées de la position fondamentale, calculer l'axe de rotation et l'angle de rotation.*

Si les faces ont pour équations normales

$$\left.\begin{aligned} M_1 &\equiv d_1\,\xi + e_1\,\eta + f_1\,\zeta = \emptyset\,, \\ M_2 &\equiv d_2\,\xi + e_2\,\eta + f_2\,\zeta = \emptyset \end{aligned}\right\} \quad \text{I.}$$

dans le système tourné des coordonées et si les mêmes plans dans le système fondamental des coordonnées ont pour équations normales:

$$\left.\begin{aligned} M_1 &\equiv a_1 x + b_1 y + c_1 z = \emptyset, \\ M_2 &\equiv a_2 x + b_2 y + c_2 z = \emptyset, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{II.}$$

on détermine les cosinus directeurs des axes du système tourné α_z, β_z, γ_z à l'aide de ces équations

$$\begin{aligned} &\alpha_1{}^2[(e_1f_2 - e_2f_1)^2 + (d_1f_2 - d_2f_1)^2 + (d_1e_2 - d_2e_1)^2] \\ &- 2\alpha_1[(a_1f_2 - a_2f_1)(d_1f_2 - d_2f_1) + (a_1e_2 - a_2e_1)(d_1e_2 - d_2e_1)] \\ &= (e_2f_1 - e_1f_2)^2 - (a_1f_2 - a_2f_1)^2 - (a_1e_2 - a_2e_1)^2 \quad \ldots \ldots \quad (38) \end{aligned}$$

La valeur α_2 est déterminée par une équation semblable que l'on déduit de la formule (38) en changeant la place des valeurs d, e.

L'équation de la valeur α_3 se déduit de la formule (38) en changeant la place des valeurs d, f.

On calcule la valeur $\beta_\varkappa$ au moyen d'une équation analogue comme $\alpha_\varkappa$, seulement la valeur α se remplace par la valeur β et la valeur a par la valeur b.

Pareillement, pour calculer les valeurs $\gamma_\varkappa$, on remplace la valeur α des équations précédentes (38) par la valeur γ et la valeur a par la valeur c.

Ensuite on opère suivant les formules (13) et (14), éventuellement (17).

§ 12. *Si nous déterminons trois plans connus M_1, M_2, M_3 d'un cristal tourné dans le système des coordonnées de la position fondamentale, calculer l'axe et l'angle de rotation.*

Si nous adoptons une notation analogue pour la face M_3 comme pour les faces M_1, M_2 dans le § 11, nous arriverons en calculant $\alpha_\varkappa$ à la solution du système des équations

$$\begin{aligned} d_1\,\alpha_1 + e_1\,\alpha_2 + f_1\,\alpha_3 &= a_1\,, \\ d_2\,\alpha_1 + e_2\,\alpha_2 + f_2\,\alpha_3 &= a_2\,, \\ d_3\,\alpha_1 + e_3\,\alpha_2 + f_3\,\alpha_3 &= a_3\,, \end{aligned}$$

d'où l'on calcule

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{{}^{d|a}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \quad \alpha_2 = \frac{{}^{e|a}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \quad \alpha_3 = \frac{{}^{|a}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \\ \text{et pareillement} \\ \beta_1 &= \frac{{}^{d|b}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \quad \beta_2 = \frac{{}^{e|b}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \quad \beta_3 = \frac{{}^{f|b}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \\ \gamma_1 &= \frac{{}^{d|c}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \quad \gamma_2 = \frac{{}^{e|c}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \quad \gamma_3 = \frac{{}^{f|c}\Delta_3}{\Delta_3}\,, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ (39)$$

où

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} d_1 & e_1 & f_1 \\ d_2 & e_2 & f_2 \\ d_3 & e_3 & f_3 \end{vmatrix}.$$

Les cosinus directeurs des axes tournés ainsi déterminés, on calcule l'axe et l'angle de rotation au moyen des formules (13), (14), éventuellement (17).

§ 13. *Calculer la longueur du rayon vecteur OM* (fig. 10) *dans le système des coordonnées obliques et exprimer le cosinus de l'angle trièdre par la fonction des cosinus directeurs de la diagonale correspondante.*

Soient $OA = \xi$, $OB = \eta$, $OC = \zeta$ les arêtes du parallélipipède oblique se coupant dans le sommet de l'angle solide O (fig. 10); soient $\zeta : \eta = \lambda$, $\xi : \zeta = \mu$, $\eta : \xi = \sigma$ les angles formés par ces coordonnées; soient r_1, r_2, r_3 les angles entre la diagonale OM et entre les axes

coordonnés de sorte que $cos\, r_1$, $cos\, r_2$, $cos\, r_3$ sont les cosinus directeurs de cette diagonale. De ces conditions on calcule

$$O\,M^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + 2\,\eta\,\zeta\, cos\,\lambda + 2\,\zeta\,\xi\, cos\,\mu + 2\,\xi\,\eta\, cos\,\sigma \ldots (40)$$

On a aussi l'équation

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & cos\, r_1 & cos\, r_2 & cos\, r_3 \\ cos\, r_1 & 1 & cos\,\sigma & cos\,\mu \\ cos\, r_2 & cos\,\sigma & 1 & cos\,\lambda \\ cos\, r_3 & cos\,\mu & cos\,\lambda & 1 \end{vmatrix} = \emptyset\,.^{1}) \quad \ldots\ldots\ldots (41)$$

De ce déterminant Δ_4 on calcule

$$\begin{aligned} &1 - cos^2\lambda - cos^2\mu - cos^2\sigma + 2\, cos\,\lambda\, cos\,\mu\, cos\,\sigma \\ &= cos^2 r_1\,(1 - cos^2\lambda) + cos^2 r_2\,(1 - cos^2\mu) + cos^2 r_3\,(1 - cos^2\sigma) \\ &+ 2\, cos\, r_1\, cos\, r_2\,(cos\,\lambda\, cos\,\mu - cos\,\sigma) + 2\, cos\, r_2\, cos\, r_3\,(cos\,\mu\, cos\,\sigma - cos\,\lambda) \\ &+ 2\, cos\, r_3\, cos\, r_1\,(cos\,\sigma\, cos\,\lambda - cos\,\mu) \ldots\ldots\ldots (42) \end{aligned}$$

La valeur

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & cos\,\sigma & cos\,\mu \\ cos\,\sigma & 1 & cos\,\lambda \\ cos\,\mu & cos\,\lambda & 1 \end{vmatrix} = 1 - cos^2\lambda - cos^2\mu - cos^2\sigma + 2\, cos\,\mu\, cos\,\sigma\, cos\,\lambda \quad (43)$$

peut être désignée aussi $sin^2(O)$ et prend le nom de carré de sinus de l'angle trièdre.

Remarque 1. Si $\lambda = \mu = \sigma = 90^0$, alors suivant la formule (42)

$$sin^2(O) = 1 = cos^2 r_1 + cos^2 r_2 + cos^2 r_3\,.$$

Remarque 2. Si le point O est le centre de l'octaèdre et si $O\,\Xi$, $O\,H$, $O\,Z$ (fig. 11) sont les perpendiculaires abaissées aux faces de l'octaèdre, $sin^2(O) = \frac{16}{27}$; si $O\,P$ est un rayon arbitraire et si nous substituons cette valeur $sin^2(O)$ dans la formule (42), on obtient l'équation

$$cos^2 r_1 + cos^2 r_2 + cos^2 r_3 - cos\, r_1\, cos\, r_2 - cos\, r_2\, cos\, r_3 + cos\, r_3\, cos\, r_1 = \tfrac{2}{3} \ldots (44)$$

Cette équation est utilisable dans la solution de quelques problèmes sur les octaèdres maclés.

§ 14. *Déterminer l'équation du plan R_x qui est symétriquement situé vers le plan R_1 suivant le plan symétral R_S* (fig. 12).

Ce qui caractérise le plan de macle est que, si l'on met dans ce plan un miroir plan, l'image du premier individu des cristaux maclés est parallèle au deuxième individu et vice versâ (voir par exemple fig 6 où le plan de macle est perpendiculaire à l'arête 3 : 4). A ces conditions,

---

[1]) Zeitschr. f. Kryst. 1901 XXXIV. 339.

en résolvant les macles, on rencontre quelquefois le problème comme plus haut.

Dans la fig. 12 R_1 désigne la projection du plan dont l'équation normale est

$$R_1 \equiv \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z - \delta_1 = \emptyset,$$

pareillement

$$R_S \equiv \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z - \delta_2 = \emptyset.$$

D'après la règle connue, l'équation du plan inconnu R_x, qui passe par l'arête $R_1 : R_S$, se calcule suivant la formule:

$$R_x \equiv R_1 + \lambda R_S = \emptyset \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

où le coefficient λ est déterminé par la condition que R_x doit faire le même angle ω avec le plan R_S que le plan R_S avec le plan R_1. Cet angle ω est évidemment toujours plus petit que 180^0.

Le coefficient λ se calcule suivant la méthode de M. O. Kobrle ainsi: Calculons d'abord l'équation du plan R_φ qui passe par l'arête des plans $R_1 : R_S$ et qui fait l'angle φ (fig. 12) avec le plan R_S; dans le cas particulier, quand $\varphi = \omega$, le problème donné sera résolu.

Pour déterminer l'équation R_φ on résout l'équation

$$\lambda^2 + 2\lambda \cos\omega + \frac{\cos^2\omega - \cos^2\varphi}{\sin^2\varphi} = \emptyset$$

de sorte que

$$\lambda_{1,2} = -\cos\omega \pm \frac{\sin\omega}{tg\,\varphi} = -\frac{\sin(\omega \mp \varphi)}{\sin\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Dans le cas particulier où $\varphi = \omega$,

$$\lambda = -2\cos\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

ce qui est la valeur cherchée pour λ dans la formule (45).

Remarque. La figure 13 facilite l'explication de la formule (46):

1. Si l'origine des coordonnées se trouve dans l'angle ω, on applique le signe supérieur pour calculer les plans bissecteurs U et V et on abstrait les angles φ, φ'' de ω.

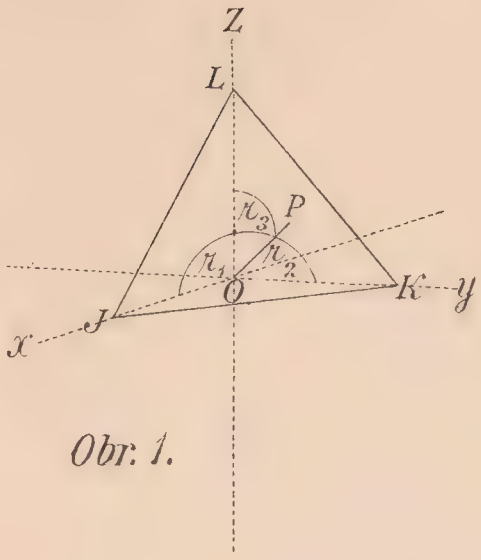
2. Si l'origine se trouve hors de l'angle ω, on emploie dans la formule (46) le signe inférieur et les angles φ', φ''' s'ajoutent à l'angle ω.

§ 15. *Le système d'axes des coordonnées rectangulaires dans l'espace tourne autour de l'axe perpendiculaire au plan de l'équation générale* $ax + by + cz - d = \emptyset$ *d'un angle quelconque* v*; faire la projection orthogonale (axonométrique) de ces axes tournés quant à la direction et quant à la longueur.*

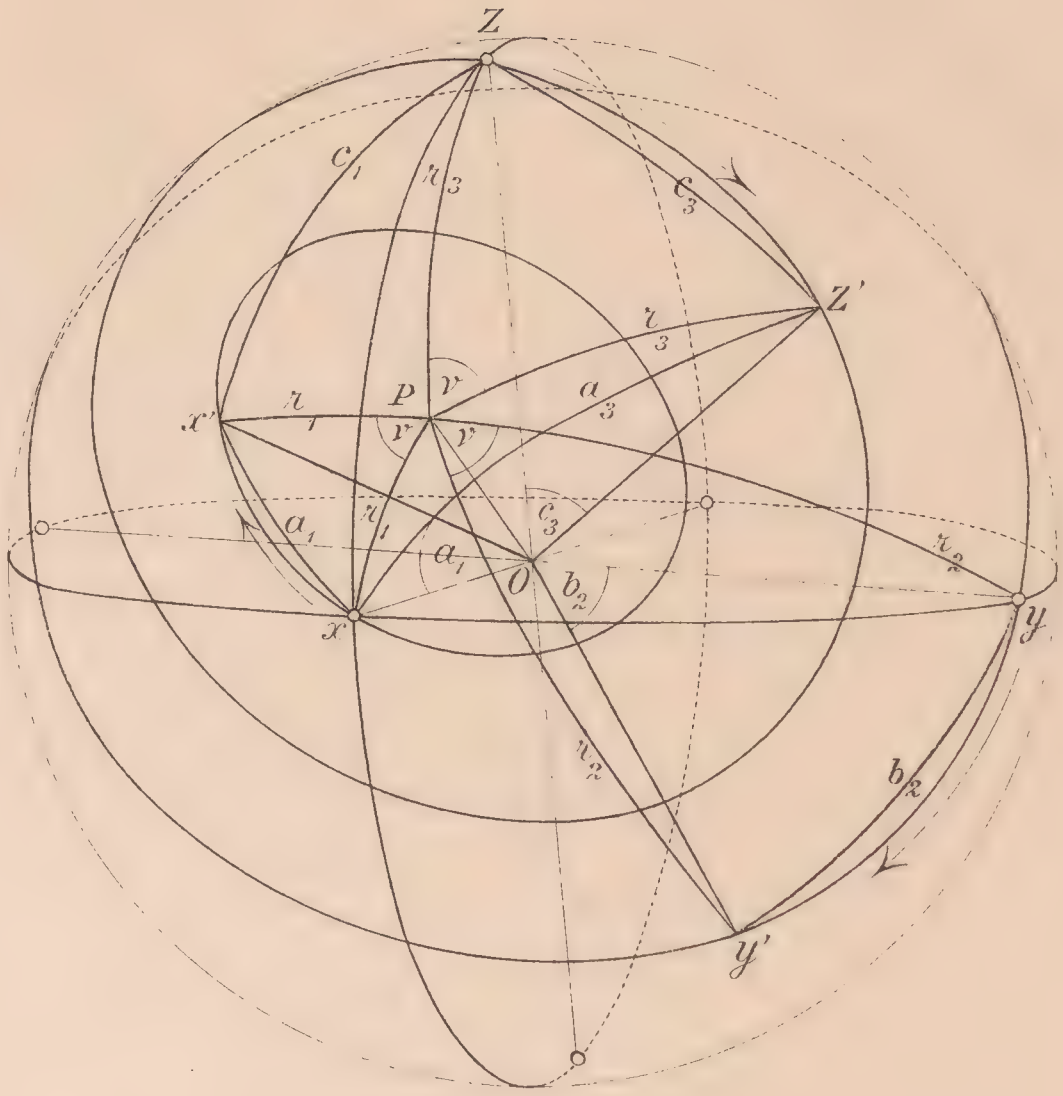
Pour base on prend avec une petite exception la projection exposée par P. Groth dans sa Physikalische Krystallographie 1895, 594 pour le cristal de la position fondamentale. Le plan de projection passe d'abord par la section principale de l'octaèdre de sorte que les sommets des angles solides (B), (C), (B'), (C') forment les sommets des angles d'un carré, $O(B) = O(C) = O(B') = O(C') = 1$ (fig. 14); l'angle solide de devant et de derrière est projeté dans le point O. Dans le premier cas le système entier de coordonnées tourne autour de l'axe vertical $O(C)$ de l'angle $\alpha = 18^0\,26'\,6''$, $tg\,\alpha = \frac{1}{3}$, la projection du sommet de l'angle solide de devant vient être placée dans le point V, (B) en K, (B') en K' de façon que $OV = \frac{1}{3}\,OK'$. Dans le second cas le système entier tourne autour de l'axe horizontal $O(B)$, situé dans le plan de projection, de l'angle $\beta = 6^0\,22'\,45''$, $sin\,\beta = \frac{1}{9}$, de sorte que la projection du sommet antérieur placé au point V vient être placé en A, $VA = \frac{1}{3}\,K'R = \frac{1}{3}\,sin\,\alpha$, où $RO = 1$. $KB = \frac{1}{3}\,VA$. La projection du demi-axe vertical $O(C)$ se raccourcit quelque peu, car $O(C) = cos\,\beta = \sqrt{\frac{80}{81}} = 0{\cdot}9938 = OR'$, où $RR' = \frac{1}{9}\,OR$.

Dans la fig. 15 soit OA, OB, OC la projection orthogonale (que nous venons d'exposer) des axes de la position fondamentale perpendiculaires l'un à l'autre et égaux entre eux. Soit HKL un plan quelconque déterminé par l'équation générale $ax + by + cz - d = 0$ de sorte que $OH = \frac{d}{a}$, $OK = \frac{d}{b}$, $OL = \frac{d}{c}$ sont les paramètres du plan donné. OZ est la perpendiculaire menée de l'origine O au plan HKL. Dans la rotation proposée les points H, K, L décrivent dans le plan HKL des cercles concentriques qui apparaissent dans la projection comme des ellipses *concentriques et semblables*. La perpendiculaire OZ signifie en même temps la direction et la position des axes plus courts des ellipses de sorte que en construisant $ZT \perp OZ$ on obtient la direction des axes plus longs des ellipses. Pour déterminer le rapport du petit axe au grand axe (le rapport est pour toutes les 3 ellipses le même) construisons la trace du plan HKL sur le plan de projection. Si MU (parallèle à l'axe plus long de l'ellipse) est cette trace, alors OZM est la projection du triangle rectangulaire $O(Z)M$ (fig. 16) dans lequel OM est l'hypothénuse et le rapport cherché est $MZ : M(Z)$. Pour tracer ce $\triangle O(Z)M$ dans la grandeur et la forme naturelle construisons $(H)H \,||\, A(A)$ où $O(A) = 1$, ensuite $K(K) \,||\, B(B)$ où $O(B) = 1$, alors $(H)(K)$ est la longueur naturelle du côté projeté en HK. $O(S) \perp (H)(K)$ est la longueur naturelle de la perpendiculaire OS. En continuant ainsi on représente dans la grandeur naturelle $\triangle (H)(K)(L)$, $\triangle O(Z)(S)$ à quelle occasion nous observons les propriétés de la projection orthogonale:

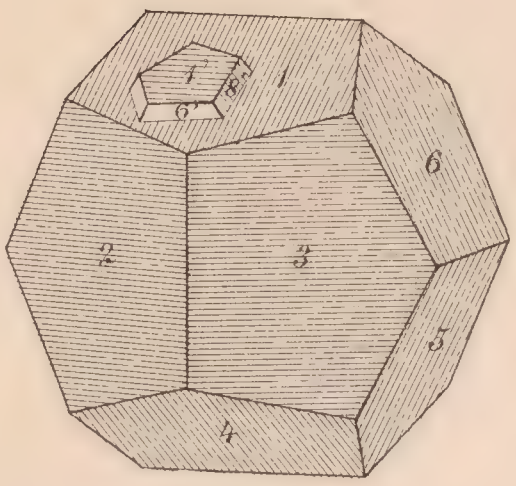
1. *Les longueurs dans l'espace parallèles ont aussi des projections parallèles.*



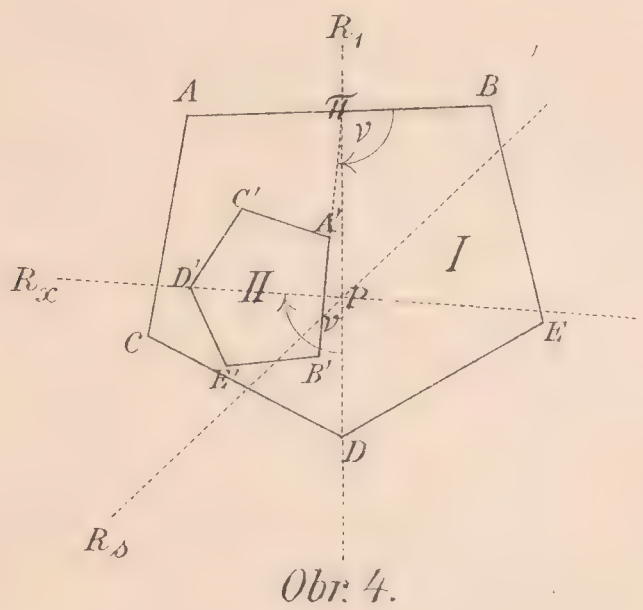
Obr. 1.



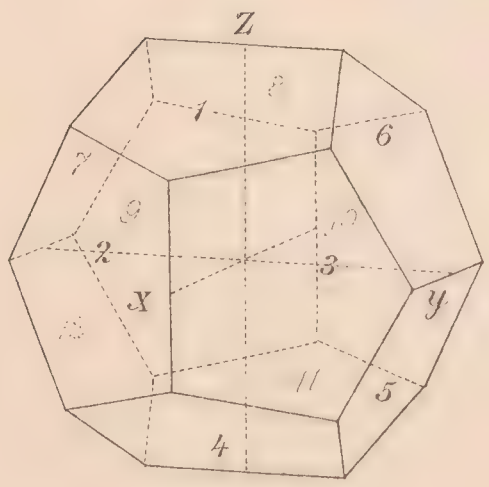
Obr. 2.



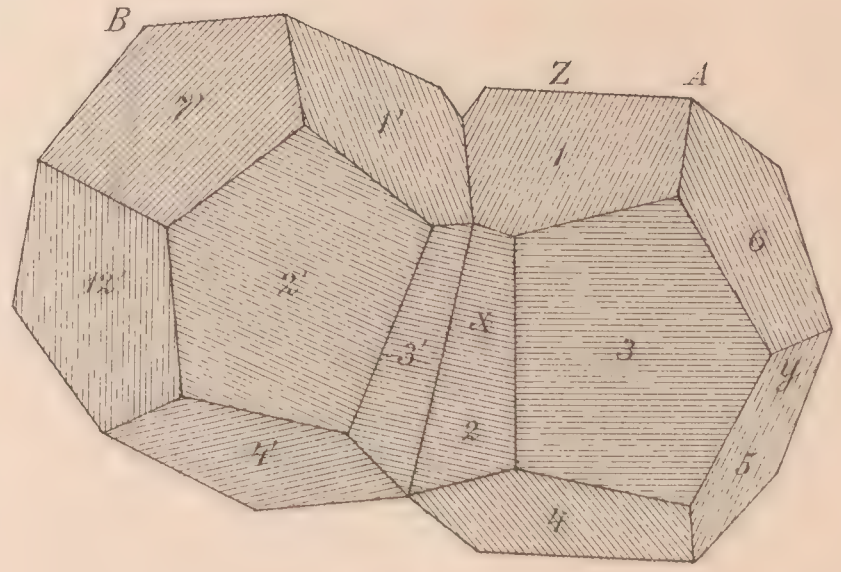
Obr. 3.
Pyrit z Piemontu. 1/1



Obr. 4.

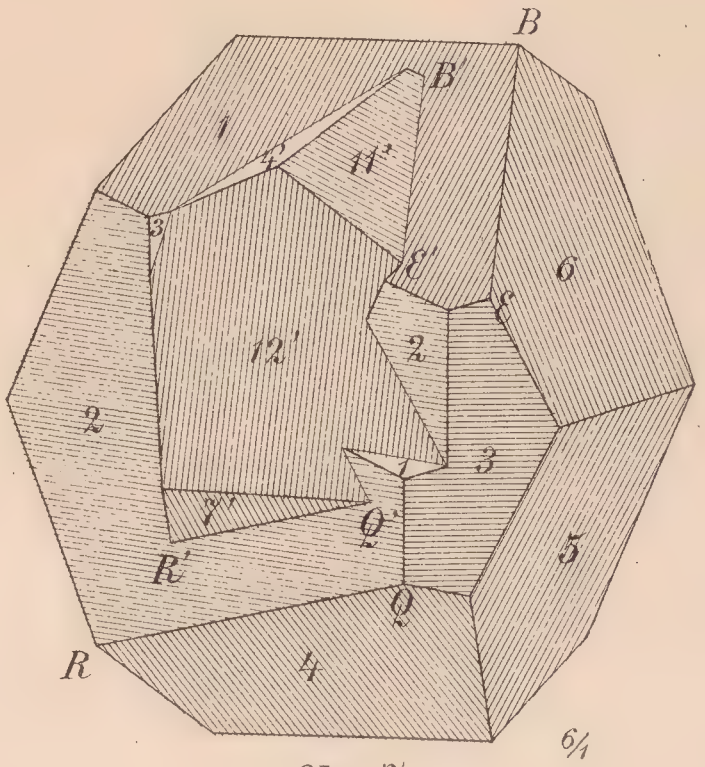


Obr. 5.

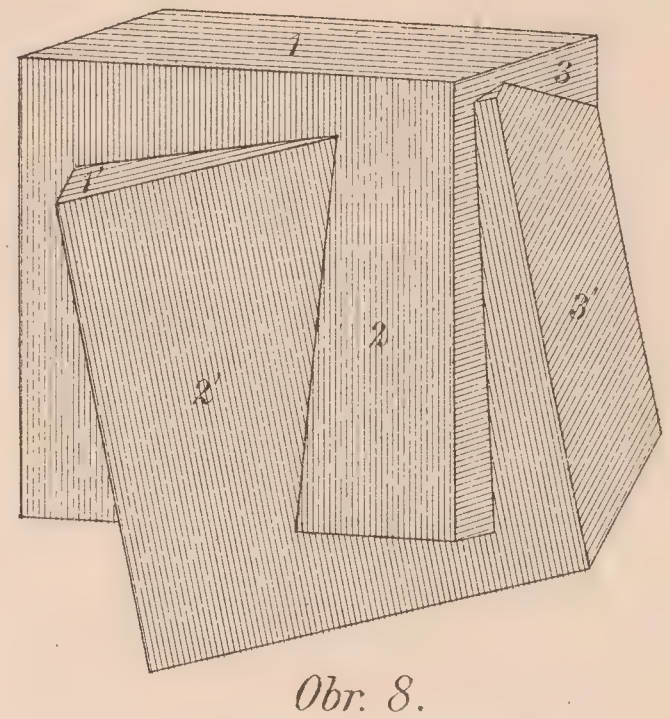


Obr. 6.
Pyrit z Elby a Příbramě.

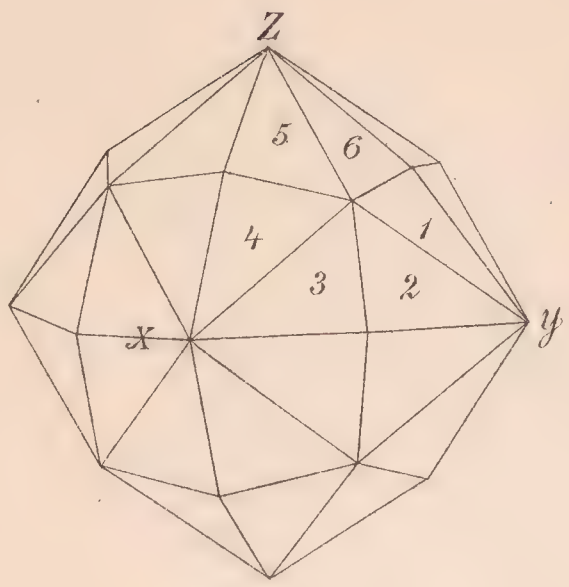
Kresil G. Smolař. Lith. Farský v Praze.



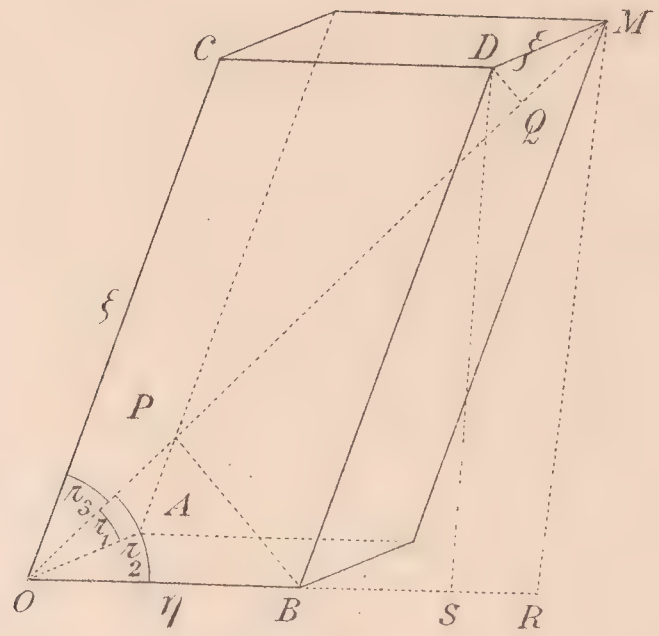
Obr. 7.
Pyrit z Elby.



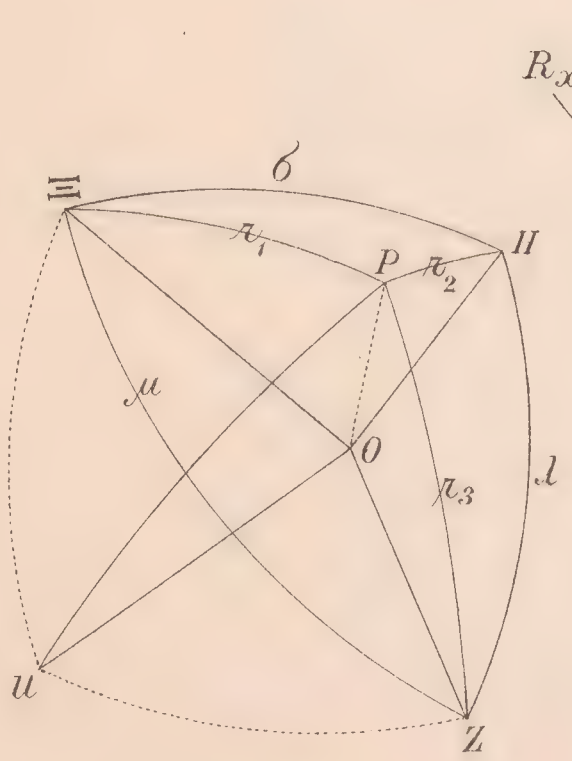
Obr. 8.
Pyrit z Příbramě.



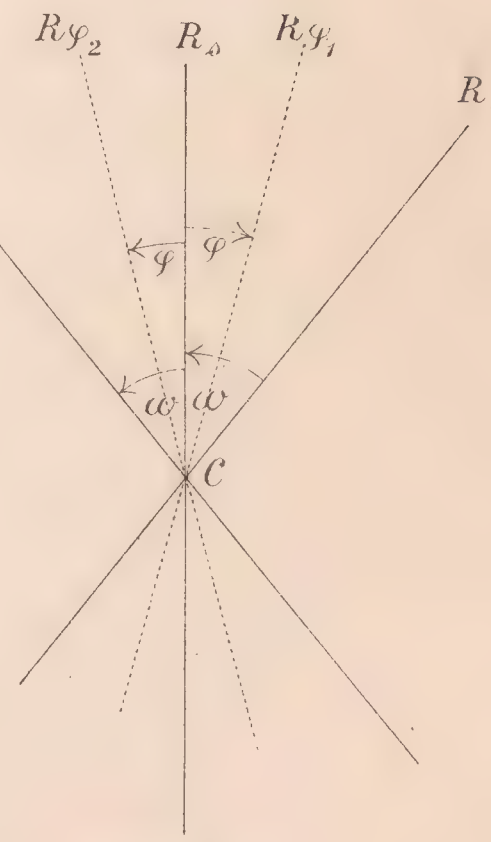
Obr. 9.



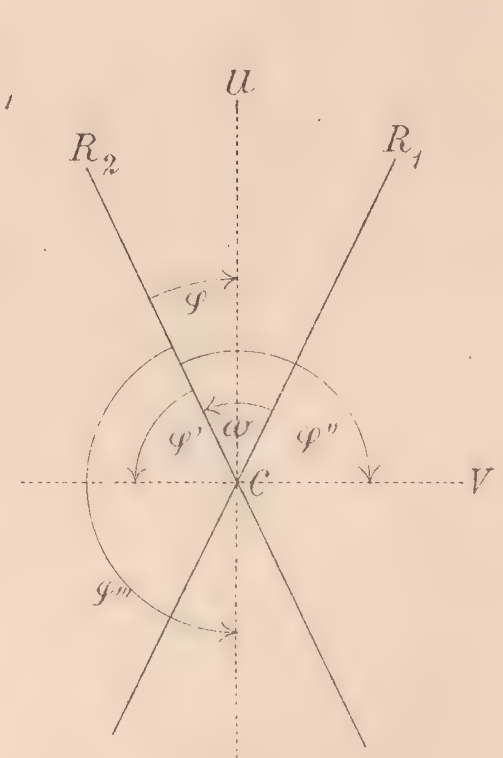
Obr. 10.



Obr. 11.

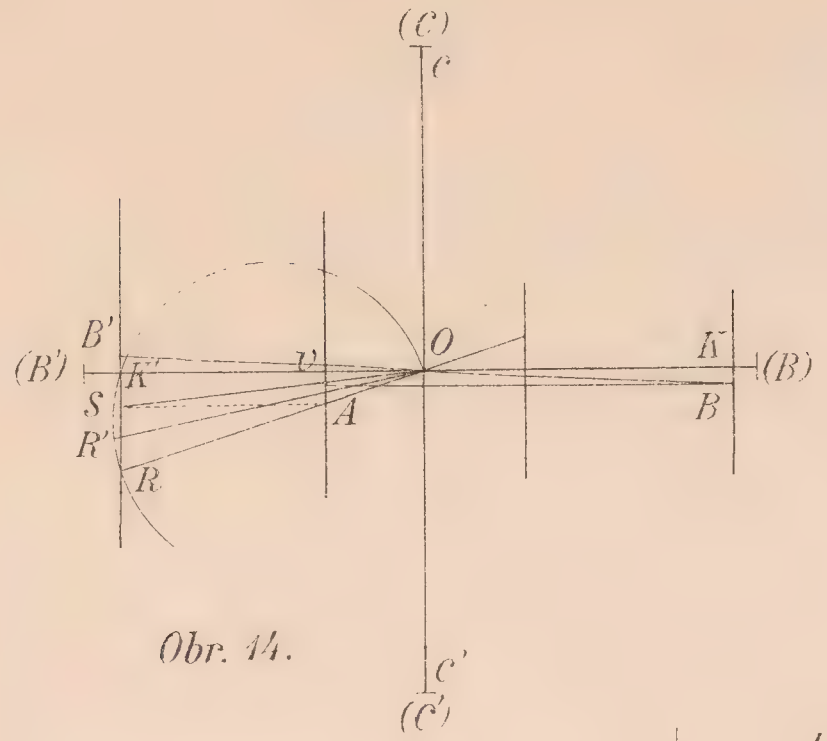


Obr. 12.

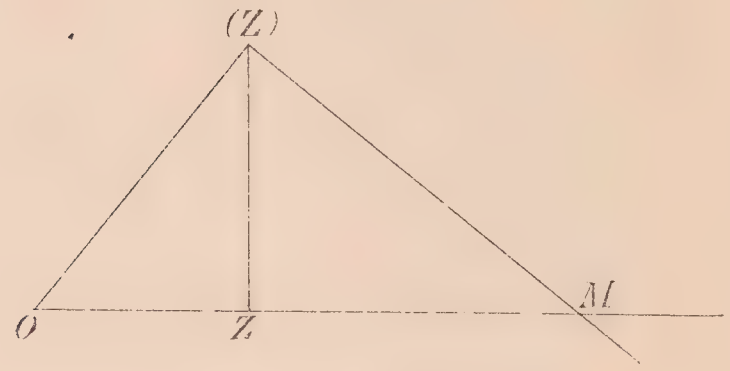


Obr. 13.

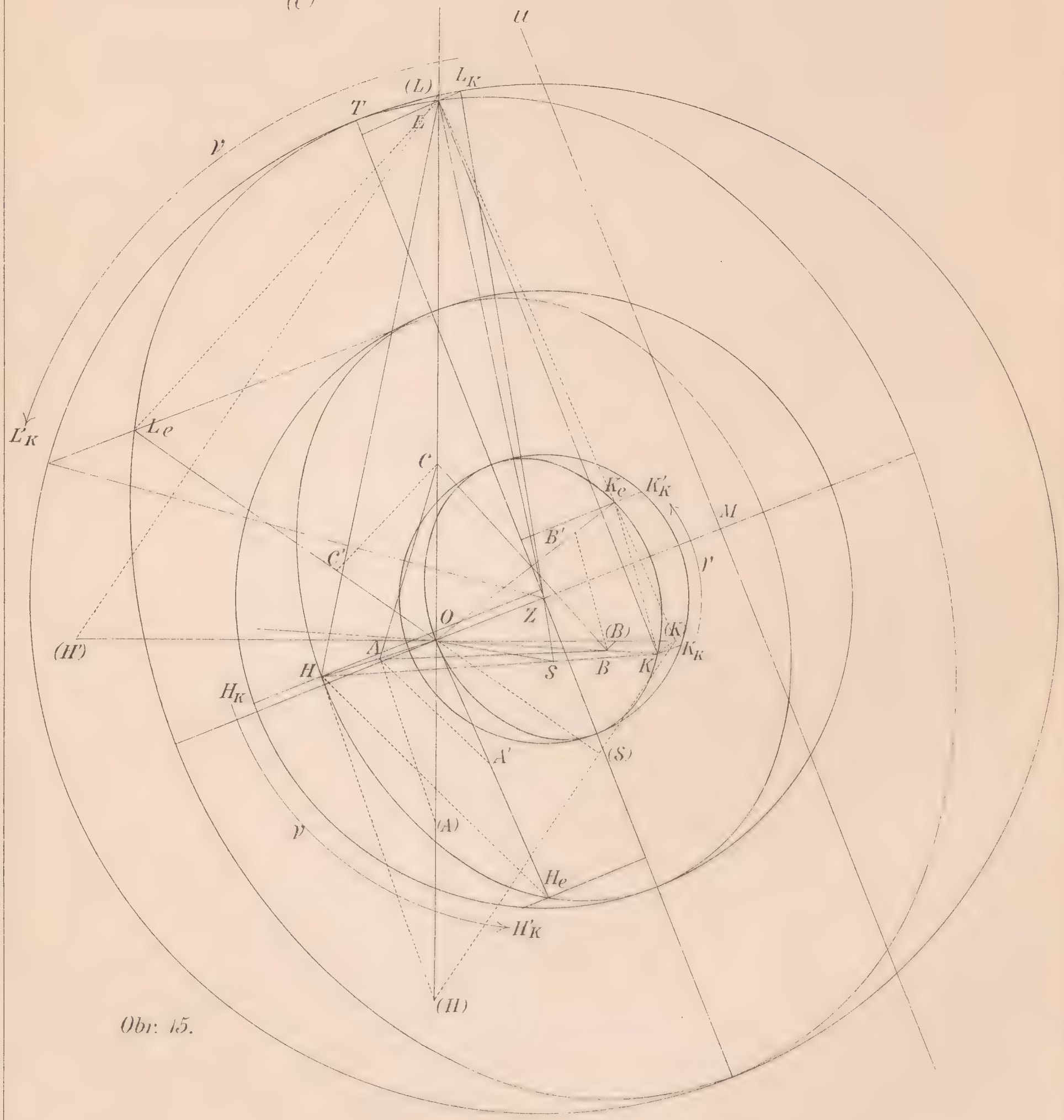
Kreslil G. Smolař.



Obr. 14.



Obr. 16.



Obr. 15.

Kreslil G. Smolař.

Lith. Farský v Praze.

2. *Les longueurs parallèles diminuent dans la projection dans la même proportion.*

En connaissant $O(Z)$ comme longueur naturelle de la perpendiculaire projetée en OZ, on construit dans la fig. 16 le triangle rectangulaire $OZ(Z)$, et, par suite, $(Z)M \perp O(Z)$ de sorte que $(Z)M$ coupe la droite OZ au point M. Maintenant on transporte ZM de la fig. 16 dans la fig. 15 où l'on fait $MU \| ZT$ de façon que MU est la trace cherchée du plan HKL sur le plan de projection.

Puis on fait tourner le plan HKL autour du grand axe de l'ellipse ZJ dans le plan parallèle au tableau en abaissant des points H, K, L les perpendiculaires au grand axe de l'ellipse; on prolonge ces perpendiculaires au delà des points H, K, L suivant le rapport $MZ : M(Z)$ fig. 16 de sorte que ces points viennent être placés sur les circonférences des cercles concentriques dans les positions H_ν, K_ν, L_ν. Avec les rayons ZL_ν, ZH_ν, ZK_ν, qui désignent en même temps les longueurs des plus grands demi-axes des ellipses on trace des circonférences des cercles concentriques, on transporte sur eux des points mentionnés H_ν, K_ν, L_ν les arcs appartenant à l'angle de rotation ν de sorte que ces points arrivent aux points H'_ν, K'_ν, L'_ν. On reporte ces points sur les ellipses correspondantes, en raccourcissant les perpendiculaires menées de ces points au grand axe suivant le rapport $M(Z) : MZ$ (fig. 16). Par cela on obtient les points H_e, K_e, L_e que nous joignons à l'origine des coordonnées O; les segments OH_e, OK_e, OL_e désignent les directions des demi-axes coordonnés tournés. Pour déterminer la longueur des projections des demi-axes coordonnés tournés construisons $AA' \| HH_e$, $BB' \| KK_e$, $CC' \| LL_e$. Alors OA', OB', OC' sont les projections des demi-axes de l'octaèdre, après la rotation, déterminées quant à la direction et quant à la longueur. Le problème donné est donc résolu.

Il résulte de cette construction qu'il est évidemment inutile de tracer complètement les trois ellipses concentriques mentionnées, mais il ne faut que déterminer les points H_e, K_e, L_e de la manière indiquée. Les ellipses fig. 15 sont tracées seulement pour plus de clarté.

Das Verhältnis des Meta- und Mesonephros.

Von

J. Janošík.

(Mit 2 Tafeln und 31 Textfiguren.)

Vorgelegt am 22. Juni 1906.

II.

Die Bildung der Kanälchen des Metanephros. *)

Diese hier zu besprechenden Verhältnisse konnte ich an ganzen zusammenhängenden Serien von Ziesel- und Schweinsembryonen studieren. Nebstdem habe ich auch einige Stadien vom Hund und von menschlichen Embryonen zu untersuchen Gelegenheit gehabt. Ich werde mit den Befunden bei der einfachen Niere des Ziesels anfangen.

Die letzten beschriebenen Stadien der Embryonen dieses Tieres waren von 5·4—5·8 *mm* Länge. Ich will nur noch hier kurz anführen, dass bei Embryonen fast desselben Entwickelungsstadiums konstatiert werden konnte, dass das Verhalten der verdichteten Zellen des Nierenblastemas ein verschiedenes ist und zwar nicht nur bei verschiedenen Embryonen, sondern auch auf beiden Seiten eines und desselben Embryos. Man kann nämlich auch beim Ziesel diese Zellverdichtung nicht immer von dem sich entwickelnden Nierengange bis zum Mesonephros verfolgen und zwar ebenso bei jüngeren, wie auch bei älteren Embryonen und man kann in jenem gegen den Mesonephros ziehenden Abschnitte auch Unterbrechungen vorfinden.

Bei Embryonen von 6·12 *mm* kann man nimmer mehr eine Verbindung zwischen dem Mesonephros und der Zellanhäufung um das Ende des Nierenganges, also dem metanephrogenen Gewebe, nachweisen. Umsomehr ist es der Fall bei älteren Embryonen.

*) Fortsetzung zu dem Aufsatze im Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême. 1905.

Bei Embryonen von 7·6 *mm* Länge bildet das blinde Ende des Nierenganges bereits jene in dorsoventraler Richtung gestellte Erweiterung, welche von den Seiten her abgeplattet erscheint. Dieses ist das vielfach beschriebene Stadium, in welchem viele Forscher eine Proliferation von Epithelzellen des Nierenganges in jene der Umgebung und zwar in jene verdichteten Zellen, welche das metanephrogene Gewebe oder kurz das Nierenblastema bilden, angegeben haben. Dass in diesen und auch in späteren Stadien sich vom Epithel des Nierenganges Zellen den Zellen des Nierenblastemas beimischen, kann kaum verneint werden. Man findet an vielen Stellen das Epithel des Nierenganges in Verbindung mit dem Nierenblastema bereits in jenen Stadien, in welchen noch keine besonderen Zellgruppen oder Bläschen in dem Nierenblastema sich gebildet haben, sowie auch später. Diesen Umstand hebt bereits Sedgwick für das Hühnchen hervor. Dass es sich an solchen Stellen nicht vielleicht um Schrägschnitte und durch diese hervorgerufenen Trugbilder handelt, kann dadurch bewiesen werden, dass an solchen Stellen auch die Epithelzellen des Nierenganges anders beschaffen sind als anderwärts und dass gerade an diesen Stellen zahlreiche Mitosen zu finden sind.

Ein weiterer Beweis kann dadurch erbracht werden, dass man an einem und demselben Schnitte eine wirklich nachweisbar schief geschnittene Wand des Nierenganges vorfindet und diese Stelle so direkt mit der Proliferationsstelle vergleichen kann. Man findet ferner solche Proliferationsstellen des Nierengangepithels in das Nierenblastema nur an jenen Stellen, an denen die verdichteten Zellen zu finden sind, während man Schiefschnitte vielfach auch dort selbstverständlich vorfindet, wo das verdichtete Gewehe nicht besteht. Es muss aber zugestanden werden, dass es nicht möglich ist besonders in den Aufangstadien eine solche Proliferation der Epithelien des sich entwickelnden oder erst angedeuteten Nierenganges nachzuweisen und dass auch in älteren Stadien solche Proliferationsstellen nicht gerade sehr zahlreich sind. Aber auch in diesem jüngsten, sowie auch in älteren Stadien kann man sich des Gedankens nicht erwehren, dass auch doit, wo zwischen den Epithelien des Nierenganges oder Ureters und dem Nierenblastema keine direkte Verbindung nachgewiesen werden kann, doch der sich entwickelnde Ureter irgendeinen Einfluss auf das umgebende Gewebe ausübt, etwa in jenem Sinne wie z. B. für die Entwickelung der Linse dem Augenbläschen nach den Angaben verschiedener Forscher (Spemann, Lewis u. a.) zukommt. Es ist selbstverständlich, dass dieses zwar ein Vergleich, aber keine Erklärung ist.

Die konzentrische Anordnung der Zellen des Nierenblastemas um die blinden Enden des auswachsenden Ureters ist sicher mindestens zum Teil durch das Wachstum des Ureters und später seiner Äste verursacht. Man findet ähnliche Verhältnisse z. B. bei der Entwickelung der Lunge. Es ist in dieser Hinsicht noch hervorzuheben, dass die

Zellanhäufung stets dort am grössten ist, in welcher Richtung das Wachstum des Ureters und später seiner Äste vorschreitet.

Bei Embryonen von 8·3 *mm* finde ich die erste Spur der Bildung der ersten zwei Nierengangäste. Sie sind ebenfalls in dorsoventraler Richtung gestellt. In diesem Stadium fängt die Zellanhäufung jene von Hamburger*) bereits als »Anlage der geschlängelten Röhre« beschriebene Form anzunehmen, aber beiweitem nicht in jener scharfen Abgrenzung, wie man sie später vorfindet und wie Hamburger dieselbe in seiner Fig. 2., Taf. III., zeichnet.

An jenen Stellen, an denen das Epithel des Ureters mit dem Nierenblastema in Verbindung steht, sind die Epithelzellen kleiner und dichter aneinander gelagert als an jenen, wo man das Epithel selbst unverändert, wenn auch schief geschnitten, sehen kann. Die besten Bilder dieser Verhältnisse geben ganz dünne Schnitte.

Bei älteren Stadien gehen von den Ureterästen weitere Äste ab in bekannter dichotomischer Art und die Zellanhäufung des Nierenblastemas hebt sich immer schärfer von der Umgebung ab. Die innersten Zellagen desselben zeigen immer deutlicher eine radiäre Anordnung. An der Peripherie dieses Blastemas gehen seine Zellen in jene der Umgebung, also in gewöhnliche Mesoblastzellen, ohne jede Unterbrechung, über: es besteht keine irgendwelche Abgrenzung dieses Blastemas gegen das umgebende Gewebe.

In diesen verdichteten Zellen des Nierenblastemas erscheinen bei Zieselembryonen von 9 *mm* Länge die ersten Zellgruppen. In diesen Anfangsstadien sind dieselben von den umgebenden Zellen des Nierenblastemas noch nicht abgegrenzt, sondern hängen vielmehr fast überall mit denselben zusammen. Die beiden Nierengangäste haben in diesem Stadium jeder bereits weitere zwei Äste gebildet, welche noch ganz kurz sind. Die Zellhaufen liegen hier immer nahe der Teilungsstelle und zwar nach aussen von dem Aste, das heisst, sie kommen nicht zwischen die Äste zu liegen. Dieses Verhalten dauert nicht lange, denn bei Embryonen von 9·5 *mm* Länge erscheint in den Zellhaufen ein kleines Lumen, um welches die innersten Zellen radiär angeordnet sind (Fig. 1, Taf. III); ihre Kerne sind an der Peripherie der Zellen gelagert. Die Zellhaufen sind an derselben Seite des Embryo verschieden gross, häufig grösser als der entsprechende Nierengangast und liegen dem Nierengangaste manchmal dicht an, so dass sie seine Wand direkt einpressen, an anderen Stellen kann hier ein Zwischenraum angetroffen werden. Nicht bei allen, aber doch bei einigen, kann man einen Zusammenhang der Zellen der Zellgruppen oder schon anfänglichen Bläschen mit den Epithelzellen der Nierengangäste, nachweisen (Fig. 2, Taf. III). In dieser Hinsicht sind die Verhältnisse bei

*) O. Hamburger: Über die Entw. der Säugetierniere. Arch. f. Anat. u. Physiol. Supplb. 1890.

Schweinsembryonen besonders bemerkenswert. Hier sind die Zellgruppen, welche sich bei Embryonen von etwa 15 *mm* Länge*) nachweisen lassen, vielfach verschieden von jenen beim Ziesel. Schon die Zellanhäufung des Nierenblastemas ist different von jenem beim Ziesel, sie ist hier verhältnismässig schwächer. Die auftretenden ersten Zellhaufen sind bei Schweinsembryonen schärfer von dem Nierenblastem abgegrenzt und haben ein verschiedenes Aussehen. Einige, welche auch weit vom Nierengangaste im Nierenblastema auftreten, zeigen eine besondere Zellgruppierung: die Zellen, gewöhnlich in einer Reihe, sind verschieden lang und je länger sie sind, umsomehr sind sie bogenförmig gekrümmt. Solche Zellhaufen können auch dem Nierengangaste dicht anliegen, wie in der Fig. 4 u. 5, Taf. III, bei *a* zu sehen ist, oder aber sind die Zellen noch nicht ganz geordnet gelagert, wie man solche in der Fig. 3, Taf. III, bei *a* veranschaulicht vorfindet. Nebst diesen findet man auch solche Zellhaufen wie beim Ziesel: diese hängen aber intimer mit den Zellen des Nierenblastemas zusammen, zeigen aber auch häufige Verbindungen mit dem Epithel der Nierengangäste. Eine solche Gruppe ist in der Fig. 5, Taf. III, bei *b* zu sehen.

Beiderlei solche Zellhaufen sind viel zahlreicher als bei Zieselembryonen und viele drängen sich gegen das Epithel der Nierengangäste so, dass sie dieselbe eindrücken (*c* in der Fig. 5, Taf. III), wenn sie nicht direkt mit dem Epithel in Verbindung treten. Die grosse Zahl dieser Zellhaufen, welche auch ganz lose zwischen den mehr locker angeordneten Mesoblastzellen, ausserhalb der dichter gelagerten Zellen, welche eben als das Nierenblastema angesehen werden, liegen können, führt bei der weiteren Entwickelung nicht zu einer im Vergleiche z. B. zu Zieselembryonen zahlreicheren Bildung von Kanälchen, ja nicht einmal von Bläschen. Daraus muss man schliessen, dass viele der Zellhaufen vergehen, ehe in ihnen ein Lumen zustande kommt und da auch die Bläschen immer noch sehr zahlreich sind, so muss man annehmen, dass auch diese noch verschwinden, ehe sie sich weiter zu einem Kanälchen haben entwickeln können.

Die erste Spur einer Verbindung der so im Nierenblastema entstandenen Bläschen mit einem Aste des Nierenganges oder sagen wir eines Sammelröhrchens finde ich beim Ziesel bei Embryonen von etwa 11 *mm* Länge. Die Fig. 6*a*, *b*, Taf. III und 6*c*, Taf. IV, zeigen dieses Verhältnis. Es sind das drei hintereinander folgende Schnitte.

Ein solches der Aussenseite eines Sammelröhrchens anliegendes Bläschen verbindet sich durch zwei Reihen von Zellen mit dem Ende des Sammelröhrchens. Dieses hat sich etwas um das Bläschen herumgekrümmt. An diesem Präparate liegt dem anderen Aste dieses dichotomisch geteilten Kanälchens auch ein Bläschen in derselben Beziehung an, ist aber, wie es

*) Bei Schweinsembryonen hat die Angabe der Länge erst recht nur eine ganz aproximative Bedeutung, denn es lässt sich schwer feststellen, von welcher Rasse und wie ausgewachsenem Tiere die Embryonen stammen. Dieses ist noch mehr der Fall bei Hundeembryonen.

bei jüngeren Stadien zumeist der Fall ist, nur mit den verdichteten Zellen des Nierenblastemas verbunden, aber nicht mit dem Sammelröhrchenaste. Bei der weiteren Entwickelung findet man jene vielfach beschriebenen Bilder, welche dadurch zustande kommen, dass das Bläschen in die Länge wächst, sich dabei aber, wahrscheinlich sowohl durch die Blutgefässe gedrängt, als auch infolge eines nicht gleichmässigen Wachstums, S-förmig krümmt. Mit diesem Wachstum geht Hand in Hand eine intimere Verbindung mit dem Sammelrohraste. Das äussere Blatt des Endes des S-förmigen Kanälchens, eigentlich das Epithel der konvexen Seite wird immer dünner, wogegen der innere, sich hohlkugelförmig gegen das äussere Blatt vorwölbende Teil des Röhrchens zunächst ein hohes, dann ein mehrschichtiges Epithel zeigt. Indem nun hier die Blutgefässe zur weiteren Entwickelung gelangen, wird auch dieses Epithel schliesslich dünn.

Der in dem S-förmig gekrümmten Kanälchen die zweite Biegung bildende Abschnitt liegt immer an der Basis des so sich bildenden Glomerulus oder eigentlich der Kapsel. Die Epithelzellen dieses Abschnittes bleiben immer hoch.

In jenen Abschnitt dieses primitiven Harnkanälchens, welcher sich mit dem Sammelrohraste in Verbindung gesetzt hat, schreitet auch die Bildung des Lumens weiter vor sich gegen das Lumen des Sammelrohrastes zu. In einigen Fällen finde ich sowohl beim Ziesel, wie beim Schwein, dass sich in diesen anfänglichen Stadien beide Lumina verbinden, in anderen Fällen kann auch durch Konstruktion kein Zusammenhang der Lumina nachgewiesen werden. Man findet auch Diskontinuitäten des Lumens im Bereiche des Kanälchens selbst.

Hamburger (l. c.) beschreibt (S. 27) ebenfalls diese Verhältnisse und sagt: »Es dauert jedoch nicht lange, ehe sich ein feines Lumen entwickelt, welches den Hohlraum der Anlage mit demjenigen der Ampulle in Communication setzt, und gleichzeitig ordnen sich die Zellen des Verbindungsstückes in ein einschichtiges Cylinderepithel.« In den beigegebenen diesbezüglichen Figuren 5, 6, 7 der T. III ist aber an keiner eine wirkliche Verbindung des Lumens der sich bildenden Bowman'schen Kapsel mit dem Sammelröhrchen dargestellt.

Stoerk*) (S. 293) zeichnet solche Verbindung ganz junger Bowman'schen Kapseln von einem 4monatl. menschlichen Foetus. Solche Verhältnisse sind bei Zieselembryonen nicht zu finden und ich habe sie auch bei menschlichen Embryonen in dieser Form nie gefunden. Erst später d. h. bei weiter entwickelten Kanälchen findet man solche Verbindungen, aber auch nur ziemlich selten und auch bald noch mit anderen Modifikationen verknüpft; kurz: der ganze Prozess ist nicht so einfach, wie ihn Hamburger, Stoerk u. a. Forscher beschreiben. Ich will nun die Be-

*) O. Stoerk: Beitrag z. Kenntniss des Aufb. d. menschl. Niere. Merkel-Bonnet, Anatom. Hefte. H. 72. 1904.

schreibung einiger junger Kanälchen und ihr Verhalten zur Bowman'schen Kapsel, sowie zu den Sammelröhrchen folgen lassen.

Bei Zieselembryonen von 14 *mm* Länge finde ich vielfach die Verhältnisse der Nierenkanälchen, wie es Hamburger in seiner Fig. 6, Taf. III, zeichnet. In diesem Stadium gibt es zahlreiche solche oder nur noch etwas weiter, aber wenig, entwickelte Kanälchen.

Bei Embryonen von 15—15$^1/_2$ *mm* Länge finde ich an der Peripherie Zellhaufen, Bläschen etc. in dem Nierenblastema, tiefer aber jene eben beschriebenen anfänglichen Kanälchen, noch tiefer sind aber schon einige weiter in der Entwickelung vorgeschritten. Von diesen tiefsten will ich nun zwei beschreiben. Bei einem dieser Kanälchen finde ich, dass die Bowman'sche Kapsel schon nahezu die Kugelform angenommen hat und einen deutlichen Hilus zeigt, in welchen Blutgefässe eintreten. Geradezu vis-à-vis dem Hilus tritt von der Kapsel ein Kanälchen ab. In der Fig. 7, Taf. IV, ist ein Schnitt gerade aus dieser Stelle abgebildet. An dieser Abgangstelle ist das Epithel der äusseren Kapselwand höher, flacht sich aber rasch in der weiteren Umgebung ab. Das Kanälchen, dessen Wand zunächst nur durch eine Lage zylindrischer Zellen gebildet wird, verläuft dicht der Kapsel anliegend bis an dessen Rand. In diesem Verlaufe hat es ein deutliches Lumen. Das Kanälchen biegt nun in den Hilus der Bowmanschen Kapsel ein, gibt aber zuvor noch einen kurzen blinden Ausläufer mit Lumen ab. An dieser Stelle angelangt, verliert das Kanälchen das Lumen, geht in einen starken Zellstrang über, welcher in den Hilus der Kapsel einlenkt; hier tritt in diesem Zellstrang wieder ein breites Lumen auf, welches nur in drei Schnitten zu sehen ist, dann verschwindet dasselbe, der Zellstrang wird schmächtiger und endet nach drei Schnitten ohne mit dem Sammelrohraste zusammenzuhängen.

Ähnliche Beziehungen zeigt ein anderes Kanälchen derselben Niere. Es geht von der Kapsel etwas näher gegen den Rand zu ein Kanälchen ab, welches stellenweise ein hohes zylindrisches Epithel mit reichlichen Ersatzzellen besitzt. Ein Lumen hat dieses Kanälchen nur auf drei Schnitten. Dann verliert es das Lumen, wird zu einem soliden Strange, welcher an zwei Schnitten wieder ein Lumen zeigt, biegt in den Hilus der Bowmanschen Kapsel ein, indem es immer dasselbe Verhalten des Epithels aufweist. Schliesslich tritt das Kanälchen aus den Hilus der Kapsel hervor und tritt mit einem Sammelrohraste in Verbindung, indem sich sein Lumen in jenes des Sammelrohrastes öffnet. Diese beiden Kanälchen liegen nebeneinander und zeigen ein differentes Verhalten. Viele der anderen Kanälchen verhalten sich nach einem dieser Typen.

Es gibt aber schon in diesem Stadium einige weiter entwickelte Kanälchen, welche anders aussehen. Das von der Kapsel ausgehende Kanälchen tritt zwar ebenfalls in den Hilus der Kapsel hinein. Hier verliert es das Lumen und durch seine Epithelien steht es mit einem Kanälchen in Verbindung, welches vom Rande derselben Kapsel auszu-

gehen scheint und welches weiter in ein Sammelrohr verfolgt werden kann, in welches es einmündet. Es hat hier den Anschein, als ob in diesem letztgenannten Kanälchen, welches mit dem Sammelrohre in Verbindung steht, eigentlich die ursprüngliche Verbindung erhalten geblieben wäre und dass jenes von der äusseren Kapselwand ausgehende Kanälchen sekundär entstanden wäre. Denn man findet nicht nur in diesem, sondern auch bei älteren Stadien vielfach Anzeichen, dass von der äusseren Kapselwand sich ein Kanälchen auszubilden anschickt schon in jener Zeit, in welcher die sich bildende Kapsel mit dem Sammelkanälchen in Verbindung sich befindet. Ein Beispiel hievon geben uns die Fig. 8, 9, 10 der Taf. IV von einem Embryo von etwa 14 *mm* Länge. In manchen Fällen wächst dieses von der äusseren Kapselwand abgehende Kanälchen zu der Stelle der anfänglichen Verbindung nur als eine Verdickung der äusseren Kapselwand selbst. In den meisten Fällen bleibt das ursprüngliche Kanälchen auch das einzige bis zu jener Zeit, in welcher weitere Komplikationen, von welchen weiter des näheren berichtet wird, auftreten. Zumeist verschiebt sich der Abgang dieses Kanälchens vom Rande der hohlkugelförmigen Kapsel mehr gegen die Mitte derselben zu, obwohl das nicht immer der Fall sein muss.

Sind nun die Kanälchen weiter gewachsen, so findet man, dass sie sich fast alle von dem Sammelrohre trennen, so dass sie dann blind endigen. Es war schon bei jüngeren Stadien angeführt, dass manche Kanälchen ohne jede Verbindung mit dem Sammelrohre, wenigstens was das Lumen anbelangt, vorgefunden werden; in diesen älteren Stadien (etwa 16 *mm* Länge) wird aber auffällig, dass ein solches Verhalten auch bei bereits weit in Länge ausgewachsenen Kanälchen zu sehen ist. Man kann auch in diesen Stadien finden, dass ein und dasselbe Kanälchen in seinem Verlaufe sich der eigenen Wand anlegt und mit dieser verschmilzt. Auch das kann gefunden werden, dass wie bei jungen Kanälchen, auch bei diesen älteren Stadien blinde Ausläufer vorkommen.

Bei Embryonen von 17 *mm* Länge findet man neben den wenig entwickelten Kanälchen ebenfalls auch schon weiter entwickelte. Diese zeigen nun die gewöhnliche Einbiegung in den Hilus derselben Kapsel, von welcher sie abgegangen sind. Weiter verlaufend münden einzelne in ein Sammelkanälchen. Solche Kanälchen sind nicht zahlreich, viel häufiger findet man Kanälchen, welche mit dem Sammelkanälchen nicht in Verbindung stehen, oder wenn das der Fall ist, so ist im Verlaufe des Kanälchens das Lumen an einer oder mehreren Stellen unterbrochen. Die weiter gegen die Peripherie gelegenen Kanälchen sind fast alle ohne jede Verbindung mit einem Sammelkanälchen und endigen blind im Hilus der eigenen Kapsel. Auch noch in diesen Stadien zeigt das Epithel der Kanälchen gleichen Typus im ganzen Verlaufe und man kann keinen irgendwie charakterisierten Abschnitt, den man z. B. für die Anlage der Henleschen Schleife ansehen könnte, unterscheiden. Bei diesem Embryo finde

ich neben anderen auch Kanälchen, deren Epithel der äusseren Kapselwand mit der Kapsel des benachbarten Kanälchens verbunden ist. Von jeder Kapsel geht ein Kanälchen ab, welches nach der charakteristischen Einbiegung in den Hilus der Kapsel noch eine kurze Strecke weit verläuft und blind endet. Dieses ist der Anlauf zu Bildungen, welche in älteren Stadien häufiger gefunden werden, nämlich von Kanälchen, deren Kapseln zusammenhängen und zwar nicht nur durch Kontakt ihrer Epithelien, sondern dass ihre Lumina in einander übergehen. Man findet ferner in diesem Stadium ebenfalls noch jene bei jüngeren Stadien beschriebenen Verhältnisse, dann aber auch weiter entwickelte Kanälchen, bei denen man weitere Komplikationen sehen kann. Ich will hier der Kürze halber schematisch einen Glomerulus mit der Kapsel und den Kanälchen in Ab-

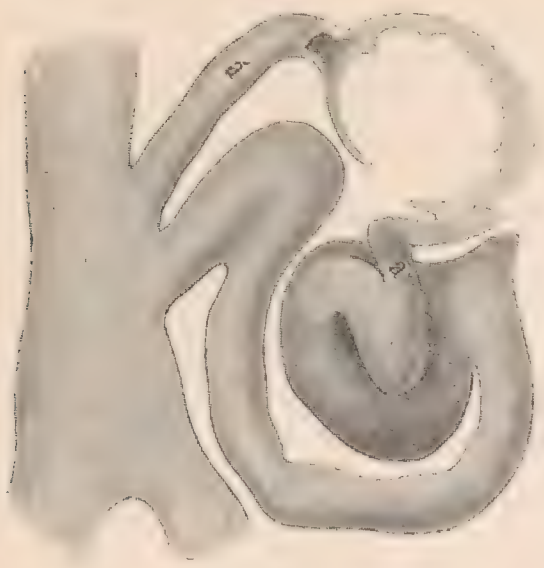


Fig. 9.

Fig. 10.

bildung beilegen. (Textfig. 9.) Es verläuft hier vom Rande der Kapsel ein Zellstrang *a*, welcher ein wenig weiter ein Lumen bekommt, welches ziemlich erweitert erscheint. Von dieser erweiterten Stelle geht eine kurze blinde Ausstülpung ab, und ein geschlängeltes Kanälchen, welches schliesslich sein Lumen verliert und als ein Zellstrang mit ebenfalls so endigendem zweiten Kanälchen (*a'*) derselben Kapsel verschmilzt. Der so entstandene Zellstrang steht mit dem Epithel eines Sammelrohres in Verbindung. Jene blinde Ausstülpung liegt der äusseren Kapselwand dicht an. In der Textfig. 10 ist dasselbe Kanälchen aufgeschnitten dargestellt. Damit man eine bessere Übersicht bekommt, ist in dieser Fig. das Kanälchen etwas auseinandergezogen. Eine Konstruktion eines anderen Kanälchens ergab in bezug auf das eben beschriebene, dass der Zellstrang (*a*) von der Kapsel losgetrennt ist, in seiner ganzen Ausdehnung ein Lumen zeigt welches an jener Stelle, von der eine Biegung und ein blindes Divertikel ausgeht, ziemlich erweitert erscheint, aber mit dem benachbarten Sammelrohre in Verbindung steht. Jenes Kanälchen, welches von der äusseren Wand der Kapsel ausgeht (also dem *a* entspricht), ist ziemlich erweitert, endigt aber blind in einen Zellstrang, welcher zwar gegen ein Sammelkanälchen tendiert, aber ganz frei endet. Die Erweiterung des Lumens

des ersten Kanälchens (dem Kanälchen *a* der Textfig. 9 entsprechend) scheint darauf zu deuten, dass in diesem Kanälchen eine Sekretion vor sich ging. Dieselbe Vermutung kann man auch beim zweiten Kanälchen haben, denn es ist auch das Lumen der Kapsel ziemlich weit.

Bei diesem Embryo finde ich aber auch Kanälchen, welche von der Kapsel (wie *a*) ausgehen und blind endigen, bei denen man aber keine Spur eines Kanälchens im Sinne *a* nachweisen kann, oder es können solche Kanälchen auch in einen Sammelkanal münden. Solche zeigen aber zumeist an irgend einer Stelle eine auf kürzere oder längere Strecke ziehende Unterbrechung des Lumens.

Endet ein Kanälchen (im Sinne *a*, der Textfig. 9) blind, so kann es verschiedene Ausbuchtungen und Erweiterungen zeigen, welche ihrerseits mit einem Zellstrang oder einem Kanälchen (im Sinne *a* der Textfig. 9) zusammenhängen können, sie können auch mit dem Epithel eines Sammelkanälchens in Verhältnisse treten.

Wenn ein Kanälchen blind endigend aufgefunden wird, so findet man gewöhnlich schon bei etwas älteren Embryonen (z. B. von 18 *mm* Länge), dass die Erweiterungen der Kanälchen, wie sie oben angeführt wurden, zu enormen, sackförmigen Ausbuchtungen führen können.

In diesen Stadien finde ich bereits einen Unterschied in dem Aussehen der Epithelien in den Kanälchen. Das Epithel wird eine ganz kurze Strecke weit von der Kapsel höher, obwohl immer einschichtig und die Zellen erscheinen lichter. Ist ein solches Präparat mit Haematoxylin und Eosin gefärbt, so bekommen diese Zellen einen rötlichen Stich. Es verhält sich aber das Epithel nicht so in Kontinuo, sondern man kann diese Charakteristik desselben vielfach in Diskontinuität finden; immer ist dies aber auf den Anfangsteil des Kanälchens beschränkt und tritt später auch auf einen kleinen Bezirk der Epithelien der äusseren Kapselwand.

Es wäre aber, trotz dieser Differenzierung des Epithels ganz unzulässig, schon jetzt von der Bildung einer Henle'schen Schleife sprechen zu wollen.

Die weniger weit entwickelten und mehr an der Peripherie gelegenen Kanälchen verhalten sich ähnlich, wie bei jüngeren Stadien, nur dass die Bildung von blinden Ausbuchtungen bei ihnen eine reichlichere ist.

Von weiter entwickelten Zieselembryonen u. zw. von 19 bis $19^1/_2$ *mm* habe ich grosse Anzahl Konstruktionen gemacht und zwar ebenfalls von verschieden weit ausgebildeten Kanälchen, denn ich hoffte in diesem Stadium, in welchem bereits weit entwickelte Kanälchen vorgefunden werden, von dem Gang der Entwickelung, an jüngere Stadien anknüpfend, ein übersichtliches Bild erhalten zu können. Ich will zunächst einige der Befunde hier besprechen.

Die peripher gelegenen jungen Kanälchen oder deren Vorläufer verhalten sich so, wie bei jüngeren Stadien angeführt wurde. Bei weiter entwickelten und demzufolge weiter von der Peripherie liegenden Ka-

nälchen findet man unter anderen auch jene Verhältnisse, welche beim Stadium von 17 *mm* in der Textfigur 9 mit *a* und *a'* bezeichnet sind, als auch solche Kanälchen, bei denen nur ein Kanälchen von der Kapsel ausgeht und zwar jenes vom Typus *a'*. Es tendiert ein solches Kanälchen fast immer gegen ein Sammelkanälchen, mit dessen Epithel es auch verschmelzen kann. In seinem Verlaufe weist es verschiedene Ausbuchtungen auf, welche bis zu längeren Kanälchen ausgebildet erscheinen, welche wieder weitere Aussackungen besitzen können. Beim Abgange sagen wir des Hauptkanälchens (wenn man so der Kürze halber das Kanälchen des Typus *a'* der Textfig. 9 nennen will) können auch Aussackungen gefunden

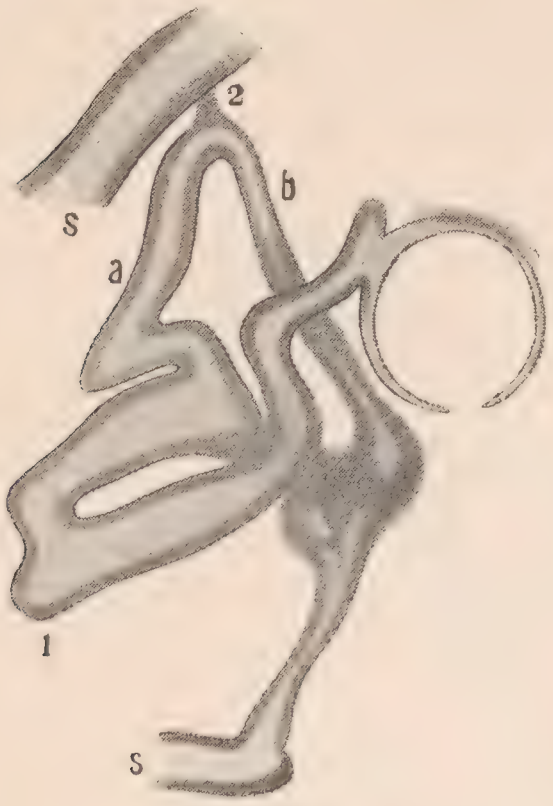


Fig. 11.

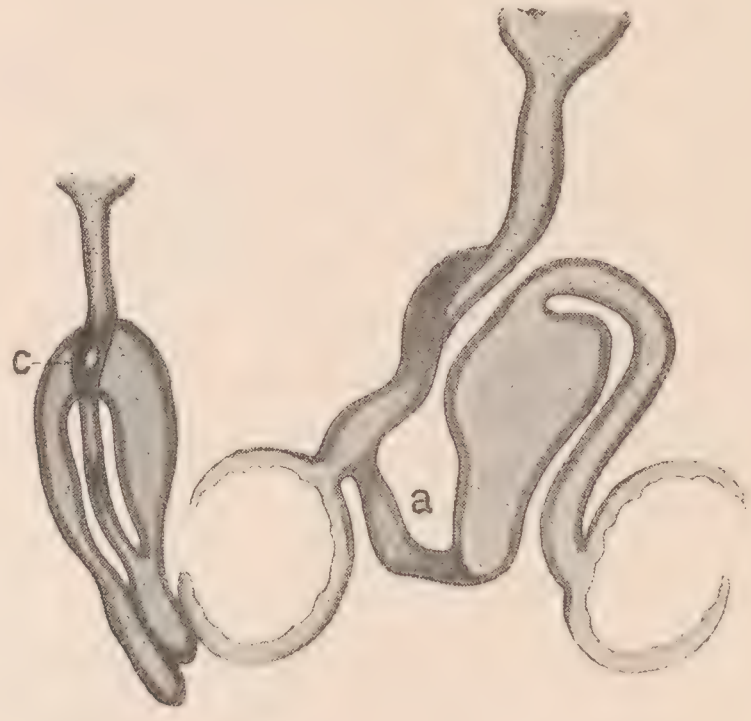


Fig. 12.

werden, welche kurz sein können, oder auch in längere Kanälchen übergehen. Die Textfig. 11 ist leicht schematisiert d. h. es sind die Kanälchen etwas auseinandergezogen dargestellt, damit man das Kanälchen in der ganzen Länge übersehen kann; es ist das ein Beispiel von dem Verhalten eines Kanälchens mit noch weiteren Komplikationen. Es handelt sich hier um ein Kanälchen, welches sich sofort nach dem Abgange von der Kapsel in zwei Kanälchen spaltet; das eine ist kurz und endet blind nach drei Schnitten, das andere verläuft auf sechs Schnitten isoliert, tritt dann mit einer Zellanhäufung in Verbindung. So bleibt es über drei weitere Schnitte. Dabei erhält es ein grosses Lumen, wird weiter wieder enger, macht eine Schlinge (1) und verläuft dann etwas geschlängelt in der Richtung gegen die Kapsel zurück. An der Umbiegungsstelle der Schlinge gibt es ein kurzes Kanälchen ab. Bei diesem Zurücklaufen erweitert es sich wieder, tritt nochmaís mit jener Zellanhäufung in Verbindung in der Länge von etwa 20$_{\mu}$. In der angetretenen Richtung verbleibend, verläuft es leicht geschlängelt noch über 13 Schnitte und wird dabei etwas breiter. Hier übergeht es in ein schwächeres Kanälchen, welches annähernd parallel zurückläuft und sich der Kapsel noch mehr

nähert. Jene Stelle, an welcher beide Kanälchen ineinander übergehen (2), steht mit dem Epithel eines Sammelkanälchens (*S*) in Verbindung.

Wenn nun dieses rücklaufende Kanälchen dicht an die Kapsel kommt, verliert es sein Lumen und kann weiter nur als ein Zellstrang verfolgt werden. Schliesslich auf einige Zellen reduziert tritt dieser Zellstrang in jene oben erwähnte Zellanhäufung hinein, verliert seine Selbständigkeit, aber man kann an der Stelle, wo er eingetreten ist, ein Lumen finden. Nach zwei bis drei Schnitten tritt aus dieser Zellmasse wieder ein selbständiges Kanälchen heraus, welches in ein Sammelröhrchen einmündet. Es ist einleuchtend, dass weder die Schlinge 1, noch die Schlinge 2 als eine Henle'sche Schleife angesehen werden kann. Es handelt sich bei diesem Kanälchen sehr wahrscheinlich um eine Änderung der Einmündung in ein Sammelkanälchen und zwar in ein näher der Oberfläche gelegenes, mit dem die Schleife 2 bereits durch einen Epithelstrang zusammenhängt. Dass auch diese Änderung des Einmündens nicht das definitive Verhältnis vorstellt, geht schon daraus hervor, dass von der Kapsel ein neues Kanälchen auszuwachsen beginnt. Ähnliche Komplikation zeigt ein anderes Kanälchen (Textfig. 12). Von der Kapsel treten hier wieder zwei Kanälchen ab. Das eine dieser Kanälchen, verläuft ziemlich gerade in ein Sammelkanälchen, ist aber in seinem Verlaufe unterbrochen. Es verliert das Lumen und legt sich sozusagen einem Kanälchen, welches ein Lumen hat, nur an und dieses Kanälchen mündet erst in ein Sammelkanälchen. Das zweite Kanälchen dieser Kapsel (*a*) fängt vom ersteren eigentlich nur als ein Zellstrang an, bekommt dann ein Lumen, welches nach einigen wenigen Schnitten schwindet. Der so entstandene Zellstrang legt sich einem weit ausgesackten Kanälchen an und die Epithelien beider verschmelzen. Dieses weite Kanälchen wird dünn und bildet eine Schlinge, welche weiter in eine Kapsel mit einem leicht geschlängelten Kanälchen einmündet. Von der ersten Kapsel und zwar dicht am Rande gegen den Hilus zu, scheint noch ein Kanälchen auszulaufen. Es besteht hier keine Verbindung der Lumina, sondern nur eine Verschmelzung der Epithelien. Dieses hier also blind endigende Kanälchen übergeht in zwei Äste: der eine ist breit, bildet eine Schlinge und endigt blind dicht dem Anfange des Kanälchens anliegend. Der zweite Ast ist dünn, verliert bald sein Lumen, erlangt es wieder, um es bald wieder verschwinden zu lassen. Hier teilt er sich in zwei Zellstränge, welche eine Insel umkreisend wieder zu einem gemeinschaftlichen Zellstrange zusammenfliessen, in welchem ein Lumen auftritt, welches in ein Sammelrohr einmündet. Der Lage nach dürfte dieses Kanälchen der ursprünglichen Verbindung mit einem Sammelrohre entsprechen. Diese Verbindung von zwei Kapseln scheint mir ein Überbleibsel oder eine Ergänzung jenes Verhaltens zu sein, in dem man zwei benachbarte Kapseln auf eine oder die andere Art mit einander verbunden vorfindet.

Ich will nun bei der Beschreibung dieser Befunde zunächst mit

jüngeren Kapseln und Kanälchen beginnen und zu älteren, komplizierteren vorschreiten. Hier will ich nur noch bemerken, dass man solche Doppelkapseln auch bei jüngeren Stadien vorfindet. Ich will sie nun hier einfügen und zwar nur jene, welche bei einem Embryo und in einer und derselben Niere desselben vorgefunden wurden. Zunächst sei hier ein Fall vorgeführt, in dem zwei junge Kapseln durch ein Kanälchen zusammenhängen, von welchem das Hauptkanälchen der 1. Kapsel auszugehen scheint (Textfig. 13 *a'*). Von der mit 2 bezeichneten Kapsel geht ein breites blind endigendes Kanälchen ab (*a*) und nebstdem ein kurzes Kanälchen (*s*), welches dem Hauptkanälchen dieser Kapsel entsprechen möchte.

An einer anderen Stelle hängen zwei Kapseln durch eine weite Öffnung zusammen. Die eine steht mit ihrem Epithel in Verbindung mit

Fig. 13.

Fig. 14.

dem Epithel eines anliegenden Sammelkanälchens. Die zweite Kapsel hat ein Hauptkanälchen, welches leicht geschlängelt eine Strecke weit selbständig verläuft, legt sich dann einem Sammelröhrchen dicht an, entfernt sich dann von demselben schlingenförmig ausbiegend. Von dieser Schlinge geht ein solider epithelialer Sprossen ab, welcher in ein kurzes, lumenführendes Kanälchen übergeht, welches auf beiden Seiten blind endigt. Das Ende des Hauptkanälchens legt sich dicht einem Sammelkanälchen an und sein Epithel verschmilzt mit jenem des Sammelkanälchens. In der Textfig. 14 ist eine graphische Konstruktion dieser Kapseln dargestellt. In dieser Figur kann man die Verhältnisse des Lumens beobachten. In der Textfig. 15 ist eine Konstruktion treu der Lage nach gemacht und hier ist auch noch ein ganz blind endigendes Kanälchen, wie es sich eben an dieser Stelle befindet, mitkonstruiert. Damit die Figur übersichtlicher bleibt ist dieses Kanälchen nur im Strich ohne jede Schattierung gehalten, Dieses Kanälchen macht den Eindruck, als hätte es sich von dem Bläschen, bei dem es oben endet, losgetrennt. Das Bläschen selbst zeigt einen Vorsprung an dieser Stelle. In dieser Konstruktion ist das kleine seitwärts abspringende kurze blinde Kanälchen weggelassen, welches in der Fig. 14 veranschaulicht ist.

Weitere zwei Kapseln hängen ähnlich zusammen, von beiden gehen aber vollständige Kanälchen ab. Das Kanälchen der einen Kapsel bildet eine Schlinge gegen den eigenen Hilus zu (in der beigegebenen konstruirten Textfig. 16 ist dieses Kanälchen hervorgezogen dargestellt, um einen leichteren Überblick zu gestatten), tritt wieder heraus, biegt parallel seinem

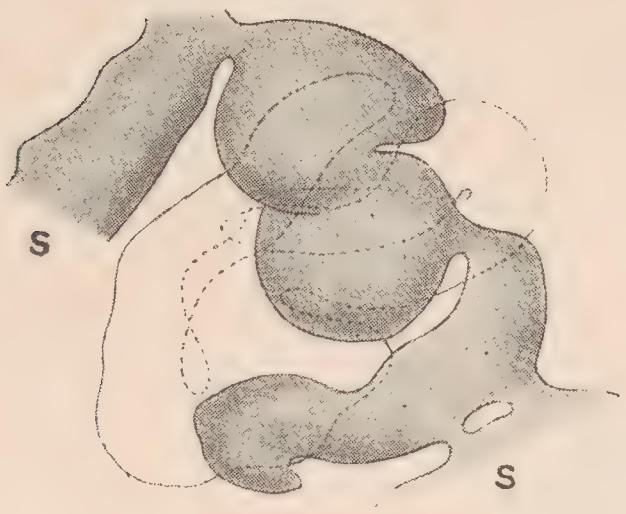


Fig. 15.

Fig. 16.

Verlaufe zurück, erweitert sich und nachdem es nochmals eine Schlinge bildet, endet es blind.

Von der zweiten Kapsel geht ein ziemlich schmales Kanälchen ab, welches alsbald eine Schlinge bildet. Nach einem kurzen Verlaufe bildet es wieder eine Schlinge, von welcher ein Zellzapfen hervorragt. Nachher erweitert es sich ein wenig und teilt sich in zwei Kanälchen. Das eine bildet eigentlich nur eine weite Aussackung von der Form, als sollte sich hier eine Schlinge bilden, das andere ist ziemlich dünn und verläuft leicht geschlängelt gegen die Kapsel, von welcher er ausgegangen war, zurück und endet blind im Hilus der Kapsel selbst.

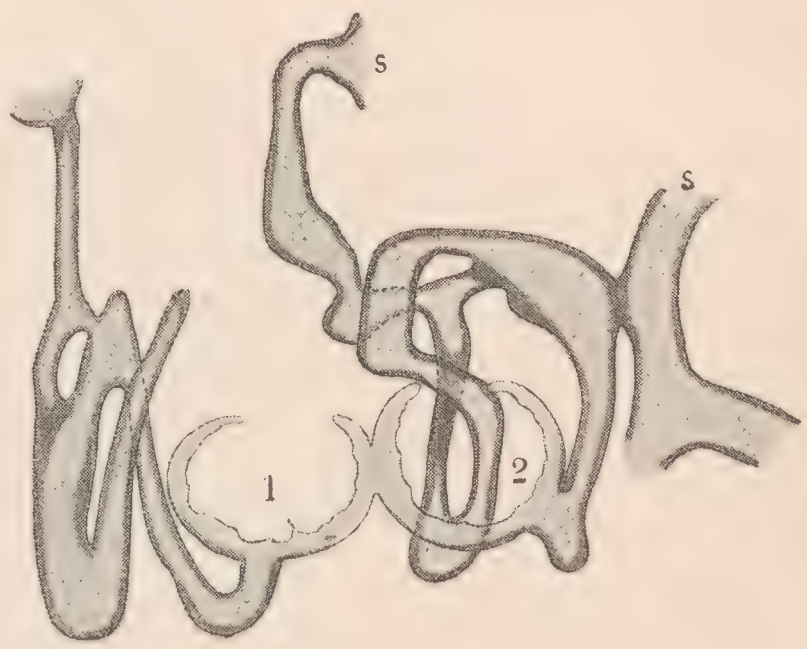


Fig. 17.

Vergleicht man die Kanälchen beider Kapseln, so scheinen sie auf den ersten Blick verschieden, untersucht man sie näher, so findet man, dass sie einander vollkommen entsprechen; sie differieren nur in dem Grade der Ausbildung.

Weitere zwei Kapseln sind in der Textfig. 17 dargestellt. Sie hängen mit einer weiten Öffnung untereinander zusammen. Von der einen geht ein Kanälchen ab, welches alsbald gegen die Oberfläche der Niere verläuft. Es ist dünn. Zu einer Stelle gelangt, an welcher es eine Schlinge zu bilden sich bereitet, hängt es mit einem lumenführenden Kanälchen

zusammen, welches sich von einem Sammelkanälchen abzuschnüren scheint. Indem es nach der Bildung der Schlinge weiter verläuft, hängt es nochmals mit jenem Kanälchen zusammen, aber diesmal nur durch einen Zellstrang. Dann wird es breiter und bildet wieder eine Schlinge, welche gegen den Hilus der Niere gerichtet ist. Der aus dieser Schlinge ausgehende Schenkel ist dünn und endet blind.

Das von der zweiten Kapsel auslaufende Kanälchen gibt gleich beim Austritte ein kurzes, blindes Kanälchen ab. Indem es nun auch gegen die Oberfläche der Niere verläuft, erweitert es sich und hier steht es mit dem Epithel eines Sammelrohres in Verbindung. Indem es nun weiter verläuft, bildet es eine kortikal und dann eine gegen die Papille gerichtete Schlinge. Nachher verliert es das Lumen und setzt sich nur

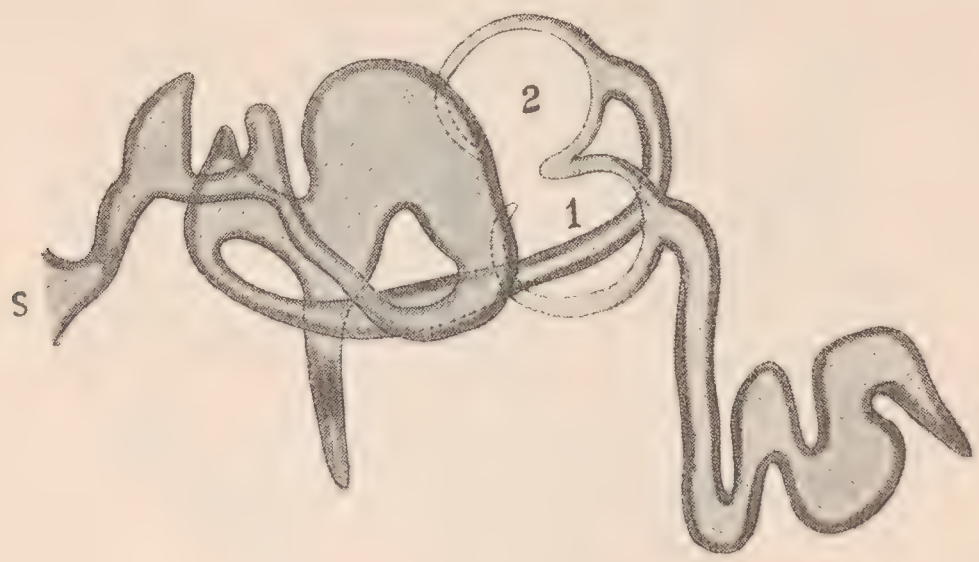


Fig. 18.

als ein Zellstrang fort und kommt so mit einem Kanälchen in Verbindung, welches ein Lumen hat. Dieses lumenführende Kanälchen verschmilzt zunächst mit dem von der Kapsel auslaufenden Kanälchen und öffnet sich in ein Sammelkanälchen. Bei diesem Kanälchen der zweiten Kapsel handelt es sich höchstwahrscheinlich um die Verlagerung der Einmündung in ein Sammelkanälchen.

Noch komplizierter sind die Verhältnisse weiterer zwei mit einander verbundenen Kapseln und ihrer Kanälchen, wie sie in der Textfig. 18 dargestellt sind. Das Kanälchen der Kapsel 1 ist ganz von einem Sammelkanälchen losgetrennt, jenes der Kapsel 2 ist noch nicht ganz losgetrennt, aber die Lumina hängen nicht mit einander zusammen.

Es möchte zu weit führen, wenn ich alle Befunde hier anführen wollte, welche die mannigfachsten Kombinationen der oben angeführten darstellen. Ich konnte mich nicht ganz sicher davon überzeugen, was aus diesen Doppelbläschen später wird. In manchen Fällen ist eines der Bläschen ganz klein und da ist es möglich, dass ein solches bei der weiteren Entwickelung in das grössere Bläschen aufgeht. Sind aber beide Bläschen gleich gross, oder wenigstens annähernd gleich gross, so ist es sehr wahrscheinlich, dass sie sich von einander lostrennen. Darauf scheint das hinzudeuten, dass man in manchen Fällen ganz unschlüssig ist, ob

zwei Bläschen miteinander in Verbindung stehen, oder ob es sich um zwei Bläschen handelt, welche einander anliegen. Wären solche Doppelbläschen nur bei weitentwickelten Stadien zu finden, so könnte man glauben, dass zwei benachbarte durch den Druck der Wände aneinander in Zusammenhang kamen. Man findet sie aber auch auf ganz jungen Stadien der Entwickelung und häufig in einer Lage, dass man auf einen solchen sekundären Vorgang gar nicht denken kann. Es ist nur das Einzige möglich, nämlich anzunehmen, dass diese Bildungen schon so angelegt sind. So eine Annahme findet eine Stütze in jenen Befunden, welche wenigstens zum Teil in der Textfig. 13 veranschaulicht sind. Ich will von

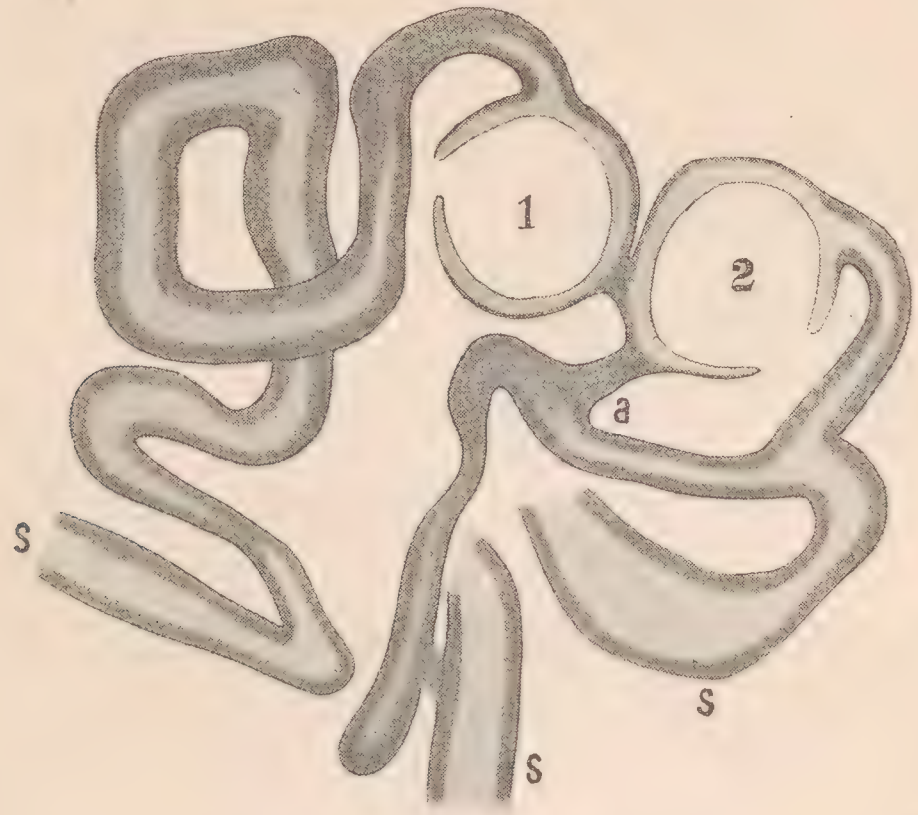


Fig. 19.

diesem Stadium nur noch eines Kanälchens erwähnen, welches von einem einfachen Bläschen ausgeht. (Textfig. 19.) Am Abgange vom Bläschen (1) anfangend hat das Kanälchen ein Lumen und ist mit einem kubischen Epithel ausgekleidet. Kurz nach seinem Abgange verliert es das Lumen und zieht nur als ein Epithelstrang weiter und beschreibt einen über das Bläschen kortikal verlaufenden Bogen. Nachdem es bis über den Hilus der Bläschen gekommen ist, erhält es wieder ein mit kubischem Epithel begrenztes Lumen, tritt dann in eine Erweiterung über, in welcher das Epithel zylindrisch ist und den Anlauf zum Stäbchenepithel bekommt. Nachher wird es wieder schmächtiger, durch kubisches Epithel ausgekleidet. Nun verläuft es zurück gegen das Bläschen zu. Hier erweitert es sich nochmals. In dieser Erweiterung erscheint das Epithel wieder zylindrisch. Eine Schlinge bildend wird das Kanälchen wieder dünner, verläuft kortikal, macht dann eine kleine Doppelschlinge und schlägt den Verlauf gegen ein Sammelkanälchen an. Bevor es dieses erreicht, verliert es wieder das Lumen und wird nun nur noch durch einen dünnen Epithelstrang ersetzt, welcher sich mit einem kurzen von dem Sammelröhrchen ausgehenden Kanälchen verbindet. Es handelt sich hier um ein ziemlich weit

entwickeltes Kanälchen, von welchem sich die Kapsel loszulösen beginnt. Darauf deutet mit Sicherheit der Umstand hin, dass ein lumenführendes Kanälchen der jüngeren Stadien durch einen Zellstrang ersetzt ist. Das Kanälchen löst sich aber auch von dem Sammelröhrchen ab. Es sind hier zwei Schleifen gebildet, aber keine von ihnen kann als Henle'sche Schleife angesprochen werden, denn es besteht hier keine solche Differenz der Epithelien, wie man sie später an der Henle'schen Schleife vorfindet.

Diesem Bläschen (1) liegt ein anderes Bläschen (2) dicht an, mit seinem Epithel unkennbar verbunden. Von diesem geht nun ein Zellstrang ab, welcher sich weiter in einen Zellstrang, in welchem hie und da ein

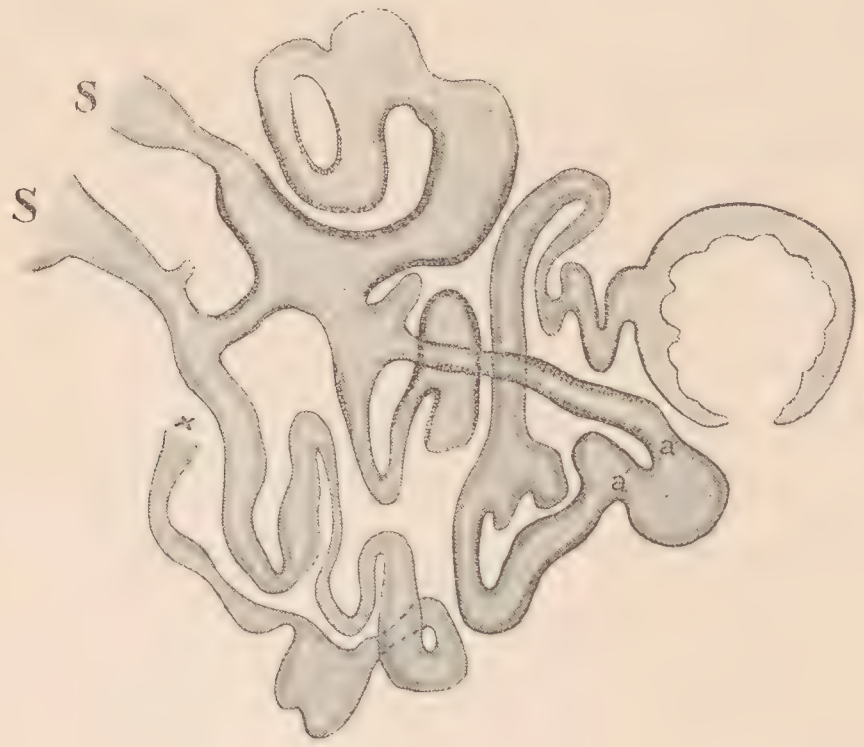


Fig. 20.

kleines Lumen zu sehen ist, verlängert. Dieser Zellstrang legt sich einem Sammelkanälchen dicht an und beide Epithele treten in Verbindung. Zu diesem Zellstrange verläuft auch ein von demselben Bläschen ausgehendes Kanälchen, welches aber seinerseits sich auch in ein Sammelkanälchen öffnet. Es sind also hier zwei Bläschen, welche der Trennung entgegenschreiten.

Ich werde nun zu älteren Stadien übergehen.

Bei Embryonen, welche die Länge von $19^1/_2$ *mm* besitzen, oder diese nicht bedeutend übersteigen, können wieder alle jene eben beschriebenen Formen der Kapseln und Kanälchen vorgefunden werden und es wird sich hier eigentlich nur um die weiter ausgebildeten Kanälchen und das Verhalten derselben zur Umgebung handeln. Ich will hier nur eines der am weitesten ausgebildeten in der Textfig. 20 beilegen und näher beschreiben.

Bei seinem Abgange von der Kapsel macht das Kanälchen eine leichte Schlinge, von welcher ein kurzes blindes Kanälchen abgeht. Von der Stelle dieses Abganges wird das Epithel, welches anfänglich nur kubisch war, etwas höher und erhält alsbald den Charakter eines Stäbchenepithels. Das Kanälchen ist auch breiter geworden, bildet eine

Umbiegung gegen die Papille zu, bildet nochmals eine Biegung, wird breiter und das Epithel verliert den Stäbchencharakter. Jetzt bildet es nochmals eine Schlinge, welche zwischen zwei Sammelkanälchen gelegen ist, dem Epithel derselben dicht anliegend. Weiters übergeht das Kanälchen in eine mächtige Erweiterung, von welcher ein dünnes Kanälchen abgeht, welches stellenweise ein besonders charakteristisches Epithel besitzt: die Zellen sind zylindrisch mit je einem grossen, blassen Kerne. (In der Textfig. sind die Stellen dieses lichten Epithels durch kurze Strichelchen angedeutet.) Dieses Kanälchen bildet eine Schleife und führt in eine blinde sackförmige Erweiterung, in welcher stellenweise noch ein solches Epithel zu finden ist, stellenweise aber ist es niedriger, und färbt sich mit Eosin intensiver rot, als jenes mit den grossen Kernen.

Aus derselben Erweiterung geht eine kleine blinde Aussackung ab und nebstdem ein breiter Kanal, welcher ebenfalls ein niedriges, sich rotfärbendes Epithel besitzt. Dieser Kanal geht nun in einen weiteren, zwei blinde Aussackungen bildenden Abschnitt über und kehrt dann in sich selbst zurück. Auch in diesem Abschnitte sind in einer Ausdehnung im Epithel jene Zellen mit blassen Kernen zu finden. Endlich tritt diese Erweiterung mit einem Sammelkanälchen in Verbindung und entsendet noch ein dünnes Kanälchen, welches ebenfalls Epithelien mit den blassen Kernen besitzt. Dieses tritt nun mit einem Kanälchen in Verbindung, welches sich etwas weiter in ein Sammelkanälchen öffnet. Dieses Kanälchen kann man aber weiter in eine Schleife verfolgen, welche weiter in ein Kanälchen mit Stäbchenepithel übergeht (bei $\times$), also wieder zu einer Kapsel führt. Es ist nicht möglich zu entscheiden, ob es sich hier um ein Verschmelzen von zu verschiedenen Kapseln gehörigen Kanälchen handelt, welche so eine Verlängerung der Sammelkanälchen bilden würden, oder ob es sich nur um eine Verlagerung der Einmündung in das Sammelröhrchen handelt.

Das Stäbchenepithel dieser Stadien hat eine etwas andere Beschaffenheit als in der ausgebildeten Niere. Die Zellen sind ganz deutlich nach ihren Grenzen zu erkennen auch an solchen Stellen, an welchen dieselben der Länge nach getroffen sind. Nebstdem kann man an ihrem freien Rande kurze Flimmerhaare sehen, wie ja solche bereits von mir in der Urniere beschrieben sind und wie solche auch an Nieren von Erwachsenen bekannt sind. Das Epithel der Sammelkanälchen besteht aus einer Lage zylindrischer, heller Zellen mit rundem Kerne, welcher etwas unter der Mitte der Zelle näher ihrem peripheren Ende gelegen ist. An jenen Stellen, an denen die Kanälchen zumeist dünn sind, sind die Epithelzellen niedrig kubisch, ohne nach einer Doppelfärbung mit Eosin und Hämatoxylin eine Differenz zu zeigen. Dort aber, wo die Zellen eine intensivere Färbung mit Eosin annehmen, sind sie ebenfalls kubisch, grösser als in den anderen Kanälchen und ihr Protoplasma ist fein granuliert. Trotzdem haben sie ein lichteres Aussehen.

Wie aus dem bereits angeführten zu entnehmen ist, könnte man versucht sein anzunehmen, dass viele der gebildeten Kanälchen und Bläschen, sammt Glomeruli, wenn nicht ganz, so wenigstens zu einem Teile zu Grunde gehen. Hamburger gibt an, dass eine sozusagen »Überproduktion« der gewundenen Kanälchen, aber nur in den zusammengesetzten Nieren zustande kommt und dass dieser »Überschuss zurückgelassen wird, während der übrige Teil wie bei den einfachen Nieren mit den Ampullen folgt.« (S. 39.) Hamburger beschreibt weiter den Vorgang in dem Sinne, dass die grossen »zuerst entwickelten Malpighi'schen Körperchen« atrophische Gefässknäuel haben, »die Cavität der Bowman'schen Kapsel demzufolge ungewöhnlich geräumig, und das parietale Kapselblatt nicht selten ins Lumen hineingefaltet« erscheint. Obwohl Hamburger dieses bei zusammengesetzten Nieren beschreibt, findet man solche Vorkommnisse bis auf das »hineingefaltet« auch bei der einfachen Niere der Zieselembryonen. Es ist also nicht möglich irgendwelche Deduktionen aus diesen Befunden nur für die zusammengesetzte Niere zu machen. Bei einigen Kanälchen und Bläschen ist schon darauf aufmerksam gemacht worden, dass dieselben hie und da erweitert erscheinen, was man schliesslich auch an den Kapseln sehen kann. Untersucht man solche Kanälchen und Bläschen näher, so findet man, dass sie alle ausser Verbindung mit einem Sammelrohre stehen. Die Zahl solcher erweiterter Kanälchen steigt mit der Entwickelung der Niere und ich finde bei Zieselembryonen von 20—21 *mm* Länge sehr zahlreiche Kanälchen und Kapseln, welche sich von den ausführenden Kanälchen losgetrennt haben, ja auch solche Fälle sind recht zahlreich, in denen sich das Bläschen von dem von ihm ausgehenden Kanälchen getrennt hat. In der Fig. 11, Taf. IV, ist eine solche Kapsel mit dem Gefässknäuel von einem Zieselembryo von 21 *mm* Länge abgebildet. Die äussere Kapselwand ist durch die Erweiterung des Lumens so verdünnt, dass man an einzelnen Stellen die sie bildenden Zellen kaum zu unterscheiden vermag. Durchsucht man die ganze Serie der Schnitte, an denen die Kapsel zu sehen ist, so findet man gar keine Verbindung mit einem Kanälchen. Man findet wohl ein dicht anliegendes, bei des Kapsel blind endigendes Kanälchen, welches sicher das Abzugskanälchen war, welches sich aber von der Kapsel losgetrennt hat. Dass dem so ist, zeigt die weitere Untersuchung. Bei demselben Embryo und in derselben Niere habe ich auch Kanälchen angetroffen, welche sozusagen sich gerade von der Kapsel abtrennen und es ist möglich eine ganze Reihe nach einander folgender Stadien dieses Abtrennungsprozesses zu sehen. Einige dieser abgetrennten Kanälchen liegen dann ganz lose im Mesodermgewebe, ohne mit einem Sammelrohre in Verbindung zu stehen. Solche Kanälchen habe ich in verschiedenem Grade der Aufblähung durch das sich ansammelnde Exkret gefunden. Andere wieder stehen mit einem Sammelrohre in Verbindung und bleiben schmächtig.

An solche abgetrennte Kanälchen ist bereits aufmerksam gemacht worden. Ein in dieser Hinsicht höchst interessantes Kanälchen führt uns die beigegebene Textfig. 21 vor. Die Kapsel ist stark erweitert, so dass das äussere Blatt zu einer Lage ganz flacher Zellen ausgedehnt erscheint, die kaum von den angrenzenden Mesodermzellen unterschieden werden können. Das Kanälchen hat sich soeben von der Kapselwand getrennt und steht mit derselben nur durch einige Zellen in Verbindung. Nach einer leichten Biegung läuft dieses Kanälchen gegen die Oberfläche der Niere zu, bildet zwei weitere leichte Biegungen, schlägt dann den Weg gegen das Innere der Niere zu ein und erweitert sich zu einem beträchtlichen Sack. Im ganzen Verlaufe bis zum Anfange der sackartigen Erweiterung hat es, wie gewöhnlich, das oben beschriebene Stäbchenepithel, welches in der Erweiterung in ein ganz flaches Epithel übergeht. Aus dieser Erweiterung tritt nun ein ziemlich schmales Kanälchen hervor, welches zur Kapsel zurück umbiegt. Nachdem es noch eine leichte Biegung gemacht hat, übergeht es in einen Zellstrang, welcher weiter wieder ein Lumen besitzt und schliesslich nach zwei leichten Biegungen blind endigt, indem es sich dicht der Wand einer benachbarten Kapsel anlegt.

Fig. 21.

Hier haben wir also eine völlig abgetrennte Kapsel und das Kanälchen selbst nochmals in zwei Teile getrennt. Da nun, wie man sehen kann solche Verhältnisse ziemlich reichlich in der embryonalen Niere vorkommen, so müsste man überall viele solche degenerierende Überbleibsel finden, eigentlich in diesen älteren Stadien mehr, als der wirklich sich entwikelnden Kanälchen. Das ist aber nicht der Fall. Man findet zwar hie und da zu Grunde gehende Teile der Kapseln und der Kanälchen, man findet aber auch, dass an so abgetrennten Kanälchen, wie hier das Ende der oben beschriebenen Kanälchen ist, oder wie ein solches auch unter anderen in der Textfig. 13. abgebildet und im Texte näher beschrieben ist, deutliche und manchmal zahlreiche Mitosen anzutreffen sind, welches Verhalten weniger auf eine regressive, als vielmehr an eine progressive Umwandlung schliessen lässt. Ein Zugrundgehen der Kapseln und Kanälchen haben verschiedene Autoren beschrieben: Riedel, Emery, zum Teile Hamburger, Chievitz.*). Doch sagt Chievitz: »Jedoch muss ich sagen, dass ich einen eigentlichen Zerfalls- und Resorptionsprozess nicht mit Sicherheit habe verfolgen können«. Dass die Ka-

*) Chievitz: Beob. u. Bemerkungen über die Säugethiernieren Arch. f. Anat. u. Physiol. Supplb. 1897.

nälchen nicht nur als bereits in allen Teilen nur zur Abfuhr oder zur Bildung des Exkretes bestimmt sind und dass ein jedes noch weitere Aufgaben hat, geht schon daraus hervor, dass man fast an allen, von den jüngsten angefangen bis zu den bereits weit entwickelten, ja bis zu jenen, an denen bereits eine Henle'sche Schleife mit Sicherheit als solche angelegt erscheint, verschiedene Sprossen und Seitenkanälchen vorfindet. Dass die Kanälchen untereinander die verschiedensten Verbindungen eingehen können, ist an den beigegeben Textfiguren zu sehen. Was für Komplikationen durch diese Verhältnisse herbeigeführt werden können, entzieht sich der direkten Beobachtung, aber ich glaube, dass man nicht alle diese eben angeführten Befunde als regressive deuten kann und dass die Veränderungen, welche einem definitiv ausgebildeten Kanälchen vorangingen, nicht so einfach sind, wie man anzunehmen geneigt wäre. Gerade bei den älteren Stadien könnte man ganz gut das Zugrundegehen der gebildeten Kanälchen sehen, wenn ein solches vor sich gehen würde denn da ist das Mesenchym oder das junge Bindegewebe bereits recht locker.

Einer der auffälligsten Abschnitte eines Nierenkanälchens ist wohl die Henle'sche Schleife und von dieser möchte ich noch einige Worte folgen lassen.

Schon Emery hat angegeben, dass sich die Henle'sche Schleife durch Verlängerung der ersten Schlinge, die das gewundene Kanälchen beschreibt, herausbildet. Das bestätigt O. Hamburger. Auch Golgi will sehr zeitlich die Schleife erkennen. Neuerdings beschreibt Stoerk den Vorgang folgendermassen: »Es lässt sich von vornherein durchaus nicht sagen, welche von den ursprünglich untereinander ganz gleich aussehenden Windungen zu diesem Auswachsen zur Schlinge bestimmt ist, solange in allen das Epithel ein dunkles ist; erfahrungsgemäss ist es meist die zweite nach dem Abgang vom Malpighischen Körperchen.« Stoerk beschreibt aber in der Fig. 16., Mod. I., schon die Schleife, also bei einer so wenig vorgeschrittenen Entwickelung des ganzen Kanälchens.

Ich will nun hier ein Kanälchen beschreiben, welches sich in ein Sammelkanälchen öffnet und bereits so weit ausgebildet ist, dass es in seinem Verlaufe eigentlich fünf Schlingen bildet. Man kann in demselben bereits Differenzen des Epithels sehen. Das Kanälchen (Textfig. 22*a*) entspringt von der Kapsel an einer etwas gegen den Hilus der Niere gelegenen Stelle. An den am tiefsten gelegenen Kapseln liegt der Abgang fast immer dem Hilus gegenüber. Es wendet sich dann das Kanälchen gegen die Kortex zu, liegt dabei der Kapsel dicht an. Das Epithel ist kubisch, granuliert und färbt sich rot. Auch hat es den Anschein, als ob es sich bei diesen Epithelien um einen niedrigen Bürstenbesatz handeln würde. Gegen die erste Schlinge zu wird das Epithel etwas höher, behält aber immer noch denselben Charakter. Nun geht das Kanälchen in die Schlinge über, welche gegen die Oberfläche gerichtet ist. Hier wird das Epithel

niedriger und zwar auffallend. Es dürfte das vielleicht auch damit zusammenhängen, dass der zurück gegen den Hilus der Niere laufende Schenkel etwas erweitert ist. Nach einem kurzen Verlaufe wird das Kanälchen wieder enger und das Epithel zeigt wieder den oben beschriebenen Charakter: es wird nämlich höher. So bleibt es auch in dieser Schlinge und auch in dem wieder gegen den Hilus oder die künftige Papille gerichteten Schenkel. Nachdem nun wieder eine neue, die fünfte Schlinge gebildet wird, ist das Kanälchen erweitert und mündet etwas verengt in ein Sammelkanälchen ein *(S)*. In diesem gegen das Sammelkanälchen gerichteten Schenkel wird das Epithel etwas höher, die Zellen besitzen grosse Kerne und sind scharf gegen das Lumen begrenzt. Je näher dem Sammelkanälchen, umso werden sie wieder niedriger, bis sie beim

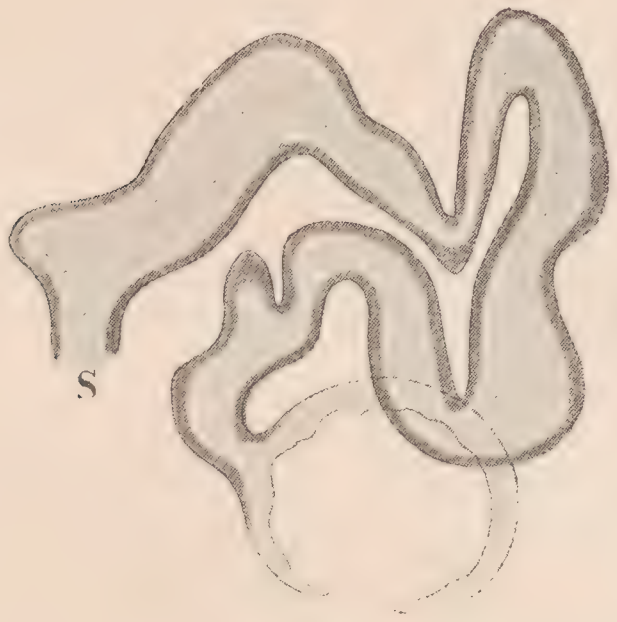


Fig. 22 *a*.

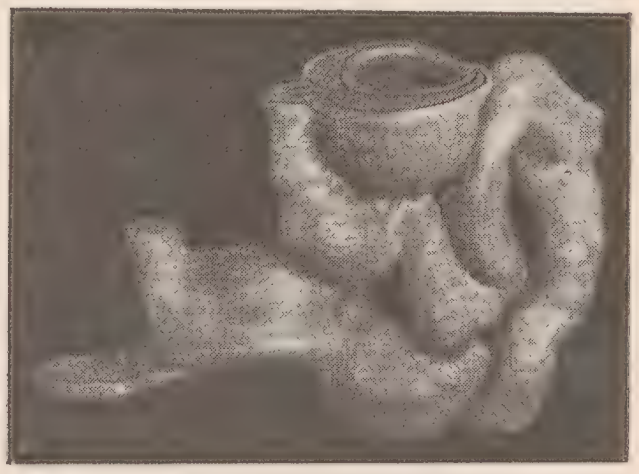


Fig. 22 *b*.

Einmünden kubisch erscheinen. In diesem Schenkel färben sich die Zellen nicht mit Eosin. Von diesem Kanälchen ist in der Textfig. 22 *b* das Plattenmodell gezeichnet mit durchschnittenem Glomerulus gerade beim Abgange des Kanälchens. Es ist absolut nicht möglich, eine dieser Schlingen für die Anlage der Henle'schen Schleife anzunehmen und das umso weniger, wenn man mehrere Kanälchen dieser Entwickelungsstufe durchmustert. Hier muss noch hinzugefügt werden, dass nicht alle Kanälchen in einer Zone sich auf einmal von den Sammelkanälchen abschnüren, es bleiben vielmehr immer einige mit den Sammelkanälchen in Verbindung und lösen sich von ihnen erst dann ab, wenn andere wieder in Verbindung getreten sind. Mit dem Worte »Zone« möchte ich kurz alle Kanälchen gleicher Entwickelung, also gleicher Tieflage bezeichnen.

Eine deutliche Henle'sche Schlinge finde ich bei Zieselembryonen von 25—26 *mm* Länge und ich will hier die Verhältnisse an einem Kanälchen, welches mit einem Sammelkanälchen in offener Verbindung steht, näher beschreiben. Das von der Kapsel ausgehende Kanälchen besitzt zunächst ein kubisches sich schwach rotfärbendes Epithel, welches bald höher wird, den Charakter eines Stäbchenepithels mit Bürstenbesatz bekommt und sich mit Eosin rot färbt. Dieses Kanälchen bildet einige

Schlingen (Textfig. 23*a*) (in dieser Figur eines Plattenmodells ist nur das Lumen konstruiert worden), wird an manchen Stellen breiter, verengt sich wieder und übergeht schliesslich in eine mässige Erweiterung, welche sich in ein enges Kanälchen fortsetzt. Gleich am Beginne dieses Kanälchens wird das Epithel nach und nach niedriger und bleibt nach der Doppelfärbung nur blau gefärbt: es ist das der absteigende Schenkel der noch kurzen Henle'schen Schleife. Diesen Charakter behält das Epithel auch über die Schlinge und auch im aufsteigenden Schenkel, sowie auch eine Strecke weit in die gewundenen Kanälchen. Weiter näher gegen das Sammelkanälchen wird das Epithel etwas höher und es färbt sich auch

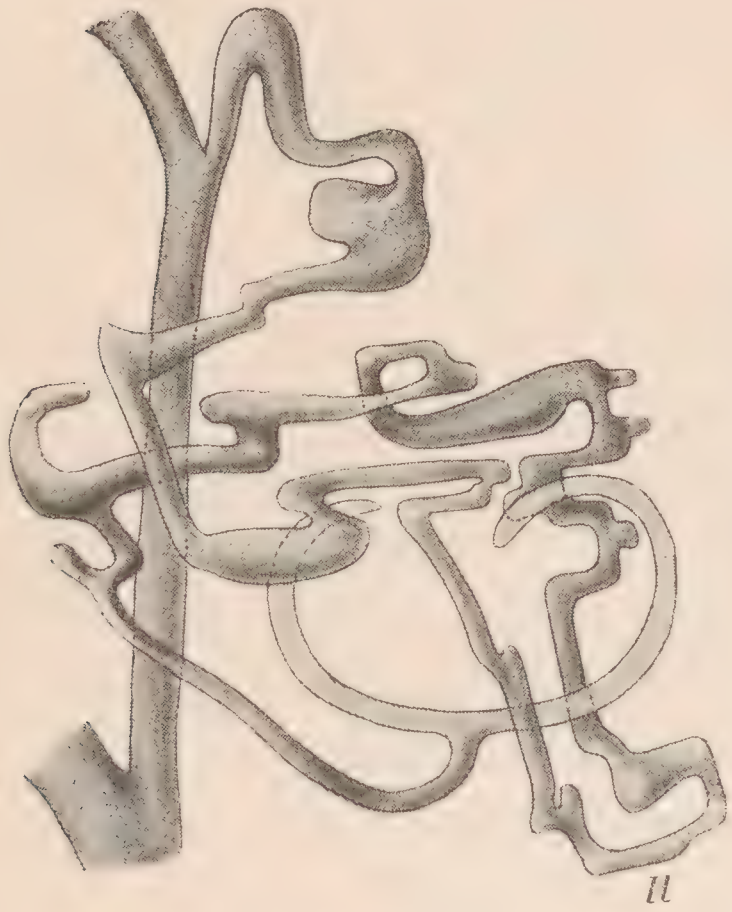


Fig. 23*a*.

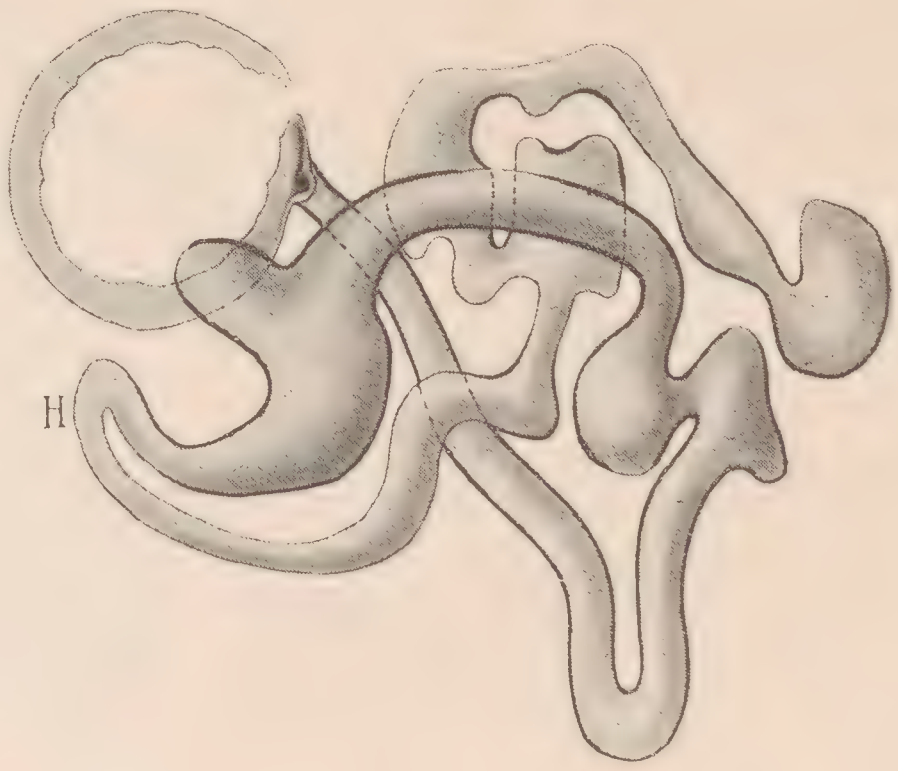


Fig. 23*b*.

etwas mit Eosin. Es muss aber erwähnt werden, dass auch noch in diesen Stadien an verschiedenen Stellen der gewundenen Kanälchen und zwar sowohl jener zwischen der Kapsel und der Henle'schen Schleife, als auch zwischen dieser und dem Sammelkanälchen kürzere oder längere blinde Aussackungen vorkommen. Dieses zeigt nun an, dass auch in diesen Stadien eigentlich nicht das Definitive erreicht ist. Ich halte diese Schlinge für eine Henle'sche Schleife, trotzdem keine solche Differenzierung des Epithels in beiden Schenkeln zu sehen ist, wie eine solche in der definitiven Schleife gefunden wird, weil sie der Lage nach jenen Schlingen entspricht, welche auch schon die Differenzierung des Epithels zeigen. Bei diesem Embryo, von welchem jenes Modell konstruiert wurde, sind auch Kanälchen ausgebildet, an denen die Henle'sche Schleife zu erkennen ist und zwar nach der Differenzierung des Epithels und der Form des Kanälchens, welche aber mit keinem Sammelkanälchen in Verbindung stehen. Eines nur von diesen lege ich in der Textfig. 23*b* bei. Von der Kapsel geht ein Kanälchen ab und zwar näher dem Rande, was eben bei so weit entwickelten Kapseln und Kanälchen nicht das gewöhnliche ist.

Dieses Kanälchen zeigt das beschriebene Stäbchenepithel mit Besatz, verläuft dann gegen die Papille zu und zwar über 18 Schnitte, biegt dann um und verläuft dem absteigenden Schenkel dicht anliegend, ohne eine Änderung des Epithels zu zeigen, gegen die Oberfläche der Niere zu. Nach 12 Schnitten wird es breiter und macht kurze Windungen, übergeht dann in eine gegen die Oberfläche gerichtete Schleife, wird noch breiter, verläuft zurück, beschreibt eine leichte Biegung und indem es sich nachher verjüngt, ändert es auch das Epithel: dieses wird allmälig niedrig kubisch und färbt sich bei der angewandten Doppelfärbung Eosin-Haematoxylin nur mit Haematoxylin. Nach dem Epithel sollte es sich um den sogenannten absteigenden Schenkel der Henle'schen Schleife handeln *(H)*. Dieser Ast ist aber nicht gegen die Papille gerichtet, sondern verläuft geradezu parallel der Oberfläche. Der sog. aufsteigende Schenkel verläuft parallel dem eben beschriebenen gegen die Kapsel zu, erweitert sich, macht kleine Windungen mit blinden Aussackungen, übergeht dann in ein dünnes Kanälchen, an dessen Anfange das Epithel etwas höher wird, als hätte es die Tendenz zu Stäbchenepithel zu werden. Dann bildet das Kanälchen eine Erweiterung mit vier blinden Aussackungen. In dieser hat das Epithel stellenweise den Charakter des Stäbchenepithels wieder angenommen. Das Kanälchen wird dann dünner und sein Epithel wird dann wieder niedrig und nachdem das Kanälchen eine gegen die Oberfläche gerichtete Schlinge gemacht hat, endet es mit einer blinden Aussackung. In dieser, sowie auch schon in dem Kanälchen selbst wird das Epithel wieder zu Stäbchenepithel. Die Ausdehnung des Stäbchenepithels ist in der Textfig. durch dicke Linien bezeichnet.

Wie nun aus dieser und auch aus der bei früheren Gelegenheiten gegebenen Beschreibung zu sehen ist, ist der Charakter der Epithelien kein konstanter, wenn man auf die topographischen Verhältnisse Rücksicht nimmt. Im allgemeinen kann man nur sagen, dass in dem Anfangsabschnitte des Kanälchens fast immer das Epithel die Stäbchenform mit Bürstenbesatz hat. In anderen Abschnitten lässt sich keine Gesetzmässigkeit nachweisen, auch nicht immer eine solche, welche mit der Weite des Kanälchens im Einklang wäre. Wenn ich bei diesem Kanälchen die mit *H* bezeichnete Schlinge als die Henle'sche Schleife ansehe, so geschieht es nur wegen der Form und dem Verhalten des Epithels. Der Lage nach möchte diesem Gebilde eher die andere, gegen den Hilus gerichtete Schlinge entsprechen.

Bei einem anderen Kanälchen, welches sich aber mit dem Sammelkanälchen in Verbindung befand, sah ich von dem aufsteigenden Schenkel der Henle'schen Schleife ein über 6 Schnitte sich ziehendes blindes Kanälchen abgehen. Ich will auf weitere Beschreibungen nicht eingehen, denn ich glaube mit dem eben angeführten gezeigt zu haben, dass es sich nicht einmal in diesen so weit ausgebildeten Kanälchen um Verhältnisse handelt, welche als definitiv angenommen werden könnten. Hier stellen

sich aber der Untersuchung sehr schwer zu überwältigende Hindernisse in den Weg, denn es ist nämlich bei noch weiter entwickelten Nieren kaum mehr möglich Konstruktionen vorzunehmen. Nur eines will ich nur bemerken, dass ich solche Bilder, wie es Stoerk in seiner Textfigur 18 zeichnet, vielfach auch gefunden habe, ich konnte mich aber nicht überzeigen, dass ein solches Verhalten immer besteht und dass der absteigende Schenkel immer der breitere wäre. Wenn es auch der Fall wäre, dass in diesen jungen Stadien der absteigende Schenkel der breitere wäre, so könnte man daraus gerade wegen der Manigfaltigkeit der Kanälchen sich noch keinen Schluss für die definitiven Verhältnisse erlauben.

Lange konnte ich die Verhältnisse der Entwickelung nicht so kompliziert sehen, nämlich so lange nicht, als ich immer von einer Kapsel ausgehend ein Kanälchen verfolgte. Später änderte ich mein Vorgehen so, dass ich ein Kanälchen von einer Kapsel so weit verfolgte, als es überhaupt ging. Dann fing ich an auch solche Kanälchen zu verfolgen, welche ich mit einem Sammelkanälchen in Verbindung gesehen habe. Schliesslich ging ich von irgend einem Kanälchen aus und verfolgte es auf beide Seiten. Dieses Verfahren habe ich dann bei allen Stadien in Anwendung gebracht.

In aller Kürze will ich nun auf die Befunde, welche ich bei Schweinsembryonen zu machen die Gelegenheit hatte, übergehen. Ich will hier auf das eingehender aufmerksam machen, was sich anders, als bei Zieselembryonen, verhält. Zunächst muss ich anführen, was bereits berührt wurde, dass schon in den ersten Anfängen der Entwickelung der Kanälchen gegen das Verhalten bei Zieselembryonen insofern Differenzen bestehen, als bei Schweinsembryonen der Anlauf zur Bildung der Kanälchen ein reichlicherer ist als beim Ziesel. Auch auf die Verhältnisse der Epithelien der Nierengangäste zu den Zellhaufen und Bläschen des Nierenblastemas ist schon hingewiesen worden.

Die weitere Entwickelung der Kanälchen und ihr Verhältnis zu den Sammelkanälchen ist in den Anfangstadien dieselbe, wie bei Zieselembryonen. Eine Differenzierung des Epithels der Kanälchen tritt hier etwas früher auf, als beim Ziesel und man könnte früher hier auf ähnliche Verhältnisse schliessen, wie Stoerk bei menschlichen Embryonen, nämlich auf eine ziemlich zeitliche Andeutung der Henle'schen Schleife. In der Textfig. 24 ist ein ziemlich junges Kanälchen in seinem Verhalten abgebildet. Es bildet zunächst eine kurze Schlinge und dann eine längere. Der absteigende Schenkel hat ein Stäbchenepithel und ist breiter als der aufsteigende mit niedrigem kubischen Epithel. Von dieser Schlinge geht ein kleiner blinder Fortsatz ab (*a*). Das Kanälchen endet selbst auch blind. Auffällig ist es, dass das Stäbchenepithel nicht gleich bei der Kapsel anfängt, sondern meist eine Strecke weiter und erst in späteren Stadien rückt es dieser näher.

An jenen Kanälchen, welche blind endigen und das sind die meisten bei Embryonen von ungefähr 18 *mm* Länge, kommt es bald zu mächtigen Erweiterungen durch die sezernierte Flüssigkeit und da erscheint das Stäbchenepithel mit Besatz wie angegriffen, als wenn es sich lösen sollte. Solche Bilder können den Verdacht erwecken, dass es sich um degenerative Prozesse handelt. Man findet aber kaum eine Andeutung von

Fig 24.

Fig. 25.

einem Zugrundegehen der Kanälchen und der Kapseln und man müsste sie doch in Hülle und Fülle vorfinden. Die Angabe von Hamburger von einer »Überproduction der geschlengelten Rähren« kann ich für Schweinsembryonen bestätigen, nicht aber deren Rückgang. Doppelglomeruli habe ich nicht vorgefunden, obwohl sie auch hier zur Ausbildung gelangen könnten. Die Bildung der Kanälchen ist eine sehr exzessive und erreichen dieselben in etwas weiter vorgeschritteneren Stadien geradezu eine enorme Länge und Schlängelung. Aber schon von jüngeren Stadien angefangen bis zu diesen (Embryonen von 32 *mm* Länge) besitzen die Kanälchen ebenfalls wie bei Zieselembryonen zahlreiche blinde Ausläufer.

Ich will von diesem Embryo von 32 *mm* Länge nur zwei Kanälchen hier abbilden und beschreiben.

Das erste (Textfig. 25) besitzt gleich beim Abgange einen Ausläufer. Das Kanälchen selbst ist ziemlich dünn und bildet drei Schlingen mit verschiedenartig gestalteten Ausläufern. In seiner ganzen Ausdehnung hat es ein Stäbchenepithel, nur die erweiterte dritte Schlinge ausgenommen, in welcher das Epithel ein hohes, kubisches ist. Das Kanälchen endet nach jener Erweiterung blind mit einem dünnen Fortsatz. Verfolgt man mehrere solcher Kanälchen, so findet man in ihrem Verlaufe keine Regelmässigkeit.

Das zweite Kanälchen (Textfig. 26*a*) ist beiweitem komplizierter und das verschiedene Verhalten des Epithels ist ebenfalls in der Textfigur

Fig. 26 *a*.

veranschaulicht. Auch dieses Kanälchen endet blind und wird dadurch noch interessanter, dass sich zwischen seine Schlingen ein anderes Kanälchen (Textfig. 26*b*) zum Teile hineindrängt. Dieses Kanälchen ist neben

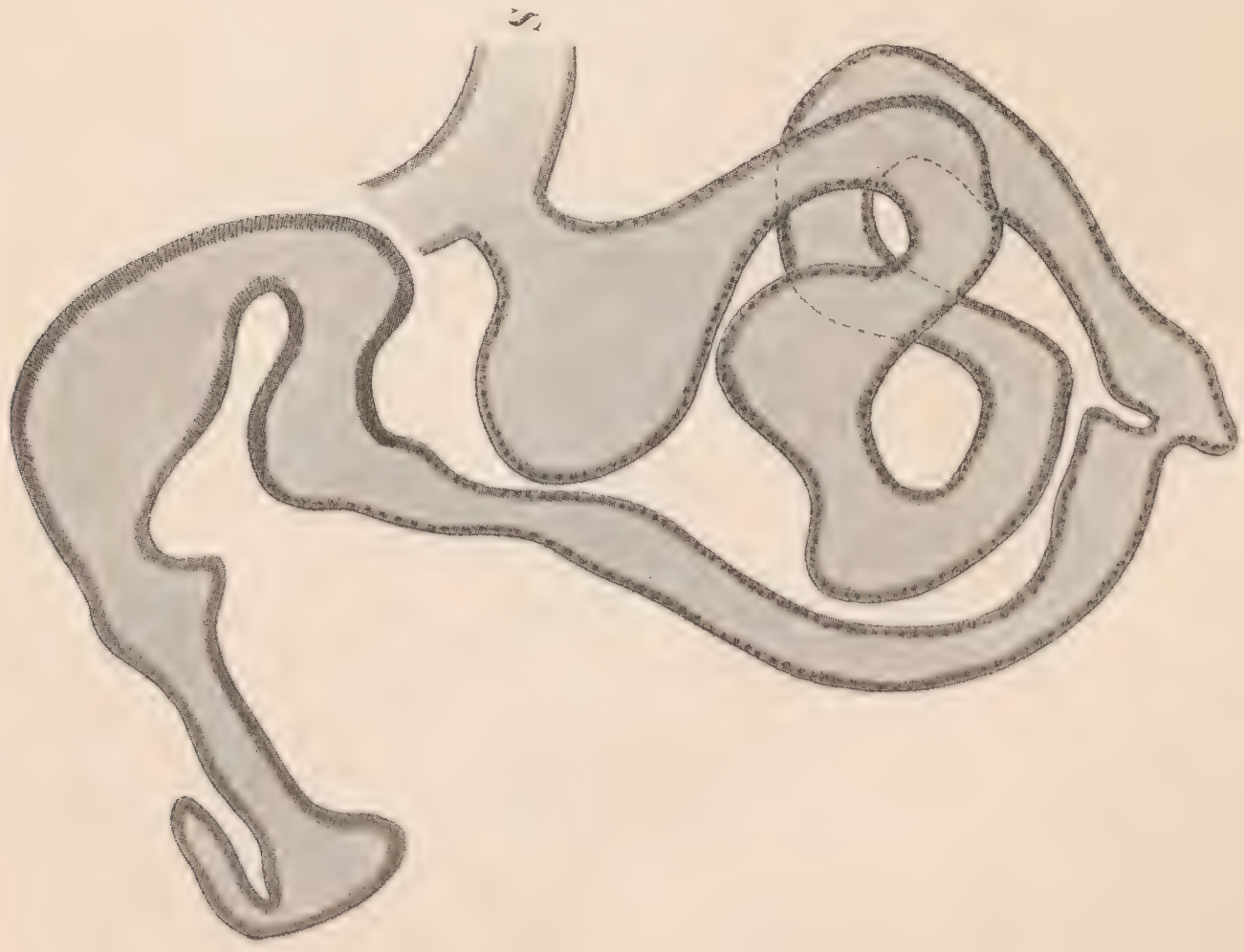


Fig. 26 *b*

ebenfalls abgebildet, aber aus dem Kanälchenkonvolut herausgenommen und etwas auseinandergezogen. Dieses Kanälchen hängt mit einem Sammelkanälchen in Verbindung, endet aber blind, ohne eine Spur der Tendenz zu zeigen, dass es sich mit einem Kanälchen verbinden wollte.

Solche blinde in ein Sammelröhrchen einmündende Kanälchen sind ziemlich häufig, ebenso wie bei Zieselembryonen. Es ist absolut unmöglich anzugeben, welcher Provenienz sie sind. Bei Zieselembryen, bei denen die Verhältnisse doch einfacher sind, sieht man vielfach (vergleiche z. B. die

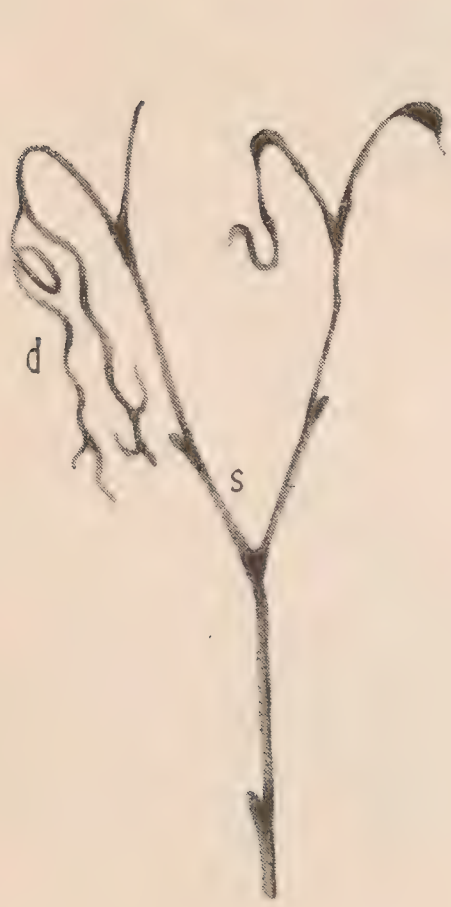


Fig. 27.

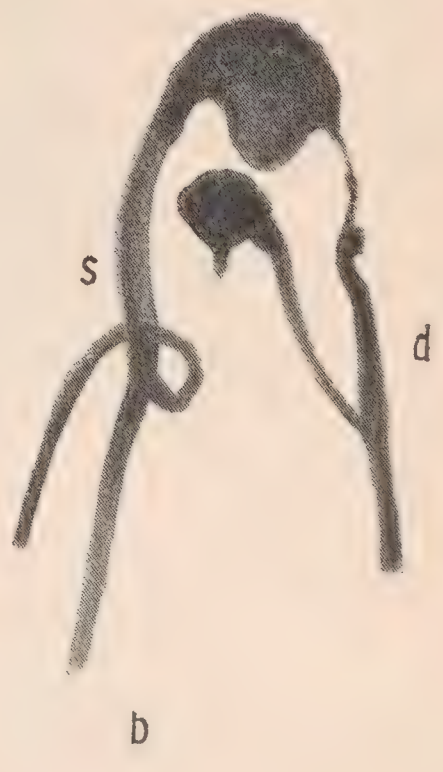


Fig. 28.

Textfigur 12), dass sie nur abgetrennte Abschnitte von Kanälchen sind, welche eine Kapsel mit einem Sammelkanälchen verbunden haben. In anderen Fällen sieht man aber, dass ein solches Kanälchen an jene erinnert, welche man bei ganz jungen Kapseln vorfindet und welche in der Textfig. 9 mit *a* bezeichnet sind. Schliesslich findet man aber auch bei Zieselembryonen solche, wie eines soeben von einem Schweinsembryo abgebildet und beschrieben wurde, von welchen man absolut nichts über ihre Genese direkt anzugeben imstande ist.

Da nun bei älteren Stadien, wie ja schon an dem letzten abgebildeten Kanälchen zu sehen ist, sich die Verhältnisse sehr zeitlich so kompliziert darstellen, dass man an die Konstruktion kaum denken kann, so habe ich es unternommen, an injizierten Nieren das Verhalten der Kanälchen zu studieren. Die Injektionen*) gelangen aber erst bei etwas älteren Embryonen, nämlich von etwa 10 *cm* Länge (Textfig. 27) und noch älteren. An diesen Präparaten und zwar an jenen von etwa 15 *cm* (Textfig. 28) habe ich Bilder erhalten, die an die Injektionen von Henle**) erinnern

*) Vom Präp. Rejsek angefertigt.

**) Henle: Handb. der syst. Anat. d. Menschen. 1873. Hier ist auch die ältere Literatur angegeben.

nur finde ich, dass das aufsteigende Kanälchen, welches bei solchen Embryonen an der Peripherie der Niere bogenförmig umbiegt und in ein gegen die Papille zu verlaufendes Kanälchen übergeht, ein Kanälchen ist welches an der Papille anfängt, gegen die Oberfläche radiär verläuft und. inzwischen mehrere Äste abgibt, welche unter scharfen Winkeln abgehen. In dieses Kanälchen münden keine Kanälchen, welche von einer Kapsel kämen. Das zurücklaufende Kanälchen verläuft leicht geschlängelt und gibt zahlreiche Seitenäste ab, welche ebenfalls geschlängelt verlaufen. Diese Seitenäste verbinden sich nahe der Oberfläche mit gewundenen Kanälchen, welche von einer Kapsel abgehen. Dieses fand ich nur in der obersten und noch in jener unter dieser gelagerten Reihe. Tiefer gelegene Kapseln sah ich nie mit der Injektionsmasse gefüllt. Dieses stimmt mit den Konstruktionen überein: denn auch bei jüngeren Embryonen fand ich und zwar beim Schwein, sowie beim Ziesel in der Regel nur einige näher der Oberfläche zu gelegene Kapseln mit den Sammelkanälchen in Verbindung. Von den tiefer gelegenen Kanälchen ist nur hie und da eines mit einem Sammelkanälchen in Verbindung zu finden.

Bei Embryonen von 10 *cm* Länge finde ich nach Injektionen Bilder (Textfig. 27), welche von denen von Embryonen von etwa 15 *cm* ziemlich viel differieren (Textfig. 28 *a*, *b*). Da das absteigende Kanälchen (*d*) immer nur dicht an der Oberfläche bogenförmig vom Sammelkanälchen (*S*), eigentlich von einem Aste eines weiteren Sammelkanälchens abgeht, ist es nicht möglich, von jüngeren Stadien ausgehend, dieses Verhalten anders zu erklären, als dass, wenn beim Weiterwachsen der Bogen neuen zwei Kanälchen den Ursprung gab, eine Ablösung der mit diesem Ende in Verbindung getretenen Kanälchen platzgreifen musste (vergleiche Textfig. 28 *b*; das absteigende Kanälchen ist vom Sammelkanälchen fast losgetrennt), denn sonst müsste man überall einmündende Kanälchen in das Sammelröhrchen finden und zwar immer an der Teilungsstelle; denn das Wachstum der Äste des Nierenganges oder Ureters geht eben so dichotomisch vor sich und in diese freien Enden öffnen sich neue Kanälchen (vergl. die Fig. 8 und 9 der Taf. IV). Ein solches Einmünden von Kanälchen in die Sammelröhrchen an den Teilungsstellen besteht nicht. Da nun aber immer wieder die absteigenden Kanälchen an der Peripherie in die Sammelkanälchen einmünden, so müssen sie von neuem mit diesen peripheren Teilen in Verbindung treten. Dieses kommt nun so zustande, dass von dem peripheren aufgeschwollenen Ende des Sammelkanälchens ein frischer Ast gegen das abgetrennte absteigende Kanälchen wächst. Macht man nun an injicierten Nieren dicke zur Oberfläche tangentielle Schnitte, so findet man alle jene Bilder, welche mit diesem Abtrennen, sowie mit dem neuen Verbinden zusammenhängen. An solchen Schnitten kann man sicher sein, dass an dieser fraglichen Stelle nichts abgeschnitten wurde. Da aber von der bogenförmigen Erweiterung, welche mit zylindrischem Epithel ausgekleidet ist, immer wieder zwei weitere Äste abgegeben

werden (vergleiche Textfig. 28), so muss bei der Beobachtung von zwei homologen Anschwellungen der letzten und auch älterer Äste immer das absteigende Kanälchen des einen Astes schwächer sein, als des entsprechenden anderen. Das ist auch immer der Fall. Kommt es nun bei der Entwickelung so weit, dass die Verhältnisse annähernd den definitiven Charakter erreicht haben, so sprossen von diesen bogenförmigen Erweiterungen einzelne Äste gegen die Peripherie ab. Sehr gute Dienste leistet dann ein stereoskopisches Mikroskop, besonders wenn man durch Verstellen des Spiegels das Licht von verschiedenen Seiten einfallen lässt und so die gefüllten Kanälchen analysiert. An solchen injicierten Präparaten finde ich auch, dass die Kanälchen blinde Seitenäste abgeben.

Hamburger zeichnet Schemata der Verbindung der gewundenen Kanälchen mit den Sammelkanälchen beim Rind, der Maus, der Ratte und beim Schwein. Diese Schemata zeigen, dass Verschiedenheiten bestehen nicht nur zwischen der zusammengesetzten Niere des Schweines und den einfachen Nieren, sondern auch zwischen dieser und jener des Rindes, welche auch zusammengesetzt ist. Ich will nur noch kurz hier anführen, dass sich auch die zusammengesetzte Niere des Menschen im grossen anders verhält als jene des Schweines, soweit ich es untersuchen konnte. Die Art und Weise der Entwickelung der Kanälchen, wie ich sie hier vom Schweine nach Injektionspräparaten abgebildet habe, finde ich auch beim Kaninchen: auch hier sieht man diese an der Oberfläche der Niere umbiegenden Sammelkanälchen in die absteigenden Kanälchen. Es bestehen somit höchst wahrscheinlich Verschiedenheiten in der Verästelung der Nierengangäste, aber die Entwickelung der Nierenkanälchen wird wohl die gleiche sein bis auf geringfügige Verschiedenheiten.

Jene Schemata, welche Haycraft*) zeichnet, entsprechen den Verhältnissen beim Ziesel, Schwein und Menschen nicht.

Vom Menschen konnte ich nur einige Stadien untersuchen. Bei einem Embryo von 1 *cm* Länge ist das blinde Ureterende schon von den Seiten abgeplattet und entsendet bereits zwei kurze Äste. Das Nierenblastema verhält sich wie beim Ziesel in dieser Entwickelungsperiode.

Bei einem Embryo von 1·5 *cm* sind die Ureteräste von den ersten angefangen bis zur dritten Teilung gediehen und das Nierenblastema macht den Anlauf zur Bildung von Zellgruppen gerade an den Endästen dieser dritten Teilung und zwar an jener Stelle, an welcher später die Kapsel gefunden wird. Es sind das Verhältnisse, welche fast ganz jenen beim Ziesel entsprechen.

Ein weiterer Embryo, den ich zu untersuchen die Gelegenheit hatte, war 2·7 *cm* lang. Bei diesem fand ich bereits die Kanälchen mit den Kapseln ziemlich weit entwickelt. Die meisten waren mit Sammelkanälchen

---

*) Haycraft: The Developm. of the Kidney in the Rabbit. Internation. Monatschr 1895.

verbunden, wiesen aber auch jene Verschiedenheiten auf, welche des näheren beim Ziesel besprochen worden sind. Ich will hier in den Textfiguren zwei solcher Kanälchen schildern. Das eine (Textfig. 29) steht zwar mit einem Sammelkanälchen in Verbindung, aber nur mittelst eines Zellstranges, in welchen sich kein Lumen verfolgen lässt. Das von der Kapsel ausgehende Kanälchen besitzt mehrfache blinde Aussackungen, und sein Epithel fängt an den Charakter des Stäbchenepithels zu zeigen. Nahe dem Anfange des Zellstranges geht von diesem Kanälchen ein ziemlich langes Kanälchen ab, welches mit einer Erweiterung blind endigt. Ähnlich verhält sich das zweite Kanälchen (Textfig. 30). Auch mit ihm ist ein weiteres Kanälchen in Verbindung, welches in zwei blinde Kanälchen übergeht. Die Verbindung mit dem Sammelkanälchen ist durch ein gemeinsames Kanälchen zustande gebracht, welches different von dem

Fig. 29.

Fig. 30.

Sammelkanälchen ist: es ist dieses ein Sammelkanälchen, welches von den Kanälchen selbst und nicht von den Nierengangästen den Ursprung genommen hat. Ob sich nun solche Sammelkanälchen erhalten, ist nicht möglich nachzuweisen, wahrscheinlicher ist es, dass sie noch manigfache Veränderungen durchmachen, bevor es zu definitiven Verhältnissen kommt.

Nebst allen diesen bei jüngeren menschlichen Embryonen vorkommenden Befunden sind bei einem Embryo von 3 *cm* Länge bereits zahlreiche Kapseln, deren Lumen erweitert erscheint. Verfolgt man die von solcher Kapsel ausgehenden Kanälchen, so zeigen sie jenes bei Ziesel beschriebene verschiedene Verhalten, immer sind sie aber ausser Kommunikation mit einem Sammelkanälchen. Ich will hier nicht weiter auf das Beschreiben der Vorgänge, welche zu dieser Lostrennung führen, eingehen, möchte aber nur noch darauf hindeuten, dass auch jüngere, d. h. jene nahe der Oberfläche der Niere gelegenen Kapseln mit Kanälchen lose angetroffen werden. Diese zeigen kein erweitertes Lumen und das Epithel in diesen Kanälchen hat auch noch nicht den Charakter des Stäbchenepithels angenommen. In jene Kanälchen, welche von den erweiterten Kapseln ausgehen, ist diese Differenzierung des Epithels schon weit vorgeschritten. Eine Anzahl von Kanälchen mit solchem differenzierten Epithel steht auch

mit den Sammelkanälchen in offener Verbindung. Ein solches Kanälchen ist in der Textfig. 31 beigelegt.

Nur noch ein Kanälchen möchte ich hier in der Textfig. 32 vorführen. Es ist das ein Kanälchen mit einem zum Teil differenzierten Epithel, welches mit einem Sammelkanälchen in Verbindung steht und zwar an einer Stelle, welche näher dem späteren Hilus der Niere gelegen ist, es tritt aber mit seinen Epithelien mit den Epithelien eines Sammelkanälchens in Verbindung und zwar mit einem Aste desselben Sammelkanälchens, mit dem es noch in offener Verbindung steht. Dieser Ast ist der Oberfläche der Niere näher gelegen, als jene Stelle ist, an welcher noch die offene Kommunikation besteht. An dieser Stelle ist

Fig 31. Fig 32. Fig. 33.

das Kanälchen verjüngt. Es macht den Eindruck, als ob es sich hier um die Bildung einer neuen Verbindung handeln würde, welche weiter kortikal gelegen ist.

Bei diesem Embryo fand ich auch, dass von dem an der Oberfläche der Niere im Nierenblastema gelegenen Ende eines Sammelkanälchens ein selbständiges Kanälchen den Ursprung nimmt und leicht spiralig gewunden gegen den Hilus der Niere eine Strecke weit verläuft. Aus derselben Zellmasse nahm dicht diesem Kanälchen anliegend eine junge Kapsel den Ursprung. Die Kapsel steht mit dem einen, das Kanälchen mit dem anderen Aste eines dichotomisch geteilten Sammelkanälchens in Verbindung. Dieses Kanälchen erinnert an die mittelst Injektion bei zwar weit älteren Schweinsembryonen erhaltenen Bilder. An dieses Verhalten anknüpfend finde ich bei einem Embryo von 3·7 *cm* (Textfig. 33) zwei Kapseln, von jeder geht ein breites Kanälchen ab mit gut charakterisiertem Stäbchenepithel. Beide Kanälchen vereinigen sich zu einem schmächtigeren Kanälchen. Dieses geht nun mit einem Sammelkanälchen eine Verbindung ein, entsendet aber noch einen in sich zurücklaufenden Schenkel. In der-

selben Niere und zwar ganz in der Nachbarschaft liegt ein Glomerulus von dessen Kapsel ebenfalls ein breites Kanälchen mit Stäbchenepithel, abgeht. Dasselbe wird in einer Entfernung dünn und endet blind bei einem Sammelkanälchen, nachdem es zuvor noch eine Aussackung abgegeben hat. Solche Kapseln mit blind endigenden Kanälchen sind ziemlich reichlich mit verschiedenen jenen Variationen, welche bereits früher beim

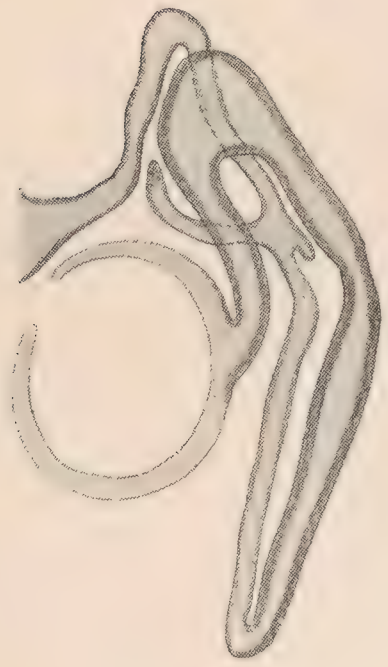


Fig. 34.

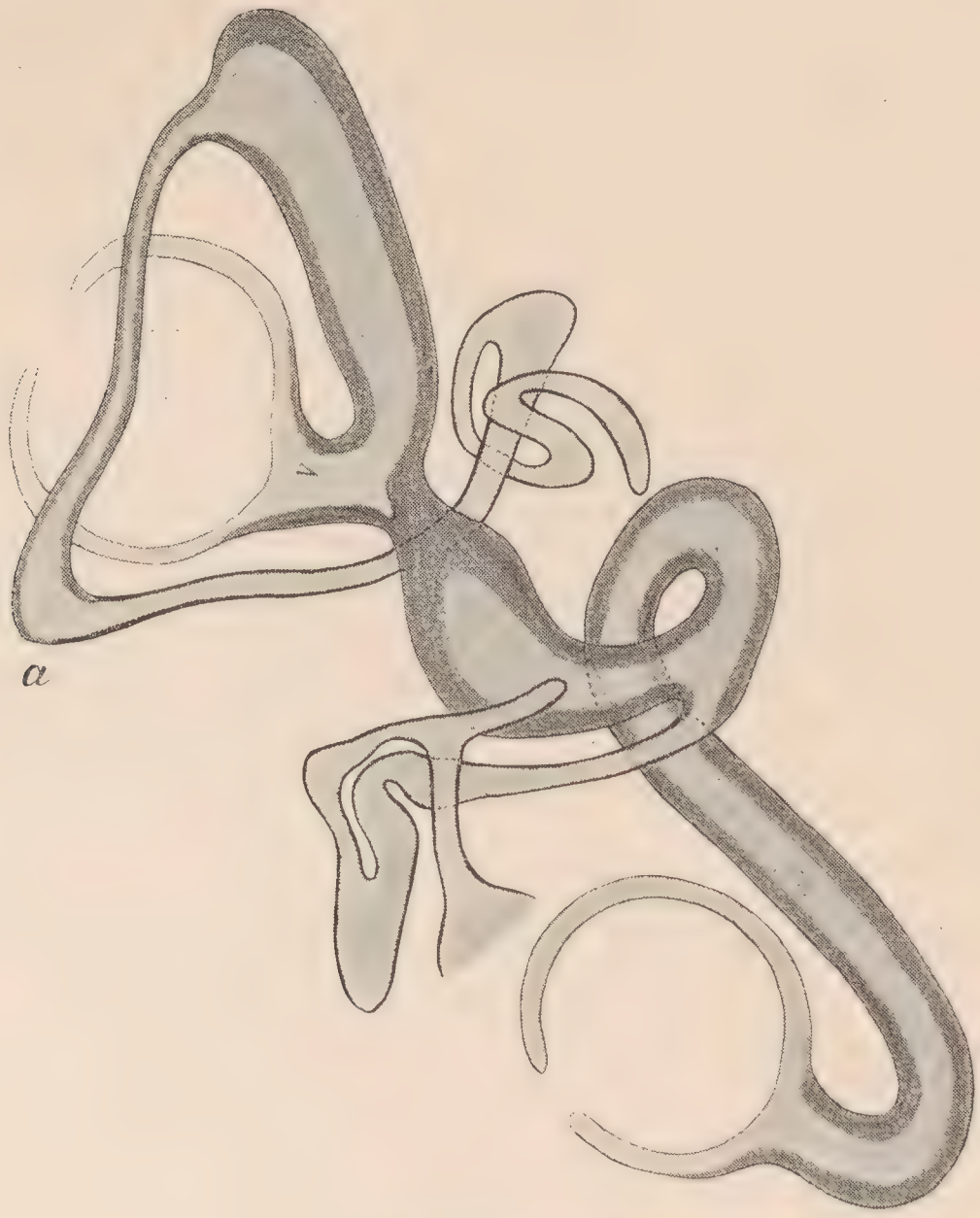


Fig. 35.

Ziesel angeführt wurden. Es sind hier auch Kapseln, deren Kanälchen sich in ein Sammelröhrchen öffnen, nachdem sie einige Windungen durchgemacht haben. In der Textfig. 34 ist ein solches Kanälchen abgebildet, an welchem man ganz deutlich eine Henle'sche Schleife demonstrieren könnte und zwar im Sinne Stoerk's: Der breite absteigende Schenkel hat ein hohes Stäbchenepithel, welches nahe der Schleifenbiegung in ein niedriges kubisches Epithel übergeht, welches den aufsteigenden, dünneren Ast auskleidet. Aus der Erfahrung beim Ziesel und Schwein, sowie durch Befunde bei weit älteren Embryonen des Menschen belehrt, halte ich diese Bildung doch nicht für eine Henle'sche Schleife.

Nun will ich nur noch eine der Konstruktion von der Niere eines Embryo aus dem fünften Monate abbilden (Textfig. 35), um zu zeigen, dass noch in diesen, so weit in der Entwickelung vorgeschrittenen Stadien Verhältnisse vorkommen, welche jenen der jüngeren Stadien ganz gleichen. Es ist hier sicher zweierlei möglich: entweder war hier eine Kapsel gebildet worden, bei welcher dicht beim Ausgange des Kanälchens ein

anderes Kanälchen abging (was ziemlich häufig zu finden ist), welches sich mit einem anderen Kanälchen verbundet hat. Nachdem nun diese Verbindung zustande kam, fing es an sich von dem ursprünglichen Kanälchen loszulösen. Darauf möchte noch das hindeuten, dass sich das Lumen der Kapsel 1 in diese Verbindung beider Kanälchen hinein erstreckt. Zweitens kann man daran denken, dass wir hier keine Trennung, sondern eine Verschmelzung von Kanälchen vor den Augen haben. Das weitere Verhalten dieser beiden Kapseln und ihrer Kanälchen sind leicht aus der Skizze herauszulesen, nur möchte ich noch darauf aufmerksam machen, dass man bei *a* wieder eine Henle'sche Schleife vor sich zu haben glauben könnte.

Vereinzelte nicht auf ganze Entwickelungsserien sich erstreckenden Untersuchungen habe ich noch an Embryonen vom Hund, Kaninchen und Fledermaus die Gelegenheit gehabt zu machen. Ich finde bei allen diesen Tieren im Principe dasselbe.

Wie nun aus diesen kurz mitgeteilten Befunden zu sehen ist, sind die Verhältnisse der Bildung der Nierenkanälchen höchst kompliziert und wollte ich hier in Kürze ein Schema des ganzen Vorganges skizzieren, so müsste so manches wegbleiben, was vielleicht auch von Wichtigkeit ist. Ich will aber doch in aller Kürze, soweit es möglich ist, eine Skizze folgen lassen.

Als so ziemlich allgemein gültig kann ich folgenden Gang der Entwickelung der Nierenkanälchen anführen:

1. In dem Nierenblastema entstehen zunächst Zellgruppen und dann Zellbläschen, welche in Bowman'sche Kapseln auswachsen. Sie treten dann bald durch eine oder zwei Reihen von Zellen mit den Epithelien des Endes eines Nierengangastes in Verbindung. In dieser Verbindung kommt es dann gewöhnlich, aber nicht immer zur Bildung eines Lumens.

2. Bei dem weiteren Wachstum werden immer wieder auf diese Art neue Kapseln und Kanälchen gebildet.

3. Die Kanälchen machen immer ihre erste Schlinge in den Hilus der Kapsel und bleiben noch in diesem Stadium der Entwickelung mit dem Sammelkanälchen in Verbindung mit oder ohne Lumen.

4. Sehr zeitig findet man, dass von dem Kanälchen verschiedene blinde Ausläufer entspringen. Solche können auch von der Kapsel den Ursprung nehmen und werden in diesem Falle, nachdem sich die Kapsel von dem ursprünglichen Kanälchen losgetrennt hat, zu eigentlichen dauernden Kanälchen der betreffenden Kapsel.

5. Später kommt es dazu, dass sich die Kapseln und Kanälchen von der Verbindung mit den Sammelkanälchen lostrennen. Dieses fällt zumeist in die Zeit der Differenzierung des Epithels in dem der Kapsel näher gelegenen Abschnitte der Kanälchen in Stäbchenepithel.

6. Einige der Kapseln bleiben noch in diesem Stadium mit dem Lumen der Sammelkanälchen in Verbindung.

7. Die abgeschnürten Kapseln mit ihren Kanälchen erscheinen, wenn sie bereits eine Differenzierung des Epithels aufweisen, weit ausgedehnt, was man auf die Sekretbildung der Epithelien derselben zurückführen kann.

8. Das Abschnüren der Kapseln und Kanälchen unterliegt vielen Variationen: es kann sich nur die Kapsel lostrennen, oder es bleibt mit der Kapsel das ganze Kanälchen in Verbindung, oder es trennt sich die Kapsel nur mit einem Abschnitte des zugehörigen Kanälchens, von welchem ein Teil zunächst noch mit dem Sammelkanälchen in Verbindung bleibt. Es kann aber auch durch diesen Vorgang ein Teil des Kanälchens ohne eine Verbindung mit der Kapsel oder dem Sammelkanälchen angetroffen werden. Auch solche abgetrennte Kanälchenabschnitte können noch weiter wachsen.

9. Nun zeigt sich die Tendenz, dass die Kapseln immer wieder mit den mehr kortikal gelegenen Abschnitten der Sammelkanälchen in Verbindung treten. Das geht nun sehr verschieden vor sich. Es können längere Kanälchen gebildet werden, in welche die tiefer gelegenen Kapseln mit ihren Kanälchen später einmünden (vergleiche die Injektionen bei Schweinsembryonen und jenen höher beschriebenen Fall beim Menschen), oder es verbindet sich ein jedes Kanälchen selbständig auf eine Zeitlang mit einem näher der Oberfläche gelegenen Abschnitte des Sammelröhrchens, oder es können sich auch zwei (vielleicht auch mehr) Kanälchen zu einem gemeinschaftlichen Kanälchen verbinden, welches in das Sammelkanälchen einmündet und zwar immer am Ende eines Astes.

10. In einzelnen aber ziemlich häufigen Fällen, findet man auch zwei Kapseln untereinander verbunden und zwar so, dass sie direkt mit weitem Lumen in einander übergehen, oder dass sie einander nur anliegen und eigentlich nur durch Verschmelzung der Epithelien der äusseren Kapselwand mit einander zusammenhängen. In anderen Fällen schliesslich besteht eine Verbindung durch Kanälchen und zwar in sehr verschiedener Weise. Weil man diese Doppelkapseln auch bei ganz jungen sich erst bildenden Kapseln vorfindet, liegt es am nächsten anzunehmen, dass diese Doppelkapseln durch Teilung der Kapselanlage zu stande kommen. In weiter entwickelten Nieren sind sie immer seltener. Ihr Schicksal konnte nicht mit Sicherheit erkannt werden; die meisten solcher Doppelbläschen teilen sich in zwei selbständige Bläschen.

11. Die Bildung der Henle'schen Schleifen tritt erst sehr spät auf und man kann in ganz jungen Stadien, wie manche Forscher meinen, keine der Schlingen als Henle'sche Schleife ansprechen, auch dann nicht immer, wenn eine Differenz des Epithels in beiden Schenkeln einer Schlinge zu finden ist; denn die Vorgänge der Bildung der Nierenkanälchen sind so kompliziert, dass man immer an modifizierende Momente denken muss.

12. Es gibt grobe Differenzen in der Entwickelung der Niere bei verschiedenen Sängern, besonders zwischen den einfachen und zusammengesetzten Nieren, besonders was die grobe Verteilung der Nierengangäste anbelangt; die Bildung der eigentlichen Nierenkanälchen scheint überall dieselbe zu sein.

13. An ein Zugrundegehen der Kanälchen und Kapseln, etwa in dem Sinne von Emery kann kaum gedacht werden.

Da die hier angeführten Befunde von einer hohen Bedeutung für die pathologische Anatomie sind, ist es einleuchtend, dass es nicht nötig ist darauf näher hier einzugehen.

Tafel-Erklärung.

Fig. 1. Es erscheinen die ersten Zellgruppen in dem Nierenblastema bereits zu Bläschen umgewandelt. Zieselembryo von $9^1/_2$ *mm* Länge.

Fig. 2. Die Zellgruppen findet man sehr bald in Verbindung mit dem Epithel der Nierengangäste.

Fig. 3—5 sind drei hintereinander gelegene Schnitte von einem Schweinsembryo von 15 *mm* Länge. Man bemerkt die besondere Anordnung der Zellen (*a*) und auch eine Verbindung mit dem Epithel des Nierengangastes (*b*).

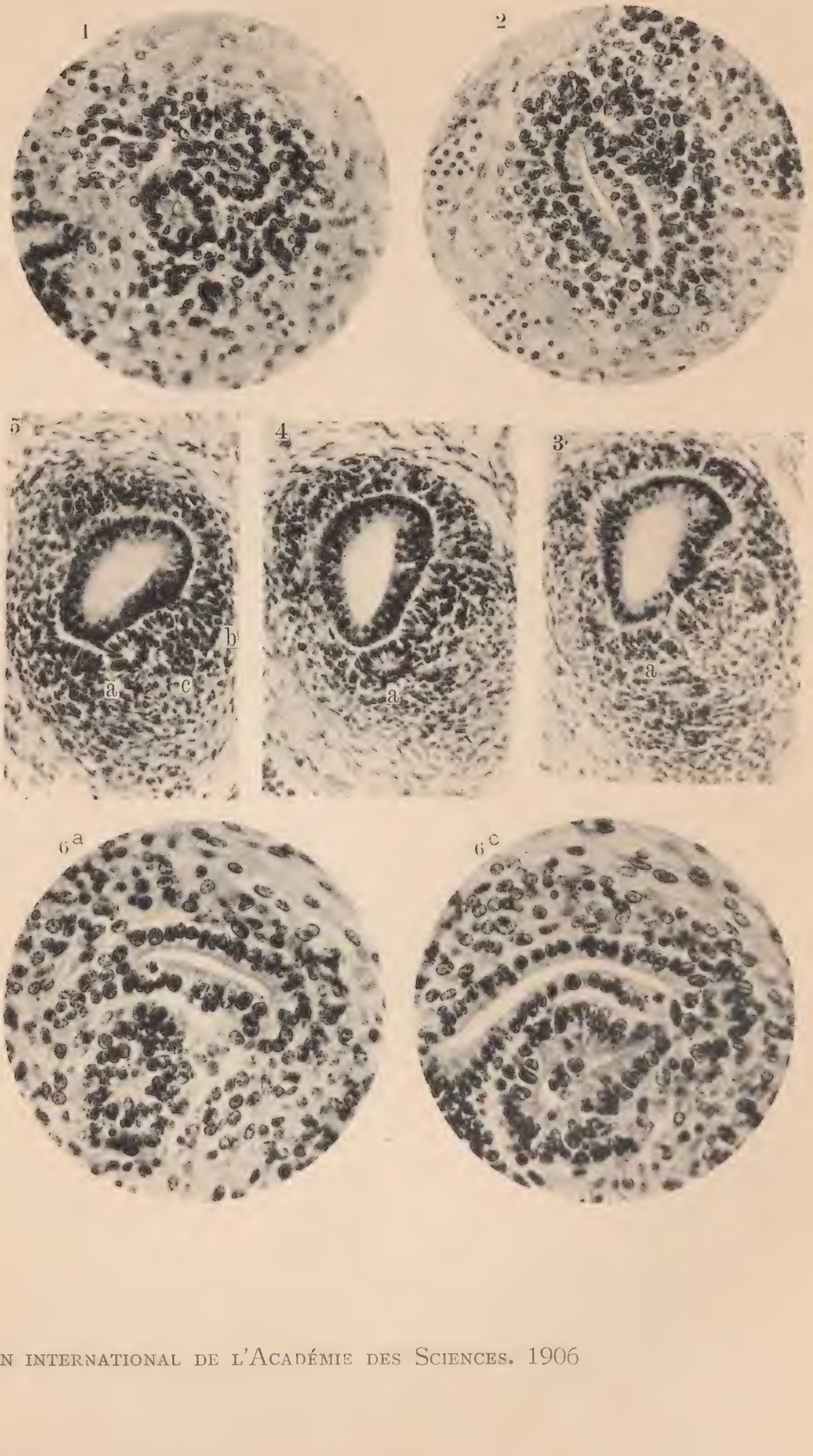
Fig. 6 *a*, *b*, *c* sind drei hintereinander folgende Schnitte von einem Zieselembryo von 11 *mm* Länge. Das Bläschen hat sich bereits durch zwei Reihen von Zellen mit dem Epithel des Nierengangastes in Verbindung gesetzt, es besteht aber keine Verbindung der Lumina.

Fig. 7. Ein Schnitt durch ein Bläschen von einem Zieselembryo von 15 *mm* Länge gerade an jener Stelle, an welcher ein Kanälchen abgeht.

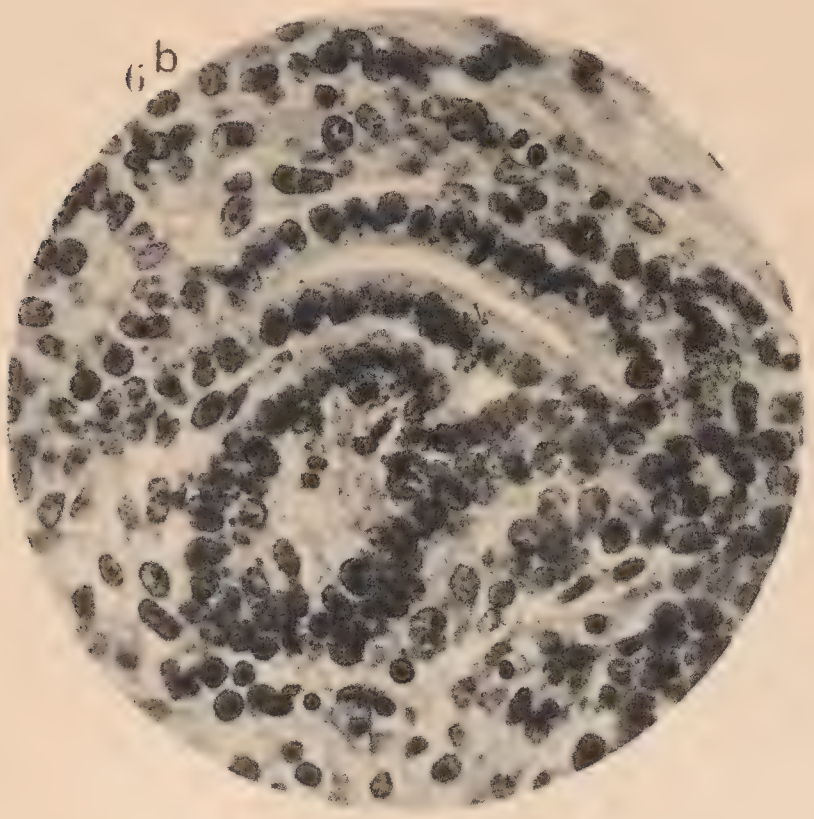
Fig. 8—10. Drei aufeinander folgende Schnitte, an denen ein junges mit dem Nierengangaste in Verbindung stehendes Bläschen bei *a* ein neues Kanälchen sprossen lässt. Derselbe Embryo.

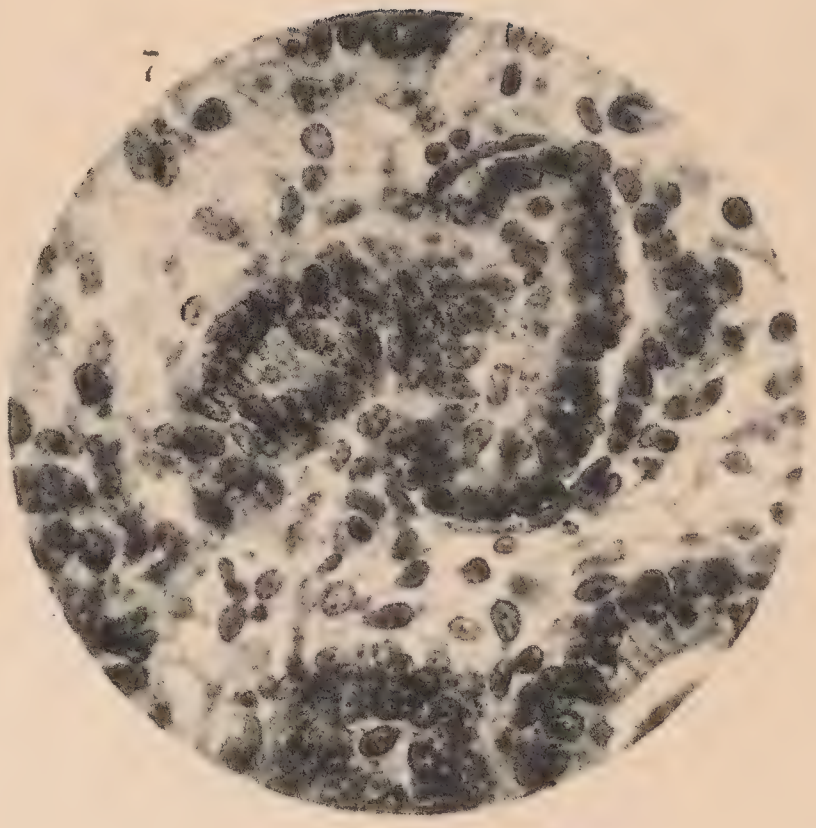
Fig. 11. Eine Kapsel von einem Zieselembryo von 21 *mm* Länge, von der sich das Kanälchen losgetrennt hat. Es teilt sich bei der Kapsel in zwei kurze Äste, welche hier dicht dem Bläschen anliegend bei *a* vorgetroffen werden.

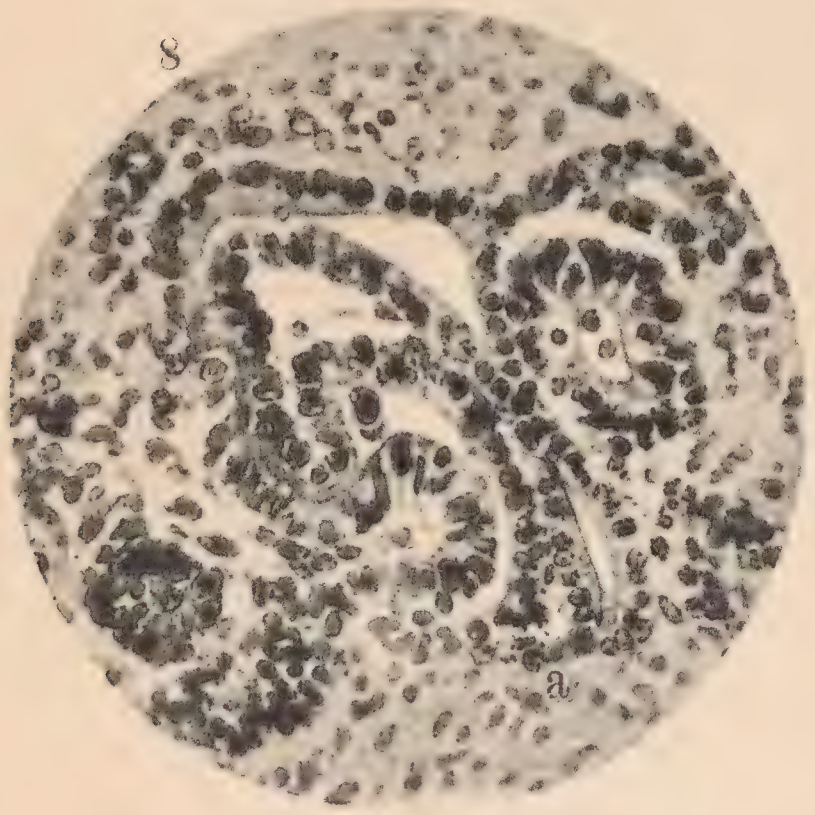
Das Verhältnis des Meta- und Mesonephros.

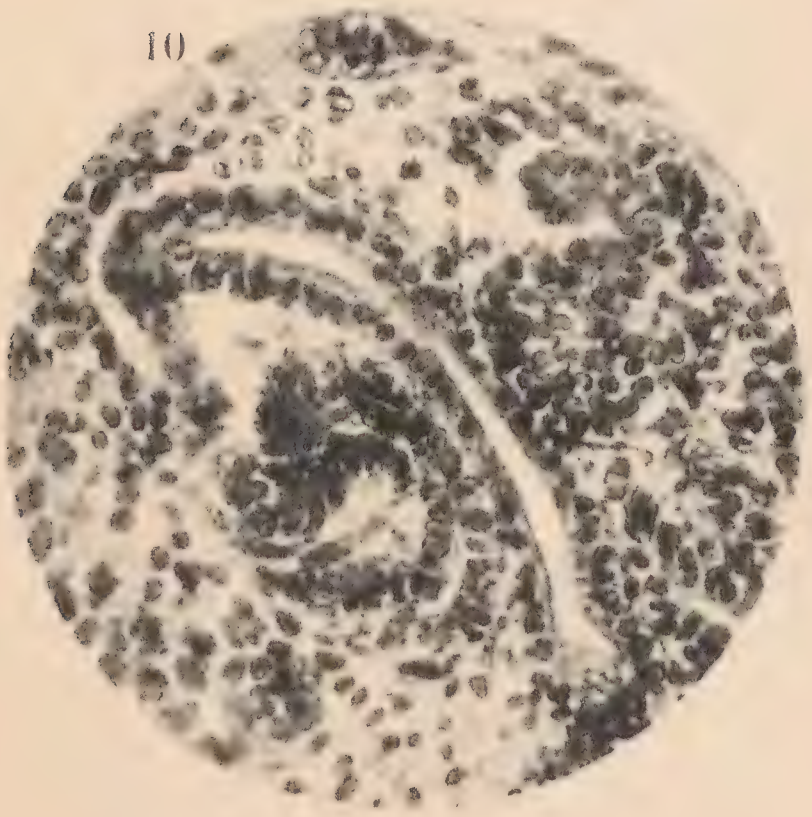


Das Verhältnis des Meta- und Mesonephros.









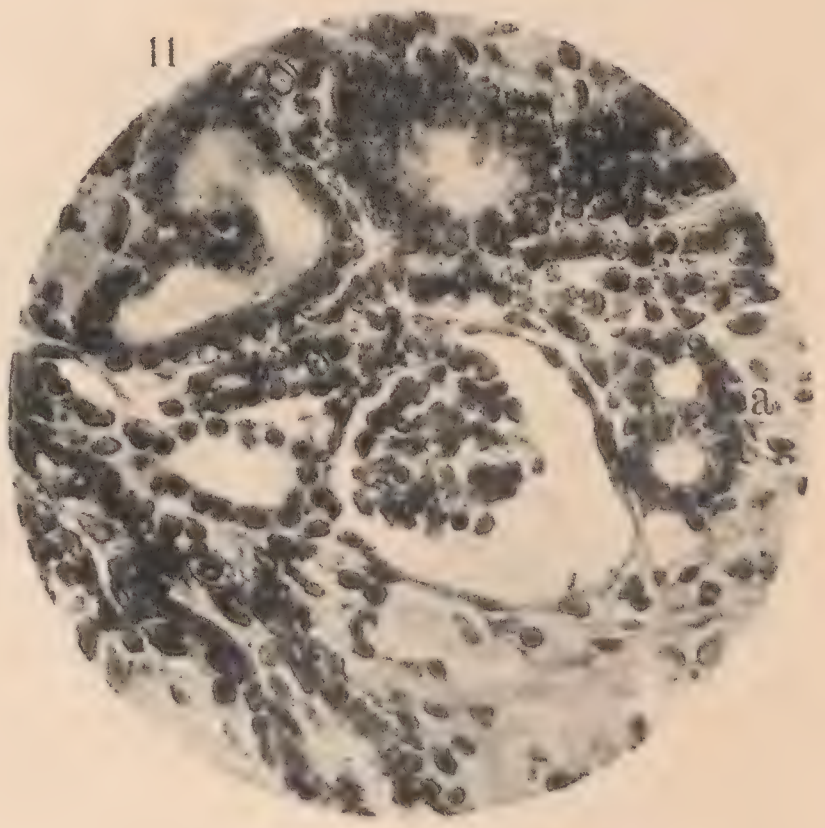


PLANCHE I.

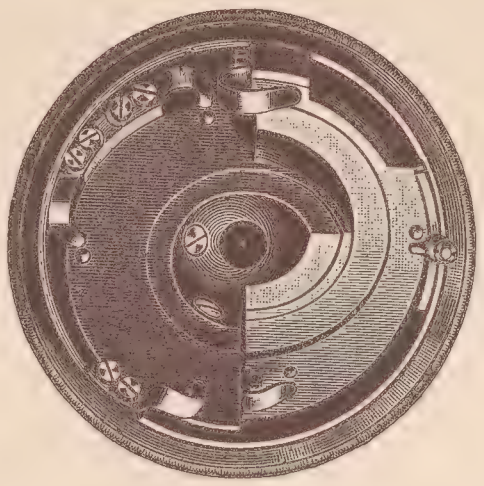


Fig. 3.

Fig. 2.

Fig. 4.

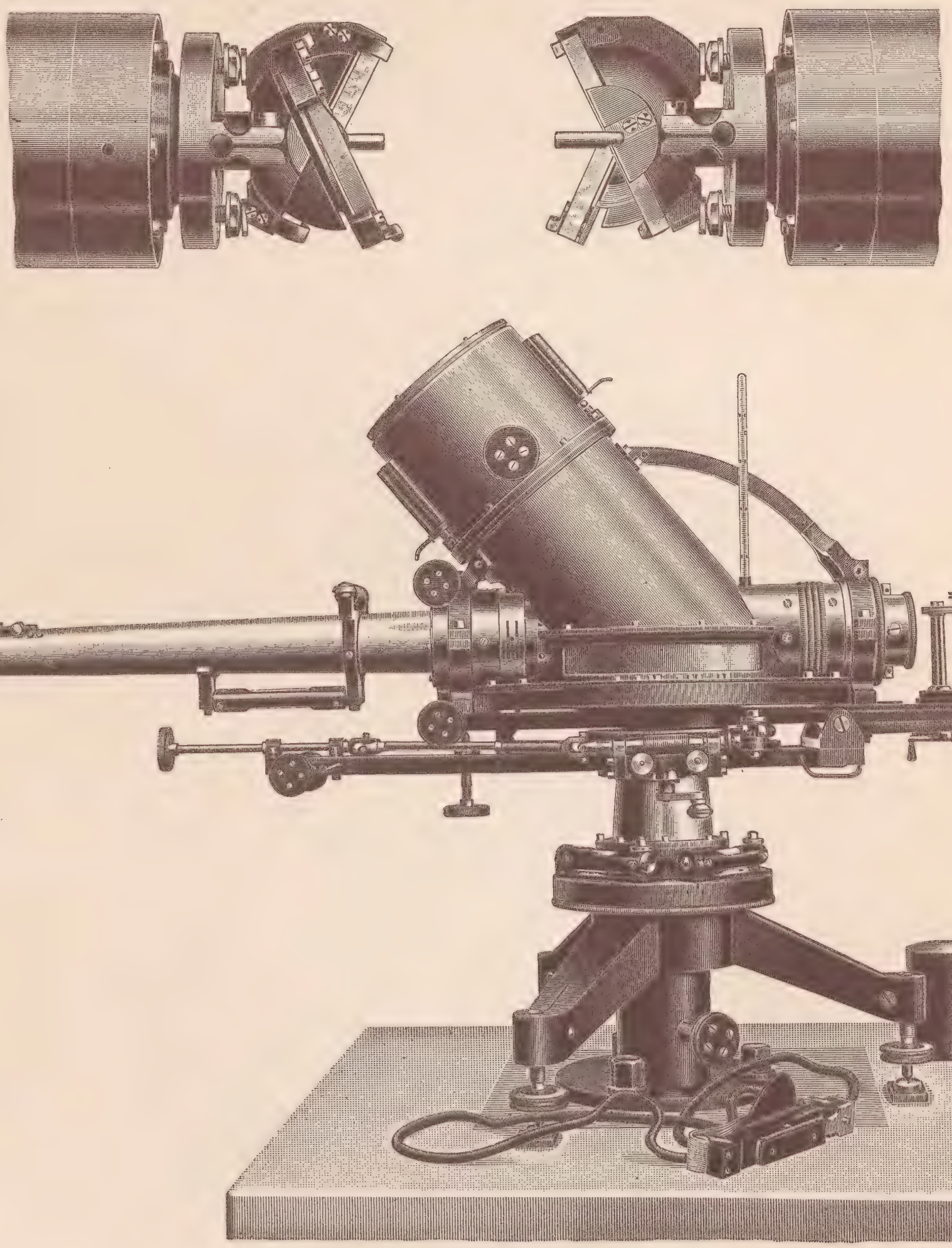


Fig. 1.

Le Circumzénithal 1905.

Deuxième étude sur l'appareil circumzénithal.*)

Par

Fr. Nušl et **Josef Jan Frič.**

Présenté le 22 Juin 1906.

INTRODUCTION.

Cette deuxième étude sur le circumzénithal forme la continuation directe de »l'Etude 1903«**) dont elle est aussi la conséquence. Dans le dernier chapitre de la dite Etude se trouve le projet d'un nouvel appareil plus grand, fait d'après les expériences des années 1901—2. Mais la construction de cet appareil ayant été impossible pour le moment, nous nous sommes décidés d'exécuter encore sur notre ancien instrument les plus importantes modifications décrites au lieu cité.

Renvoyant en tout ce qui concerne la construction de notre appareil et le procédé mathématique en général à l'Etude 1903 nous présentons cette fois la description des modifications de construction et de calcul puis les résultats de nos observations faites à Ondřejov de juin à septembre 1905, au même lieu et avec le même équipement que les années précédentes. Seul le chronographe à aiguilles de Fuess a été remplacé par un autre enregistreur à encre construit par Peyer, Favarger & C^{ie} (successeurs de M. Hipp) à Neuchâtel.

Outre la bienveillance de nos anciens amis nous aimons à nous rappeler en première ligne de la collaboration fidèle de notre collègue

---

*) Le mémoire original se trouve dans les: »Rozpravy« de l'Académie de Sciences de Bohême, Année XV. Classe II. No. 33. sous le titre: »*Druhá studie o circumzenitálu*«.

**) »*Etude sur l'appareil circumzénithal*« Prague 1903. Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême.

Mr. le prof. Dr. B. Mašek, nous le remercions pour l'aide diligente qu'il a prêtée chaque année à nos calculs et à nos observations.

L'achat des pièces d'optique qui nous ont été fournies en parfaite précision par les maisons C. Zeiss à Jena et G. & S. Merz à Munich nous a été rendu possible par le subside de 200 $ reçu de l' »*Elizabeth Thompson Science Fund*« à Boston (Grant No 122).

LA CONSTRUCTION DE L'APPAREIL CIRCUMZÉNITHAL MODÈLE 1905.

La partie optique de l'appareil 1901—1902 a été modifiée et complétée de quatre manières: le prisme devant l'objectif a été remplacé par une paire de miroirs croisés; selon les besoins un prisme achromatique reversible a été interposé dans le cours des rayons incidents déviés ainsi d'un petit angle; les verres prismatiques entre l'objectif et les miroirs croisés ont été remplacés par d'autres ayant un autre angle réfringent; l'objectif a été diaphragmé par une ouverture carrée. Par conséquent plusieurs parties mécaniques de l'appareil ont été modifiées ce qui a influencé aussi son extérieur représenté par la fig. 1. (Planche I.)

Voici l'exposition et la description détaillée de ces modifications: Dans le chapitre de notre Etude 1903 intitulé »Explication des anomalies de hauteur« (pages 51—56) nous avons cherché la cause de ces anomalies dans la circonstance que la division du faisceau de rayons par l'arête horizontale du prisme produit des erreurs, dans la détermination du temps des passages, dans tous les cas où la distance change entre le plan d'accomodation et le plan focal de l'objectif.

Voici les termes pris du chapitre suivant et intitulé »Nouveau projet de l'appareil circumzénithal« (pages 57—61) par lesquels nous avons proposé l'emploi des *miroirs croisés* à la place du prisme: »Si la division originale des faisceaux pouvait être symétrique au *plan vertical*, le plan focal de l'oculaire serait intersecté au moment du passage de l'étoile par la hauteur $180 - \alpha$ de même qu' auparavant en deux points, mais ces deux points se trouveraient sur la même horizontale; ce moment de la *hauteur égale* . . . ne changerait alors par aucun déplacement du plan d'accomodation de l'oeil, la hauteur d'observation serait constante et elle dépendrait exclusivement de l'angle du prisme. . . . Il ne s'agit alors que de diviser les faisceaux parallèles symétriquement au plan vertical. Nous atteindrons ce but en remplaçant le prisme par deux miroirs croisés de telle sorte que leur ligne d'intersection soit horizontale et prenne la même position qu' avait l'arête du prisme«.

La fixation des miroirs en forme de demi-disques croisés sous un angle donné a naturellement exigé une monture spéciale dont la con-

struction a été rendue un peu difficile par les dimensions serrées du tube où se trouvait antérieurement le prisme.

Deux sortes de corrections ont été nécessaires: l'une changeant directement l'angle des miroirs, l'autre corrigeant la direction de la ligne commune à leurs surfaces (la ligne d'intersection de leurs plans).

Les figures 2, 3 et 4 sur la planche I représentant les vues de côté et de face donnent l'idée de cet arrangement.

Pour qu'il soit possible de réaliser ces corrections dans un espace tellement limité sans altérer la solidité de la pièce entière, nous avons employé des secteurs sphériques diversement formés, mais précisément concentriques en forme de coquilles taillées l'une dans l'autre. Pour rendre leur forme évidente, les miroirs qui les recouvrent sont supprimés dans la fig. 2. Les fig. 3 et 4 les représentent dans la position qu'ils ont dans l'appareil prêt à l'observation.

Les corrections toutes deux dans les deux sens, peuvent être effectuées sur chaque miroir avec la seule différence, que l'un (fig. 2 en gauche; fig. 3 en avant) permet les corrections plus grossières par tâtonnement, l'autre (fig. 2 en droite; fig. 4 en avant) les mêmes corrections mais micrométriquement fines. Celles-ci s'effectuent dans le plan vertical (changement direct de l'angle) à l'aide des vis de pression visibles en haut et en bas dans les fig. 3 et 4 — et dans le plan horizontal (pour corriger la direction de la ligne d'intersection) par le serrement des coussinets élastiques formés en Y, sur lesquels reposent les secteurs cylindriques de l'axe horizontal et transversal (fig. 3 et 4).

Chacun des miroirs plans en verre argentés en dessus reposaient sur trois petites demi-boules en plomb solidement fixées sur lesquelles ils étaient pressés directement à l'aide de faibles ressorts.

Le *prisme achromatique reversible* a été employé dans le but de pouvoir répéter le passage de la même étoile ce que nous avons expliqué dans l'Etude 1903 page 60 par les lignes suivantes:

»Avant que les rayons ne se réfléchissent sur les miroirs croisés ils traversent le verre plan et parallèle. Nous lui préposerons un prisme achromatisé avec petit angle réfringent. Suivant la position de ce verre prismatique, c'est-à-dire, si l'angle est tourné vers le haut ou vers le bas, l'observation d'une et même étoile passant par les cercles des hauteurs $V \pm v$ sera possible. En enlevant ce verre avant de lui avoir donné la deuxième position, on pourra observer la même étoile passant par le cercle moyen des hauteurs V«.

Les figures 5, 6 et 7 donnent l'idée du mode d'après lequel la solution de ce problème a été réalisée.

Au lieu d'ôter complètement le prisme achromatique en observant les passages à la hauteur normale, nous l'avons placé longitudinalement dans le faisceau des rayons incidents comme le représente la fig. 6, car à une certaine hauteur du bain de mercure le prisme situé ainsi n'obscurcit

pas les miroirs. Le verre plan et parallèle couvrant l'ouverture du hau a été posé à l'extrémité du tube-support.

Cette tournure a rendu possible l'emploi d'un axe horizontal autour duquel le prisme peut être tourné de 180°. Les figures 5 et 7 représentent ses positions pour les observations des passages dans les hauteurs V$-v$ et V$+v$. Le cadre métallique portant le prisme est terminé d'un

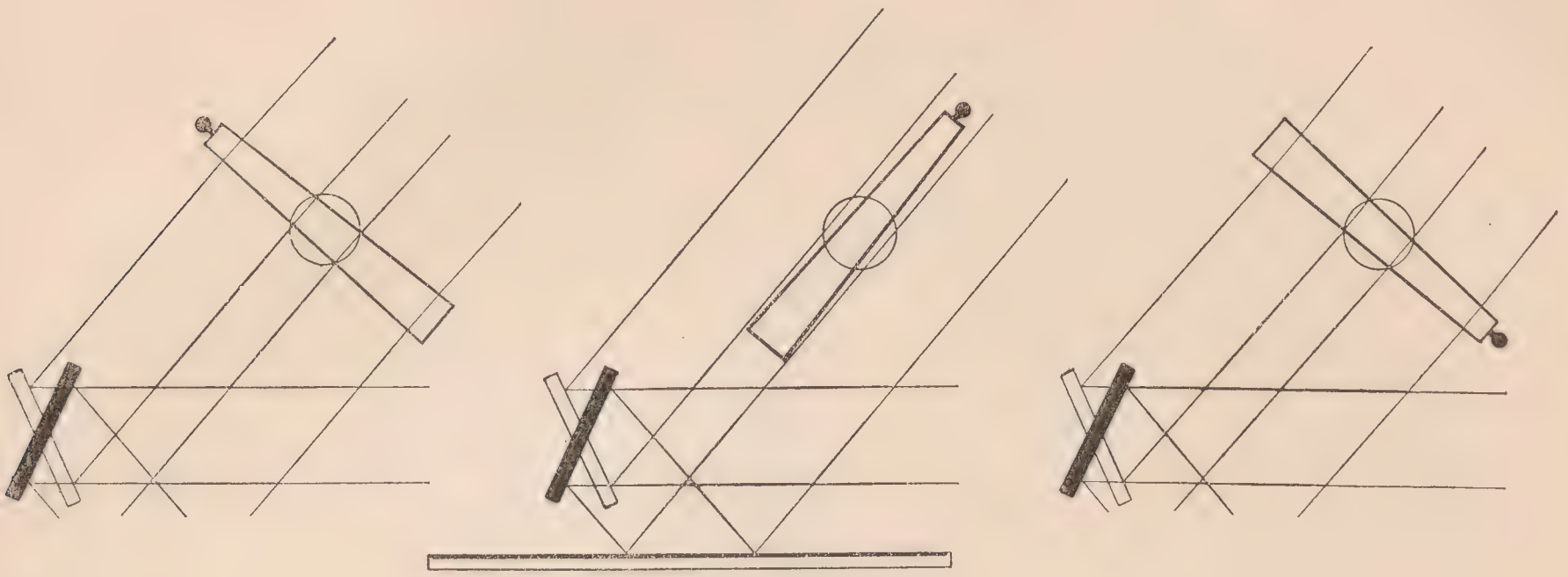


Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

côté par une petite boule, pressée par un ressort sur un appui métallique. Sa position longitudinale (fig. 6) pour le passage à la hauteur normale V est fixée par un crochet bien placé.

On suit pour les étoiles à l'orient et leurs passages aux hauteurs V$-v$, V et V$+v$ l'ordre représenté par les figures 5—6—7; pour les étoiles à l'occident l'observation aux hauteurs V$+v$, V et V$-v$ s'effectue dans l'ordre inverse 7—6—5.

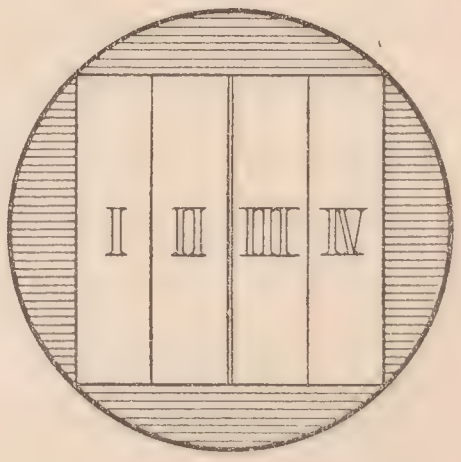


Fig. 8.

Nous nommerons »plus«, »normal«, »minus«, et désignerons par +, norm., —, les passages et les séries des passages des étoiles par les cercles de hauteur V$+v$, V et V$-v$.

Pour que l'observation complète de toutes les trois séries des passages des étoiles α Petite Ourse et γ Aigle ait été rendue possible, nous avons réduit la durée de ceux-ci par la division de l'image réfléchie simplement et de celle réfléchie doublement en deux parties écartés diversement l'une de l'autre. Par conséquent on n'a enregistré cette fois-ci que sept moments au lieu des treize d'auparavant; ce qui a eu encore l'avantage de conserver la clarté primitive des images divisées malgré l'objectif maintenant diaphragmé.

La figure 8 représente la vue à travers l'objectif couvert du *diaphragme carré* (l'oculaire étant écarté). Les champs I et II conduisent les rayons réfléchis directement par le miroir gauche. Ceux, qui tombent sur le bain de mercure et de là sur le miroir droit incliné en bas traversent les champs III et IV. Le champ I est couvert par un *verre*

prismatique le champs IV par l'autre. Celui-ci décline les rayons de 50″ celui-là de 90″.

Par cet arrangement les images de l'étoile se présentent en forme de traits horizontaux courts, égaux et minces et leur passage s'effectue semblablement à la fig. 9. Pendant tous les passages au cours de toute la durée de nos observations, nous avons considéré exclusivement le

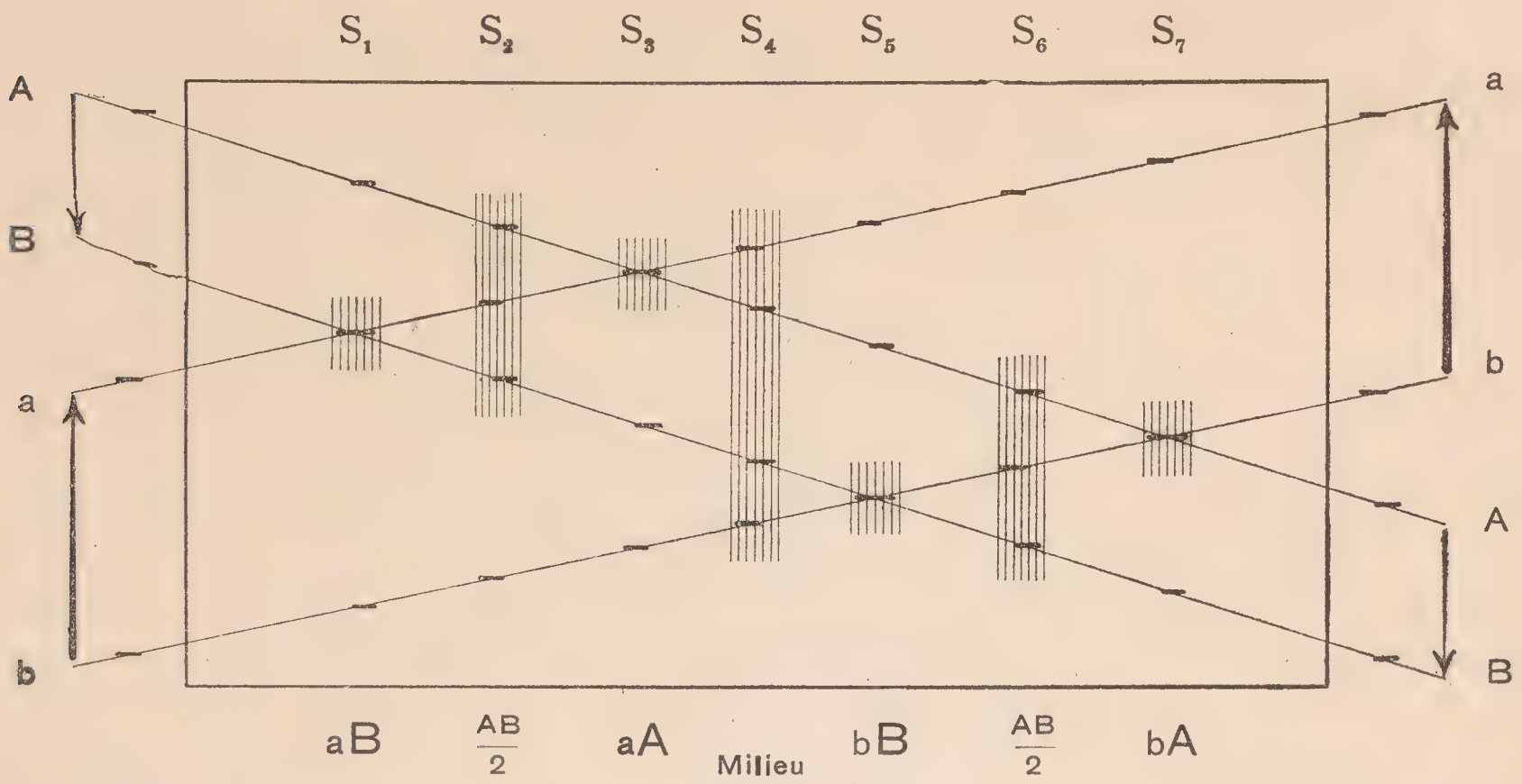


Fig. 9.

contact latéral des images d'étoiles allongées par diffraction et cela de manière à ce que les images réfléchies par la surface du mercure passent à la droite des images réfléchies simplement — ce qui est valable pour toutes les étoiles à l'orient et à l'occident.

Par un petit choc sur le pilier un groupe d'images tremble pendant un instant ce qui ne laisse aucun doute quelle est celle des images qui est réfléchie par la surface du mercure. Cette fois, naturellement, soit par cause de la division des images en groupes inégaux les composants d'une paire étant toujours écartés de 50″ et ceux de l'autre paire de 90″ une preuve pareille était superflue; les observations ont été faites sans exception de manière telle que pendant chaque passage la paire de 90″ se trouvait à gauche, celle de 50″ à droite.

LES ERREURS PERSONNELLES ET VRAISEMBLABLES.

La série de tous les moments de passage étant déterminée par la série de diverses positions relatives des images dédoublées et les évaluations concernant d'une part la coïncidence de deux traits S_1, S_3, S_5, S_7 d'autre part les positions symétriques de trois ou quatre traits S_2, S_6 et S_4 (voir fig. 9.), il est vraisemblable que l'observation renferme dans ces divers cas diverses erreurs personnelles causées non seulement par le groupement géométrique des traits, mais encore par le sens et la vitesse du mouvement. Il en suit, que même pour un seul observateur et pour le même groupement des lignes, les erreurs personnelles peuvent être diverses dans les azimuts divers et si cela est, la hauteur des étoiles au-dessus de l'horizon n'est pas exactement la même quand l'observateur vient enregistrer un certain groupement géométrique des traits. Les résultats déduits alors des observations, en supposant une hauteur constante, différeront des valeurs absolues par des petites quantités de l'ordre des différences des erreurs personnelles de hauteur correspondant aux divers azimuts.

Dans ce sens nous avons examiné les dates des passages des étoiles méridiennes et horaires enregistrés exclusivement *par un seul observateur.*

Des six moments, symétriques par rapport au moment central, on a calculé la moyenne, puis, on l'a corrigée chez les étoiles méridiennes par rapport au changement de hauteur disproportionné au temps, comme il a été exposé dans l'Etude 1903 page 12 par les équations

$$\begin{aligned} t_{\text{I}} &= f(\text{V} + \Delta\text{V}) = t - \Delta - \Delta \\ t_{\text{II}} &= f(\text{V} - \Delta\text{V}) = t + \bar{\Delta} - \bar{\bar{\Delta}} \end{aligned} \quad , \tag{40}$$

où la relation fondamentale

$$t = f(\text{V})$$

est donnée par l'équation

$$\sin \text{V} = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$$

et

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta \text{V}}{15 \cos\varphi \sin \text{A}} \tag{41}$$

$$\bar{\bar{\Delta}} = \frac{\Delta \text{V}^2 \sin 1''}{30 \cos^2\varphi} \frac{\dfrac{\operatorname{cotg} t}{\sin \text{A}} - \operatorname{tg} \text{V} \cos\varphi}{\sin \text{A}} \quad , \tag{42}$$

de sorte que

$$t = \tfrac{1}{2}(t_{\text{I}} + t_{\text{II}}) + \bar{\bar{\Delta}}$$

ou

$$\begin{aligned}(S)_1 &= \tfrac{1}{2}(S_1 + S_7) + \overline{\overline{\Delta}}_1 \\ (S)_2 &= \tfrac{1}{2}(S_2 + S_6) + \overline{\overline{\Delta}}_2 \\ (S)_3 &= \tfrac{1}{2}(S_3 + S_5) + \overline{\overline{\Delta}}_3\end{aligned} \qquad (43)$$

en désignant par S_1, S_7 ou S_2, S_6 ou S_3, S_5 les moments observés correspondant aux t_I , t_{II} et par $(S)_1$ ou $(S)_2$ ou $(S)_3$ les moments déduits de ceux-ci et correspondant aux t .

Le moment moyen du passage est donné par l'équation

$$S = \tfrac{1}{3}\left[(S)_1 + (S)_2 + (S)_3\right] \qquad (44)$$

ou d'après le deuxième mode de réduction (Etude 1903 p. 15)

$$S = \tfrac{1}{3}\,\Sigma\,\tfrac{1}{2}(S_I + S_{II}) + \tfrac{1}{3}\,\Sigma\,\overline{\overline{\Delta}}_n \qquad (45)$$

où S_I et S_{II} désignent les moments symétriques.

Cette valeur a été corrigée encore par rapport au moment central S_4 d'après l'équation (Etude 1903 p. 16)

$$S^* = S + \frac{S_4 - S}{7} \quad . \qquad (46)$$

Les mêmes rapports ont lieu pour les étoiles horaires où cependant les petits termes de correction de deuxième ordre $\overline{\overline{\Delta}}$ peuvent être entièrement négligés. Puis, pour tous les passages observés régulièrement chaque jour, les espaces individuels $(S_n - S^*)$ ont été calculés et de ceux-ci les espaces moyens $[S_n - S^*]$.

Dans le cas où les observations ne comprendraient aucune erreur personnelle les espaces moyens $[S_n - S^*]$ correspondraient complètement à certains rapports simples résultant du groupement géométrique des traits. En désignant les espaces correspondant précisément à ces conditions comme espaces géométriquement déterminés, nous comprenons comme *erreur personnelle* la différence entre l'espace moyen $[S_n - S^*]$ (donné par l'observation) et l'espace géométriquement déterminé (géom.) dans le sens usuel

$$\text{Observation} = \text{Calcul} + \text{Erreur personnelle}$$

ou

$$[S_n - S^*] - (\text{géom.}) = \text{Erreur personnelle} \quad . \qquad (47)$$

La détermination de la grandeur absolue des erreurs personnelles d'après cette équation ne serait possible que si nous connaissions exactement les espaces géométriquement déterminés. Mais ce fait n'étant pas, nous nous sommes contentés de déterminer des erreurs personnelles relatives pour les bissections S_2, S_6 et pour le milieu S_4 par rapport au coïncidences S_1, S_7, S_3, S_5.

En désignant par S_c le moment du passage déterminé exclusivement par les coïncidences il résulte de l'équation (43)

$$S_c = \tfrac{1}{2}\left((S)_1 + (S)_3\right) = \tfrac{1}{4}(S_1 + S_7 + S_3 + S_5) + \tfrac{1}{2}(\overline{\overline{\Delta}}_1 + \overline{\overline{\Delta}}_3) \quad . \qquad (48)$$

En déduisant les erreurs personnelles relatives il faut trouver les espaces $[S_n - S_c]$ qui résulteront des espaces $[S_n - S^*]$ en retranchant la valeur $[S_c - S^*]$ qu'on calcule d'après la formule suivante résultant de l'équation (48)

$$[S_c - S^*] = \tfrac{1}{4}\left\{[S_1 - S^*] + [S_7 - S^*] + [S_3 - S^*] + [S_5 - S^*]\right\} + \tfrac{1}{2}(\overline{\overline{\Delta}}_1 + \overline{\overline{\Delta}}_3). \quad (49)$$

Comme contrôle on pourrait trouver les espaces individuels $(S_n - S_c)$ et en déduire les espaces moyens $[S_n - S_c]$ de même manière que les espaces moyens $[S_n - S^*]$ ont été déduits des espaces individuels $(S_n - S^*)$.

Les espaces géométriquement déterminés (géom.) résulteront des espaces moyens $[S_n - S^*]$ valables pour les coïncidences de α Petite Ourse comme dans l'Etude 1903 pp. 14 et 18.

Si en effet les distances des traits dans les images dédoublées des étoiles sont désignées par 4α et 4β en supposant $\alpha > \beta$ les changements de hauteur correspondant aux moments symétriques S_1, S_7 ; S_2, S_6; S_3, S_5 sont donnés par les équations

$$\begin{aligned} \pm \Delta V_1 &= \alpha + \beta \\ \pm \Delta V_2 &= \alpha \\ \pm \Delta V_3 &= \alpha - \beta \end{aligned} \quad (50)$$

et en trouvant les aide-valeurs

$$\begin{aligned} \overline{\Delta}_\alpha &= \frac{\alpha}{15 \cos\varphi \sin A} \\ \overline{\Delta}_\beta &= \frac{\beta}{15 \cos\varphi \sin A} \end{aligned} , \quad (51)$$

on a évidemment

$$\begin{aligned} \overline{\Delta}_1 &= \overline{\Delta}_\alpha + \overline{\Delta}_\beta \\ \overline{\Delta}_2 &= \overline{\Delta}_\alpha \\ \overline{\Delta}_3 &= \overline{\Delta}_\alpha - \overline{\Delta}_\beta \end{aligned} \quad (52)$$

et aux espaces moyens

$$[S_1 - S_c],\ [S_7 - S_c],\ [S_2 - S_c],\ [S_6 - S_c],\ [S_3 - S_c],\ [S_5 - S_c],\ [S_4 - S_c] \quad (53)$$

correspondent d'après l'équation (40) les espaces géométriquement déterminés

$$(-\overline{\Delta}_1 - \overline{\overline{\Delta}}_1),\ (+\overline{\Delta}_1 - \overline{\overline{\Delta}}_1),\ (-\overline{\Delta}_2 - \overline{\overline{\Delta}}_2),\ (+\overline{\Delta}_2 - \overline{\overline{\Delta}}_2),\ (-\overline{\Delta}_3 - \overline{\overline{\Delta}}_3),\ (+\overline{\Delta}_3 - \overline{\overline{\Delta}}_3),\ (0). \quad (54)$$

Ceux-ci, pour diverses étoiles, résultent des équations (52) et (42) en substituant pour $\overline{\Delta}_\alpha, \overline{\Delta}_\beta$ les valeurs

$$\begin{aligned} \overline{\Delta}_\alpha &= \overline{\Delta}_{\alpha o} \frac{\sin A_0}{\sin A} \\ \overline{\Delta}_\beta &= \overline{\Delta}_{\beta o} \frac{\sin A_0}{\sin A} \end{aligned} , \quad (55)$$

où A_0 désigne l'azimut du passage de α Petite Ourse et $\bar{\Delta}_{\alpha o}$, $\bar{\Delta}_{\beta o}$ les valeurs déduites des espaces moyens $[S_n - S^*]$ correspondant aux coïncidences de α Petite Ourse d'après les équations

$$\begin{aligned} [S_7 - S^*] - [S_1 - S^*] &= 2\,\bar{\Delta}_{\alpha o} + 2\,\bar{\Delta}_{\beta o} \\ [S_5 - S^*] - [S_3 - S^*] &= 2\,\bar{\Delta}_{\alpha o} - 2\,\bar{\Delta}_{\beta o} \,. \end{aligned} \tag{56}$$

Les différences des valeurs alignées en schéma (53) et (54) sont alors dans le sens de l'équation (47) les *erreurs personnelles relatives* cherchées, que nous nommerons simplement *erreurs personnelles* et que nous désignerons dans la suite par P^s_n, de sorte que

$$\begin{aligned} P^s_1 &= [S_1 - S_c] - (-\bar{\Delta}_1 - \bar{\bar{\Delta}}_1) \\ P_7 &= [S_7 - S_c] - (+\bar{\Delta}_1 - \bar{\bar{\Delta}}_1) \\ P_2 &= [S_2 - S_c] - (-\bar{\Delta}_2 - \bar{\bar{\Delta}}_2) \\ P_6 &= [S_6 - S_c] - (+\bar{\Delta}_2 - \bar{\bar{\Delta}}_2) \\ P_3 &= [S_3 - S_c] - (-\bar{\Delta}_3 - \bar{\bar{\Delta}}_3) \\ P_5 &= [S_5 - S_c] - (+\bar{\Delta}_3 - \bar{\bar{\Delta}}_3) \\ P_4 &= [S_4 - S_c] - (0) \qquad . \end{aligned} \tag{57}$$

Dans la table suivante se trouvent ces calculs faits pour la série normale des passages orientals de α Petite Ourse, γ Aigle et η Pégase. Les fractions des dernières décimales sont abrégées comme il suit:

0,75—1,24 = 1
1,25—1,74 = 1' etc.

Exemple du calcul des erreurs personnelles P^s_n:

(Observateur: Frič.)

Date 1905	α Petite Ourse (norm.) $(S_1 - S^*)$ s	$(S_7 - S^*)$ s	$(S_2 - S^*)$ s	$(S_6 - S^*)$ s	$(S_3 - S^*)$ s	$(S_5 - S^*)$ s	$(S_4 - S^*)$ s
VII. 26.	— 113,77	+ 114,62	— 72,65	+ 73,30	— 31,30	+ 31,52	— 1,64
28.	113,75	117 52	76,14	73,60	30,86	32,94	— 3,20
29.	113,26	117,74	75,35	73 03	33,69	32,38	— 0,74
31.	115,91	115,83	73,83	72,71	30,96	33,24	— 0,96
VIII. 3.	112,21	116,53	76,41	73,59	31,13	32,65	— 2,89
9.	114,95	115,47	74,03	70,70	29,51	33,45	— 1,03
13.	113,90	116,17	75,64	73,32	29,66	33,72	— 3,88
14.	115,74	116,50	76,02	73,24	29,54	34,09	— 2.40
16.	114,37	117,25	76,59	71,45	31,07	33 49	— 0,07
18.	113,17	116,89	75,33	74,25	32,11	32,61	— 3,01
27.	114,19	116 57	74,63	75,25	32,73	32,13	— 2,27
IX. 5.	112,55	117,44	76,50	71,74	30,66	33,14	— 2,50
$[S_n - S^*]$	— 113,98	+ 116,54	— 75,27	+ 73,02	— 31,11	+ 32,94	— 2,05
$[S_n - S_c]$	— 115,06	+ 115,46	— 76,35	+ 71,94	— 32,19	+ 31,86	— 3,13
(géom.)	— 115,23	+ 115,29	— 73,63	+ 73,65	— 32,02	+ 32,03	— 0,00
P^s_n	+ s 0,17	+ s 0,17	— s 2,72	— s 1,71	— s 0,17	— s 0,17	— s 3,13

*) **I γ Aigle** (norm.)

	s	s	s	s	s	s	s
VII. 26.	— 18,59	+ 19,55	— 12,61	+ 11,62	— 5,00	+ 5,24	+ 0,03
29.	18,78	19,44	12,55	11,78	4,94	5,17	+ 0,21
VIII. 3.	18,54	19,01	12,21	11,99	5,20	5,53	— 0,26
8.	18,47	19,39	12,58	11,93	5,06	5,16	— 0,03
9.	18,06	19,38	12,72	11,71	4,93	5,15	— 0,21
12.	18,46	19,16	12,29	11,56	5,38	6,15	— 0,42
15.	18,72	19,23	12,27	12,04	4,98	5,49	— 0,49
16.	18,59	19 05	12,26	11,40	4,96	5,80	— 0,14
18.	18.56	18,76	12,46	11,78	4,86	5,67	— 0,05
25.	18,08	18,74	12,78	11,64	4,58	5,63	— 0,27
27.	18,24	19,49	12,82	11,63	4,64	5,36	— 0,45
IX. 5.	18,80	19,28	12,59	11,55	5,23	5,77	+ 0,31
$[S_n - S^*]$	— 18,49	+ 19,21	— 12,51	+ 11,72	— 4,98	+ 5,51	— 0,13
$[S_n - S_c]$	— 18,74	+ 18,96	— 12,76	+ 11,47	— 5,23	+ 5,26	— 0,38
(géom.)	— 18,69	+ 18,89	— 11,96	+ 12,04	— 5,21	+ 5,23	0,00
	s	s	s	s	s	s	s
P_n^s	— 0,05	+ 0,07	— 0,80	— 0,57	— 0,02	+ 0,03	— 0.38

η **Pégase** (norm.)

	s	s	s	s	s	s	s
VII. 26.	— 3,77	+ 3,87	— 2,39	+ 2,27	— 1,07	+ 1,01	+ 0,04
29.	4,02·	3,90·	2,55·	2,50·	1,12·	1,17	+ 0,14·
VIII. 3.	3,75·	3,91·	2,56·	2,51·	1,14·	1,08·	— 0 02·
4.	3,81	3,87	2,46	2,42	0,98	0,98	0,00
8.	3,98	3,87	2,57	2,51	1,03	1,07	+ 0,11
9.	3,77	3,81	2,46	2,48	1,10	0,98	+ 0,07
12.	3,78	3,89	2,45	2,34	1,05	1,07	— 0,02
13.	3,84·	3,90·	2,46·	2,46·	1,14·	1,02·	+ 0,07·
14.	3,94·	3,85·	2,42·	2,39·	0,98·	0,99·	+ 0,09·
15.	3,82	3,94	2,52	2,58	1,29	1,08	— 0,02
16.	3,84	3,93	2,53	2,53	1,11	0,99	+ 0,03
18.	3,71	3,81	2,44	2,47	1,05	1,11	— 0,16
25.	3,80	3,93	2,62	2,59	1,08	1,04	— 0,05
27.	3,76	3,78	2,46	2,36	0,93	0,92	+ 0,09
IX. 5.	3.90	3,73	2,44	2,51	0,97	1,08	— 0,01
$[S_n - S^*]$	— 3,834	+ 3,868	— 2,490	+ 2,463	— 1,071	+ 1,041	+ 0,025
$[S_n - S_c]$	— 3,835	+ 3,867	— 2,491	+ 2,462	— 1,072	+ 1,040	+ 0,024
(géom.)	— 3,843	+ 3,843	— 2,455	+ 2,455	— 1,068	+ 1,068	0,000
	s	s	s	s	s	s	s
P_n^s	+ 0,008	+ 0,024	— 0,036	+ 0,007	— 0,004	— 0,028	+ 0,024

Un calcul pareil a été fait dans toutes les trois séries parallèles +, norm., —, pour les passages orientals de α Petite Ourse, γ Aigle et η Pégase, puis pour les passages occidentals de γ Aigle et δ Hercule. Voici la table des erreurs personnelles en résultant P_n exprimées en secondes de temps:

---

*) Les passages à l'orient sont désignés par I., ceux à l'occident par II.

Table des erreurs personnelles P^s_n

(Observateur: Frič.)

Passages orientals	**α Petite Ourse**			**I γ Aigle**			**η Pégase**		
Série	+	norm.	−	+	norm.	−	+	norm.	−
	s	s	s	s	s	s	s	s	s
P_1	+ 0,24	+ 0,17	− 0,03	− 0,14	− 0,05	− 0,08	+ 0,034	+ 0,008	− 0,005
P_7	+ 0,24	+ 0,17	− 0,02	− 2	+ 7	+ 11	+ 7	+ 24	+ 46
P_2	− 1,58	− 2,72	− 1,96	− 53	− 80	− 57	− 33	− 36	− 52
P_6	− 1,69	− 1,71	− 1,69	− 20	− 57	− 62	+ 17	+ 7	− 15
P_3	− 0,25	− 0,17	+ 0,03	0	− 2	+ 5	− 30	− 4	− 2
P_5	− 0,25	− 0,17	+ 0,03	+ 12	+ 3	− 9	− 9	− 28	− 40
P_4	− 4,35	− 3,13	− 2,78	− 38	− 38	− 34	+ 46	+ 24	+ 53

Passages occidentals	**II γ Aigle**			**δ Hercule**		
Série	+	norm.	−	+	norm.	−
	s	s	s	s	s	s
P_1^s	0,00	− 0,05	− 0,11	− 0,013	+ 0,053	+ 0,010
P_7	+ 17	− 2	+ 12	− 10	− 28	+ 18
P_2	+ 7	+ 21	+ 17	+ 38	+ 49	+ 30
P_6	+ 16	+ 38	+ 30	+ 62	+ 39	+ 30
P_3	+ 1	+ 7	+ 6	+ 34	− 35	− 16
P_5	− 18	+ 9	+ 8	+ 1	+ 9	− 43
P_4	− 4	− 5	− 12	+ 57	+ 72	+ 31

En calculant des erreurs personnelles P^s_n, exprimées en secondes de temps, les erreurs personnelles correspondantes de hauteur P''_n d'après la formule

$$\text{Hauteur observée} = \text{Hauteur calculée} + P''_n,$$

ou

$$P''_n = - P^s_n \, 15 \cos\varphi \sin A \quad ,$$

on obtient en secondes d'arc la table suivante:

Table des erreurs personnelles de hauteur P''_n.

Passages orientals	**α Petite Ourse**			**I γ Aigle**			**η Pégase**		
Série	+	norm.	−	+	norm.	−	+	norm.	−
P''_1	+ 0″,07	+ 0″,05	− 0″,01	− 0″,24	− 0″,10	− 0″,17	+ 0″,32	+ 0″,08	− 0″,05
P_7	+ 7	+ 5	− 1	− 3	+ 0,13	+ 0,51	+ 7	+ 23	+ 43
P_2	− 49	− 85	− 62	− 90	− 1,54	− 1,21	− 31	− 34	− 49
P_6	− 53	− 54	− 53	− 34	− 1,10	− 1,32	+ 16	+ 7	− 14
P_3	− 8	− 5	+ 1	0	− 0,04	+ 0,11	− 28	− 4	− 2
P_5	− 8	− 5	+ 1	+ 20	+ 0,06	− 0,19	− 8	− 26	− 38
P_4	− 1,35	− 98	− 87	− 65	− 0,73	− 0,72	+ 43	+ 23	+ 50
$\frac{1}{7}\Sigma P''_n$	− 0″,34	− 0″,34	− 0″,29	− 0″,28	− 0″,47	− 0″,43	+ 0″,04	0″,00	− 0″,02

Passages occidentals	II γ Aigle			δ Hercule		
Série	+	norm.	—	+	norm.	—
P_1''	− 0″,00	+ 0″,10	+ 0″,23	+ 0″,12	− 0″,47	− 0″,09
P_7	− 29	+ 4	− 26	+ 9	+ 25	− 16
P_2	− 12	− 40	− 36	− 34	− 43	− 27
P_6	− 27	− 73	− 64	− 55	− 35	− 27
P_3	− 2	− 13	− 13	− 30	+ 31	+ 14
P_5	+ 31	− 17	− 17	− 1	− 8	+ 38
P_4	+ 7	+ 10	+ 26	− 51	− 64	− 27
$\frac{1}{7}\Sigma P_n''$	+ 0″,05	− 0″,17	− 0″,15	+ 0″,21	− 0″,20	− 0″,08

Il résulte au moins approximativement du calcul des erreurs vraisemblables à quel degré de précision ces résultats sont assurés par l'observation.

Désignons par r l'erreur vraisemblable moyenne d'un moment individuel S_n, en supposant que tous les moments sont observés avec la même précision. Il en suit alors que la moyenne S* d'un passage complet (comme moyenne de sept moments individuels) est faite avec l'erreur vraisemblable $\frac{r}{\sqrt{7}}$ et les espaces $(S_n - S^*)$ avec l'erreur vraisemblable ρ, soit:

$$\rho = \sqrt{r^2 + \frac{r^2}{7}} = r\sqrt{\frac{8}{7}} \quad . \tag{58}$$

En trouvant pour chaque n les différences individuelles

$$\mathrm{dif}_n = (S_n - S^*) - [S_n - S^*] \ ,$$

on obtient par le mode usuel

$$\rho_n = \pm \frac{2}{3}\sqrt{\frac{\Sigma\, \mathrm{dif}_n^{\,2}}{m-1}} \ ,$$

ou d'après l'équation (58)

$$r_n = \pm 0{,}624\sqrt{\frac{\Sigma\, \mathrm{dif}_n^{\,2}}{m-1}} \ , \tag{59}$$

où m signifie le nombre des espaces $(S_n - S^*)$ pour un certain n.

L'exemple de ce calcul pour les passages normals orientals de α Petite Ourse, γ Aigle et η Pégase d'après les valeurs contenues dans la table pages 10 et 11 se trouve page 14.

A côté des erreurs vraisemblables r^s de chaque moment individuel S_n *exprimées en secondes de temps* s'y trouvent les erreurs vraisemblables de hauteur correspondantes r'' *exprimées en secondes d'arc,* qui étaient calculées d'après la formule

$$r'' = r.^s\, 15 \cos\varphi \sin A \ . \tag{60}$$

Sur la page 15 se trouve la table des erreurs moyennes vraisemblables de hauteur r'' pour tous les moments individuels et pour toutes les séries parallèles des étoiles observées.

Exemple du calcul des erreurs moyennes vraisemblables r^s et r''.

(Observateur: Frič)

Date 1905	dif_1	dif_7	dif_2	dif_6	dif_3	dif_5	dif_4
			α **Petite Ourse** (norm.)				
	s	s	s	s	s	s	s
VII. 26.	+ 0,21	— 1,92	+ 2,62	+ 0,28	— 0,19	— 1,42	+ 0,41
28.	+ 0,23	+ 0,98	— 0,87	+ 0,58	+ 0,25	0,00	— 1,15
29.	+ 0,72	+ 1,20	— 0,08	+ 0,01	— 2,58	— 0,56	+ 1,31
31.	— 1,93	— 0,71	+ 1,44	— 0,31	+ 0,15	+ 0,30	+ 1,09
VIII. 3.	+ 1,77	— 0,01	— 1,14	+ 0,57	— 0,02	— 0,29	— 0,84
9.	— 0,97	— 1,07	+ 1,24	— 2,32	+ 1,60	+ 0,51	+ 1,02
13.	+ 0,08	— 0,37	— 0,37	+ 0,30	+ 1,45	+ 0,78	— 1,83
14.	— 1,76	— 0,04	— 0,75	+ 0,22	+ 1 57	+ 1,15	— 0,35
16.	— 0,39	+ 0,71	— 1,32	— 1,57	+ 0,04	+ 0,55	+ 1,98
18.	+ 0,81	+ 0,35	— 0,06	+ 1,23	— 1,00	— 0,33	— 0,96
27.	— 0,21	+ 0,03	+ 0,64	+ 2,23	— 1,62	— 0,81	— 0,22
IX. 5.	+ 1,43	+ 0,90	— 0,23	— 1,28	+ 0,45	+ 0,20	— 0,45
Σ dif^2	14,42	9,31	15,45	16,95	17,74	5,81	14,71
	s	s	s	s	s	s	s
r^s	0,72	0 57	0,74	0.77	0,79	0,45	0,72
r''	0,23	0,18	0,23	0,24	0,25	0,14	0,23
			I γ **Aigle** (norm.)				
	s	s	s	s	s	s	s
VII. 26.	— 0,10	+ 0,34	— 0,10	— 0,10	— 0,02	— 0,27	+ 0,16
29.	— 29	+ 23	— 4	+ 6	+ 4	— 34	+ 34
VIII. 3.	— 5	— 20	+ 30	+ 27	— 22	+ 2	— 13
8.	+ 2	+ 18	— 7	+ 21	— 8	— 35	+ 10
9.	+ 43	+ 17	— 21	— 1	+ 5	— 36	— 8
12.	+ 3	— 5	+ 22	— 16	— 40	+ 64	— 29
15.	— 23	+ 2	+ 24	+ 32	0	— 2	— 36
16.	— 10	— 16	+ 25	— 32	+ 2	+ 29	— 1
18.	— 7	— 45	+ 5	+ 6	+ 12	+ 16	+ 8
25.	+ 41	— 47	— 27	— 8	+ 40	+ 12	— 14
27.	+ 25	+ 28	— 31	— 9	+ 34	— 15	— 32
IX. 5.	— 31	+ 7	— 8	— 17	— 25	+ 26	+ 44
Σ dif^2	0,6773	0,8050	0,4970	0,4081	0,5722	1,0652	0,7103
	s	s	s	s	s	s	s
r^s	0,155	0,168	0,131	0,120	0,142	0,203	0,158
r''	0,30	0 32	0,25	0,23	0,27	0,39	0,31
			η **Pégase** (norm.)				
	s	s	s	s	s	s	s
VII. 26.	+ 0,06	0,00	+ 0,10	— 0,19	0,00	— 0,03	+ 0,01
29.	— 19	+ 3	— 6	+ 4	— 5	+ 13	+ 12
VIII. 3.	+ 8	+ 4	— 7	+ 5	— 7	+ 4	— 5
4.	+ 2	0	+ 3	— 4	+ 9	— 6	— 2
8.	— 14	0	— 8	+ 4	+ 4	+ 3	+ 8
9.	+ 6	— 6	+ 3	+ 1	— 3	— 6	+ 4
12.	+ 5	+ 2	+ 4	— 12	+ 2	+ 3	— 4
13.	— 1	+ 3	+ 2	0	— 7	— 1	+ 5
14.	— 11	— 1	+ 6	— 7	+ 8	— 4	+ 7
15.	+ 1	+ 7	— 3	+ 11	— 22	+ 4	— 4
16.	— 0	+ 6	— 4	+ 6	— 4	— 5	+ 0
18.	+ 12	— 6	+ 5	+ 0	+ 2	+ 7	— 18
25.	+ 3	+ 6	— 13	+ 12	— 1	0	— 7
27.	+ 7	— 9	+ 3	— 10	+ 14	— 12	+ 6
IX. 5.	— 6	— 14	+ 5	+ 4	+ 10	+ 4	— 3
Σ dif^2	0,1149	0,0520	0,0597	0,1131	0,1125	0,0560	0,0836
	s	s	s	s	s	s	s
r^s	0,056	0,038	0,038	0,056	0,056	0,039	0,048
r''	0,53	0,36	0,38	0,53	0,53	0,37	0,45

Table des erreurs moyennes vraisemblables de hauteur r'' de chaque moment individuel S_n ***en secondes d'arc.***

Passages orientals	**α Petite Ourse**			**I γ Aigle**			**η Pégase**		
Série	+	norm	—	+	norm	—	+	norm	—
r_1''	o''28	o''23	o''22	o''32	o''30	o''39	o''65	o''53	o''67
r_7	31	18	13	28	32	31	38	36	51
r_2	32	23	29	23	25	36	48	38	52
r_6	31	24	20	21	23	41	57	53	39
r_3	23	25	18	20	27	43	45	53	36
r_5	18	14	15	24	39	36	28	37	45
r_4	32	23	28	28	31	38	51	45	30

Passages occidentals	**II γ Aigle**			**δ Hercule**		
Série	+	norm	—	+	norm	—
r_1''	o''20	o''38	o''32	o''86	o''65	o''49
r_7	26	22	23	33	43	58
r_2	35	41	31	67	37	53
r_6	34	36	27	50	48	46
r_3	31	35	20	50	47	40
r_5	38	30	24	25	48	38
r_4	42	54	38	47	57	36

Il résulte évidemment de cette table, que ce sont les moments individuels du passage de α Petite Ourse, qui étaient enregistrés dans la hauteur avec la plus grande précision soit en moyenne avec l'erreur moyenne vraisemblable de hauteur de $r'' = \pm 0''{,}23$ puis les moments du passage de γ Aigle avec une erreur de $\pm 0''{,}32$ et ceux des étoiles horaires avec une erreur de $\pm 0''{,}48$.

L'erreur moyenne vraisemblable dans la détermination des erreurs personnelles de hauteur peut être exprimée approximativement par la formule (où m a le même sens que page 13.)

$$\Delta P'' = \frac{p''}{\sqrt{m}} = r'' \sqrt{\frac{8}{7\,m}} \quad . \tag{61}$$

On trouve de même l'erreur moyenne vraisemblable dans la détermination de hauteur de la moyenne S* à l'aide de la formule

$$\Delta S^{*\prime\prime} = \frac{r''}{\sqrt{7}} \tag{62}$$

et l'erreur correspondant au temps

$$\Delta S^* = \frac{\Delta S^{*\prime\prime}}{15 \cos\varphi \sin A} \quad . \tag{63}$$

En mettant dans ces formules les divers r'' il en résulte la table suivante:

Table des erreurs moyennes vraisemblables

r'', $\Delta S^{*''}$, $\Delta P''$ et ΔS^{*}.

$\pm$	α Petite Ourse	γ Aigle	Etoiles horaires
r''	0,23	0,32	0,48
$\Delta S^{*''}$	0,09	0,12	0,18
$\Delta P''$	0,07	0,10	0,13
	s	s	s
ΔS^{*}	0,28	0,06	0,019

Les erreurs vraisemblables $\Delta P''$ dans la détermination des erreurs personnelles étant relativement petites, on en peut conclure que les différences dans les erreurs personnelles P^s ou P'' se trouvant dans les tables page 12 existent réellement et influencent alors la détermination absolue de la hauteur et de la latitude. Mais, comme il a été dit expressément, les erreurs personnelles calculées ne servent qu'à l'orientation; car elles n'ont été déduites qu'en supposant les erreurs personnelles de hauteur identiques pour toutes les coïncidences à l'orient et à l'occident. Et cela n'à été aucunement confirmé jusqu'à présent par nos observations et même le contraire semble être plus vraisemblable car la direction du mouvement de chaque paire d'images différemment écartée au champ de la lunette soit de haut en bas soit de bas en haut, n'est pas indifférente pour l'observateur. Il ne serait alors pas assez motivé de vouloir peut être déduire les valeurs absolues ΔV et $\Delta\varphi$ à la base des erreurs personnelles trouvées. Vu les petites différences entre les erreurs moyennes personnelles $\frac{1}{7}\Sigma P''_n$ se trouvant pour divers azimuts pages 12 et 13, les valeurs ΔV et $\Delta\varphi$ déduites des observations par le mode usuel (Etude 1903 p. 45) ne peuvent que peu différer des valeurs absolues. Mais, comme il ne s'agit cette fois que des *changements* de hauteurs, les seules *valeurs relatives* nous sont nécessaires.

Il suffisait alors de démontrer que les erreurs personnelles, bien qu'elles ne soient déterminées que relativement, sont constantes pour le même observateur et le même azimut. Ce que prouvent les petites erreurs vraisemblables $\Delta P''$ dans la détermination des erreurs personnelles chez les étoiles méridiennes et horaires.

Par rapport à la *constance des erreurs personnelles* chez les étoiles horaires, nous avons entrepris encore la recherche suivante. Nous avons fait pendant trois jours des observations prolongées de la même série

d'étoiles horaires même durant cinq heures, puis nous avons calculé les écarts entre les moyennes

$$(S)_1 = \tfrac{1}{2}(S_1 + S_7), \quad (S)_2 = \tfrac{1}{2}(S_2 + S_6), \quad (S)_3 = \tfrac{1}{2}(S_3 + S)_5, \quad S_4$$

et la moyenne du passage S* déduite des valeurs précédentes d'après les équations (44) et (46) en négligeant les termes $\overline{\overline{\Delta}}$. Les écarts dans le sens: observation — calcul et exprimés en secondes de temps séparément pour η Pégase et δ Hercule se trouvent dans la table suivante (Observateur: Frič).

η Pégase

1905	Série	$(S)_1 - S^*$	$(S)_2 - S^*$	$(S)_3 - S^*$	$(S)_4 - S^*$	
		s	s	s	s	
IX. 9.	—	+ 0,02·	+ 0,03	— 0,05·	— 0,02	
	norm	+ 1	— 1	— 3	+ 7·	
	+	+ 5	+ 7·	— 15	+ 8	
11.	—	— 0·	0	— 3	+ 6	
	norm	+ 5	— 7·	— 2	+ 9	
	+	+ 1	+ 2·	— 5	+ 5	
18.	—	+ 10	— 2	— 6·	— 4	
	norm	— 2·	0	+ 1·	+ 3	
	+	— 8·	+ 8·	+ 0·	— 0·	
		s	s	s	s	
	Somme	+ 0,13	+ 0,11	— 0,38·	+ 0,32	: 9

δ Hercule

		s	s	s	s	
IX. 9	+	— 0,07	+ 0,15	0,07·	— 0,01·	
	norm	— 2·	+ 8·	— 5·	— 1	
	—	+ 4·	+ 5·	— 9	+ 5·	
11.*)	+	— 5·	+ 13	— 7	— 1·	
	norm	— 4	+ 6	— 5·	+ 4·	
	—	— 11·	+ 16·	— 7·	+ 6·	
18.	+	— 10	+ 12·	— 9	+ 13	
	norm	+ 0·	+ 8·	— 7·	— 2·	
	—	+ 1	+ 16	— 12	— 5	
		s	s	s	s	
	Somme	— 0,34·	+ 1,01·	— 0,70·	+ 0,18	: 9

L'aperçu de toutes les sommes d'écarts de ce genre, pour toutes les étoiles observées un jour, classés suivant le temps de leurs passages

*) Les dates d'observation se trouvent p. 32.

et cela séparément pour celles de l'orient et celles de l'occident, se trouve dans les tables svivantes. La série a été divisée heure par heure en trois groupes; puis les sommes des écarts ont été faites groupe par groupe et divisées par le nombre des écarts. Les quotients résultants représentent aussi certaines erreurs personnelles (Frič) par rapport aux moyennes S* comprises dans les $(S)_n$ individuels que, pour les distinguer des erreurs personnelles P^s_n, nous nommerons *différences personnelles* et désignerons par $(Q)^s_n$.

Calcul des différences personnelles $(Q)^s_n$
pour les passages orientals.

Groupe	Grand.	Etoile	S	A	*Sommes des écarts* $(S)_1 - S^*$	$(S_2 - S^*$	$(S_3 - S^*$	$S_4 - S^*$	*Nombre des écarts*
			h m	o	s	s	s	s	
I.	3.0	ζ Cyg.	18. 3	— 78	— 0,11·	+ 0,14·	— 0,23	+ 0,43	:6
	3.6	o Andr.	19. 6	— 101	— 11	+ 12	— 12·	+ 38	:9
	2.1	β Cass.	19.22	— 130	+ 29·	— 17	— 13	+ 27	:9
	3.0	η Peg.	19.33	— 77	+ 13	+ 11	— 38·	+ 32	:9
	4.0	ι Andr.	19.39	— 103	— 18·	+ 39	— 20·	+ 5	:9
	2.2—2.8	α Cass.	20. 0	— 126	+ 13	— 23	— 18·	+ 57	:9
	2.0	γ Cass.	20. 5	— 133	+ 23	— 1·	— 54·	+ 55	:9
	4.0	λ Peg.	20. 9	— 62	+ 10	+ 7	— 14	— 4	:3
II.	2.8	δ Cass.	20.35	— 132	— 0,07·	+ 0,21·	— 0,21	+ 0,06·	:8
	3.3	ε Cass	20.54	— 138	+ 28	— 14	— 49	+ 44·	:9
	2.0	α Andr.	21. 3	— 78	+ 13·	— 0·	— 23·	+ 20·	:9
	4.0	π Andr.	21.11	— 85	+ 5	+ 17·	— 29	+ 11·	:5
	4.0	μ Andr.	21.13	— 94	+ 7	+ 10	— 15	— 3·	:5
	3.6	υ Pers.	21.20	— 112	+ 21	+ 16	— 32	— 10	:9
	3.3	δ Andr.	21.26	— 79	+ 11	+ 9·	— 25·	+ 8·	:9
	2.3	β Andr.	21.38	— 89	— 5·	+ 10·	— 7	— 3	:8
III.	2.4	γ Andr.	22. 6	— 101	+ 6·	— 19	— 12·	+ 39	:6
	3.0	β Triang.	22.38	— 87	— 4	+ 16·	— 19	+ 10·	:5
	3.0	γ Pers.	22.32	— 121	+ 22	— 14	— 14·	+ 17	:6
	3.6	α Triang	22.45	— 76	+ 6	+ 5	— 11·	+ 1	:6
	2.0	α Persei.	23. 2	— 115	+ 9·	+ 3·	— 22·	+ 9·	:5
					s	s	s	s	
Sommes des groupes		I.			+ 0,47·	+ 0,42	— 1,94·	+ 2,53	:63
		II.			+ 0,72·	+ 0,71	— 2,01	+ 0,75	:62
		III.			+ 0,40	— 0,08	— 0,80	+ 0,77	:28
					s	s	s	s	
Différ. person. $(Q)^s_n$		I.			+ 0,007·	+ 0,006·	— 0,031	+ 0,040	
		II.			+ 11	+ 11·	— 32	+ 12	
		III.			+ 14·	3	— 28·	+ 27·	
		Moyenne			+ 0,011	+ 0,005	— 0,030	+ 0,027	

Calcul des différences personnelles $(Q)^s_n$ *pour les passages occidentals.*

				h m	o	s	s	s	s	
IV.	2,0	η	UM.	17.59	+ 115	— 0,51	+ 0,43	— 0,17·	+ 0,51	: 5
	2,9	γ	Boo.	18. 8	+ 96	— 32·	+ 60	— 46·	+ 26·	: 6
	4,0	λ	Boo.	18.18	+ 110	— 32	+ 22	— 15	+ 43·	: 6
	2,0	α	Cor.	18.23	+ 72	— 63·	+ 54·	— 36·	+ 64·	: 9
	3,1	γ	Herc.	18.27	+ 52	— 56·	+ 75·	— 42·	+ 55·	: 8
	3,0	δ	Boo.	18.32	+ 85	— 72	+ 73	— 27·	+ 60	: 9
	3,0	β	Boo.	18.46	+ 99	— 64	+ 50·	— 24	+ 58	: 8
	2,3	β	Herc.	18.51	+ 59	— 43	+ 83	— 62·	+ 49·	: 9
	3,8	μ	Boo.	18.57	+ 94	— 21·	+ 47·	— 49	+ 38	: 8
V.	3,0	δ	Herc.	19.53	+ 67	— 34·	+ 101·	— 70·	+ 18	: 9
	4,0	ξ	Herc.	20. 7	+ 80	— 13	+ 32·	— 28·	+ 21	: 5
	3,1	η	Herc.	20.21	+ 99	— 56	+ 64·	— 31	+ 45·	: 9
	3,3	τ	Herc.	20.22	+ 110	— 18	+ 30	— 27	+ 10	: 6
	3,3	μ	Herc.	20.38	+ 73	— 45	+ 62·	— 22·	+ 10·	: 6
	3,6	ϑ	Drac.	20.42	+ 130	— 36	+ 77	— 62·	+ 39	: 9
	3,1	π	Herc.	20.45	+ 92	— 35·	+ 64·	— 50·	+ 36·	: 9
	4,0	110	Herc.	20 58	+ 55	— 29·	+ 39	— 14	0	: 5
VI.	3,3	ι	Herc.	21.41	+ 109	— 0,03	+ 0,51	— 0,37·	— 0,22	: 6
	2,6	β	Drac.	21.52	+ 116	— 73	+ 81·	— 22·	+ 21	: 9
	3,6	γ	Sag.	22. 3	+ 52	— 50	+ 86	— 50	+ 22	: 9
	1,0	α	Lyrae	22.13	+ 95	— 21·	+ 62·	— 34	— 21	: 7
	3,3	ξ	Drac.	22.28	+ 127	— 15	+ 78	— 32	— 40·	: 7
	4,3	ϑ	Lyrae	22.50	+ 94	— 19	+ 38	— 6·	— 19	: 6

		s	s	s	s	
Sommes des groupes	IV.	— 4,36	+ 5,09·	— 3,21	+ 4,46·	: 68
	V.	— 2,67·	+ 4,71·	— 3,06·	+ 1,80·	: 58
	VI.	— 1,81·	+ 3,97	— 1,82·	— 0.59·	: 44
Différ. person. $(Q)^s_n$	IV.	— 0,064	+ 0,075	— 0,047	+ 0,065·	
	V.	— 46	+ 81	— 53	+ 31	
	VI.	— 41	+ 90	— 41·	— 13	
Moyenne		— 0,050	+ 0,082	— 0,047	+ 0,028	

On peut conclure en général que *les erreurs personnelles ne changent pas* même au cours d'observations prolongées car les plus grandes différences des valeurs moyennes ne se montrent que dans les différences personnelles correspondant aux écarts $S_4 - S^*$, qui eux-mêmes sont déterminés avec moins de précision que les écarts $(S)_n - S^*$ ceux-ci ayant d'après l'équation (43) un poids double.

Comparons encore les différences personnelles $(Q)^s_n$, précédentes avec les erreurs personnelles P^s_n contenues page 12 pour η Pégase et δ Hercule. Ces erreurs P^s_n ont alors été calculées par rapport à S_c, tandis

que les différences personnelles $(Q)^s_n$ se rapportent à S*. Si l'on introduit à l'égard de P_n des désignations $(P)_n$, P et P* analogues à celles qu'on a introduites par les équations (43, $\overline{\overline{\Delta}} = 0$), (44), (46) à l'égard de S_n, soit $(S)_n$, S et S* on obtient évidemment $(Q)^s_n = (P)_n - P^*$.

Exemple du calcul des différences personnelles $(Q)^s_n$ *des erreurs personnelles* P^s_n.

(Observateur: Frič.)

η **Pégase** (norm.)

			$(Q)_n$
P_1	$+ 0{,}008^s$		
P_7	$+ 24$	$(P)_1$ $+ 0{,}016^s$	$+ 0{,}017^s$
P_2	$- 36$		
P_6	$+ 7$	$(P)_2$ $- 14'$	$- 13'$
P_3	$- 4$		
P_5	$- 28$	$(P)_3$ $- 16$	$- 15$
P_4	$+ 24$	P $- 5$	$+ 25$
		$+ 4$	
		P* $- 1$	

Dans la table suivante se trouve l'aperçu des différences personnelles $(Q)^s_n$ calculées ainsi et appartenant aux erreurs personnelles P^s_n trouvées pour η Pégase et δ Hercule page 12. Pour faciliter leur comparaison les valeurs moyennes $(Q)^s_n$ pour les passages orientals de la page 18 sont placées sous les valeurs moyennes $(Q)^s_n$ pour η Pégase ainsi que les valeurs moyennes $(Q)^s_n$ pour les passages occidentals de la page 19 sont placées sous les valeurs moyennes $(Q)^s_n$ pour δ Hercule.

Comparaison des différences personnelles $(Q)^s_n$ *avec les résultats semblables des pages 18 et 19.*

(Observateur: Frič.)

	Série	$(Q)^s_1$	$(Q)^s_2$	$(Q)^s_3$	Q^s_4
		s	s	s	s
η **Pégase**	—	$+ 0{,}022'$	$- 0{,}031'$	$- 0{,}019$	$+ 0{,}055$
	norm.	$+ 17$	$- 13'$	$- 15$	$+ 25$
	+	$+ 16$	$- 12'$	$- 24$	$+ 42$
		s	s	s	s
$(Q)^s_n$ pour η Pégase		$+ 0{,}018$	$- 0{,}019$	$- 0{,}019$	$+ 0{,}041$
$(Q)^s_1$ *orientals* (page 18.)		$+ 11$	$+ 5$	$- 30$	$+ 27$
		s	s	s	s
	+	$- 0{,}035$	$+ 0{,}026$	$- 0{,}006$	$+ 0{,}033$
δ **Hercule**	norm.	$- 10'$	$+ 21$	$- 36$	$+ 49$
	—	$+ 6$	$+ 22$	$- 38$	$+ 23$
		s	s	s	s
$Q)^s_n$ pour δ Hercule		$- 0{,}013$	$+ 0{,}023$	$- 0{,}027$	$+ 0{,}035$
$Q)^s_n$ *occidentals* (page 19.)		$- 50$	$+ 82$	$- 47$	$+ 28$

Les erreurs personnelles étant constantes pour un certain n et un certain azimut les $(Q)^s_n$ superposés devraient être égaux. L'accord n'est pas très satisfaisant, mais les petites différences numériques s'y trouvant sont admissibles d'une part vu le nombre d'observations proportionnellement petit dont ces valeurs sont déduites, d'autre part vu la circonstance, qu'au commencement ce n'étaient outre les lentes étoiles méridiennes que les deux étoiles horaires citées qui étaient observées régulièrement, tandis qu'à la fin les étoiles horaires ont été observées exclusivement et cela dans les azimuts les plus divers, de sorte que le matériel à la base duquel sont assemblées les dates pages 18 et 19 est bien hétérogène.

Pour la réduction des observations incomplètes nous avons recommandé dans l'Etude 1903 p. 17 de calculer de tous les passages de la Polaire les valeurs angulaires les plus vraisemblables de la distance des traits (dans notre cas 4 α et 4 β) par la méthode des moindres carrés et d'en former les tables de réduction d'après les équations (51), (52) et (54). Mais ayant égard aux erreurs personnelles considérables dans les groupes symétriques S_2, S_4, S_6 ce mode de réduction n'est pas sans objection et il faut en voulant utiliser les observations incomplètes calculer pour chaque observateur et pour chaque étoile séparément une table de réduction de la série entière d'observations, de même que cela a eu lieu pour les passages normals orientals de α Petite Ourse, γ Aigle et η Pégase pages 10 et 11.

Les espaces moyens $[S_n - S^*]$ pris avec signes contraires représentent les réductions cherchées.

Chez les étoiles horaires, où, après un dérangement quelconque, à cause de la vitesse de leur mouvement la constance des erreurs personnelles n'est aucunement assurée, on fera mieux de négliger complètement leurs observations incomplètes.

La note suivante comprise dans le procès verbal du 28 juillet 1905 qui a été réduite d'abord par le premier mode usuel (Etude 1903 page 15) donne un *exemple intéressant de la réduction* d'une observation incomplète.

A. *Calcul usuel pour les observations complètes.*

I γ Aigle norm.

						$\overline{\Delta}$
			s		s	s
	S_1		30,90	$(S)_1$	49,62	— 0,10
	S_7		8,35			
	S_2		37,04	$(S)_2$	49,69	— 4
Incertain	S_6		2,34			
	S_3		44,37	$(S)_3$	49,61	— 1
	S_5		54,85			
					49,64	— 0,05
	S_4	11^m	49,16	S	49,59	
				$\frac{1}{7}(S_4 - S)$	—6	
				S*	49,53	

Il semble d'après cette réduction que l'observation ne contient rien d'anormal.

Mais, en réduisant l'observation comme incomplète en ajoutant aux moments individuels les valeurs de réduction $-[S_n - S^*]$ (page 11) on a

B. *Calcul à l'aide des moments individuels.*

I γ Aigle norm.

	s		s
S_1	30,90	+ 18,49	49,39
S_7	8,35	− 19,21	49,14
S_2	37,04	+ 12,51	49,55
Incertain S_6	2,34	− 11,72	(50,62)
S_3	44,37	+ 4,98	49,35
S_5	54,85	− 5,51	49,34
	m		
S_4	11 49,16	+ 0,13	49,29
		S^*	49,34

ce qui justifie évidemment la note: »Incertain« de l'avant-dernier moment qui a faussé le résultat du calcul précédent (A).

L'influence des erreurs personnelles paraît au contraire en réduisant les passages complets et bien observés. Voici comme exemple l'observation du 26 juillet 1905:

A. *Calcul usuel pour les observations complètes.*

I γ Aigle norm.

				$\overline{\Delta}$
S_1	26,82		s	s
S_7	4,96	$(S)_1$	45,89	− 0,10
S_2	32,80			
S_6	57,03	$(S)_2$	44,91	− 4
S_3	40,41			
S_5	50,65	$(S)_3$	45,53	− 1
			45,44	− 0,05
S_4	45,44	S	45,39	
		$\frac{1}{7}(S_4 - S)$	+ 0	
		S^*	45,40	

B. *Calcul à l'aide des moments individuels.*

I γ Aigle norm.

				Erreurs résiduelles
	s		s	s
S_1	26,82	+ 18,49	45,31	− 0,09
S_7	4,96	− 19,21	45,75	+ 35
S_2	32,80	+ 12,51	45,31	− 9
S_6	57,03	− 11,72	45,31	− 9
S_3	40,41	+ 4,98	45,39	− 1
S_5	50,65	− 5,51	45,14	− 26
S_4	45,44	+ 0,13	45,57	− 17
		S^*	45,40	

D'après le premier mode ordinaire de réduction les valeurs $(S)_n$ (poids 2) sont bien différentes, tandis que d'après l'autre mode en réduisant les moments individuels (poids 1) par rapport aux erreurs personnelles, les résultats sont très satisfaisants vu que l'erreur moyenne vraisemblable d'une seule observation n'est que $\pm 0^s,14$ et l'erreur vraisemblable de la moyenne S* que $\pm 0^s,05$.

CHANGEMENT DE L'ANGLE DES MIROIRS.

Ainsi qu'il a été dit au commencement dans la description des modifications entreprises sur l'appareil circumzénithal, nous avons remplacé le prisme par deux miroirs croisés, pour supprimer les anomalies de hauteur que nous avions constatées en observant avec celui-ci. Nous avons supposé que l'angle des miroirs changerait régulièrement avec la température de leur support et pour cette raison nous avons soigneusement enregistré (en degrès centigrades) la température de l'intérieur de l'appareil. La pression barométrique ainsi que la température à l'extérieur ont été lues à l'égard de la réfraction.

En conséquence, la température changeant parfois considérablement au cours de l'observation la supposition principale des hauteurs égales n'est pas remplie d'une façon qui permette l'emploi de la méthode de Gauss. Il faut donc traiter les observations par un autre mode de calcul.

Nous avons choisi parmi toutes les observations les séries où la température à l'intérieur et à l'extérieur de l'appareil s'est montrée presque constante et nous avons calculé à leur base la correction de la latitude par la méthode de Gauss, ainsi que cela a été expliqué dans l'Etude 1903 page 45 etc. Puis nous avons calculé de toutes ces déterminations la valeur moyenne $\Delta\varphi$ que nous avons supposé constante.

La table des déterminations de la latitude.

Date	Série	$\Delta\varphi$
1905. VII. 26.	+	$-0''{,}17$
	norm.	53
	—	30
VIII. 3.	+	17
	norm.	51
	—	46
VIII. 18.	+	28
	norm.	36
	—	25

$\Delta\varphi$ moyen $= -0''{.}34$

La correction de l'heure a été déterminée pour chaque jour, indépendemment de l'observation des étoiles méridiennes, des deux mêmes étoiles horaires η Pégase et δ Hercule, leurs passages étant observés par les trois cercles parallèles de hauteur. La variation moyenne de la correction de l'heure a été calculée d'après les observations de deux jours successifs.

Puis il ne restait plus qu'à déterminer une seule inconnue: la hauteur. Les valeurs des passages observés furent réduites dans ce but, par rapport au changement de réfraction, à la température et à la pression moyenne de chaque jour, puis, la correction de l'heure ayant été ajoutée elles ont été comparées avec les valeurs des tables. ΔV a été calculé de leur différence d'après l'équation fondamentale (Etude 1903 p. 45 éq. (33), où $\Delta S = \Delta \varphi = 0$)

$$(S_0 - S^*) = \frac{\Delta V}{15 \cos \varphi \sin A} ,$$

où S* désigne la valeur du passage observé déjà réduite par rapport au changement de la réfraction et à la correction de l'heure et où S_0 est la valeur interpolée des tables et complétée par rapport aux secondes d'ascension droite du Jahrbuch ΔAR (Etude 1903 p. 37).

Les tables spéciales correspondantes ont été calculées de la même manière, décrite déjà dans l'Etude 1903 p. 34., mais pour trois hauteurs

$$\begin{aligned} V_- &= 49^\circ\ 53'\ 5,''0 \\ V_{norm.} &= 49\ \ 59\ \ 33,0 \\ V_+ &= 50\ \ 6\ \ 1,0 \end{aligned}$$

et pour la latitude corrigée

$$\varphi = 49^\circ\ 54'\ 30,''66 .$$

Dans la table suivante se trouve l'aperçu des déterminations de hauteur des seuls jours où l'observation de tous les passages des étoiles méridiennes a réussi et où le changement de température à l'intérieur de l'appareil n'a pas été très sensible.

Déterminations individuelles de la correction de hauteur Δ V.

(Observateur: Frič.)

		+			norm.			−		
Etoile 1905		α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet. Ourse	γ Aig.	II γ Aig.
VII.	1.	− 8,″02	− 8,″31	− 8,″75	− 6,″76	− 7,″38	− 7,″25	− 6,″15	− 6,″53	− 6,″17
	26.	− 2,62	− 2,47	− 1,98	− 0,81	− 1,43	− 0,97	− 0,33	− 0,68	+ 0,31
	29.	− 0,41	− 1,15	− 0,12	+ 0,78	− 0,14	+ 1,39	+ 1,23	+ 0,44	+ 2,42
VIII.	3.	− 2,99	− 2,74	− 2,46	− 1,41	− 1,82	− 1,53	− 0,55	− 0,78	− 0,60
	8.	− 0,75	− 0,79	+ 0,50	+ 0,57	+ 0,32	+ 1,39	+ 1,90	+ 1,13	+ 2,55
	9.	− 1,95	− 3,23	− 2,09	− 1,01	− 1,68	− 0,63	+ 0,21	− 0,80	+ 0,31
	15.	− 0,08	− 0,73	+ 0,55	+ 0,74	+ 0,38	+ 2,28	+ 1,83	+ 1,70	+ 2,75
	17.	+ 0,92	+ 0,84	+ 1,65	+ 2,62	+ 2,33	+ 2,14	+ 3,18	+ 3,42	+ 3,51
	18.	+ 0,14	− 0,28	+ 0,81	+ 1,35	+ 1,38	+ 1,64	+ 2,13	+ 2,06	+ 2,59

Voici comment la valeur moyenne de la correction de hauteur $[\Delta V]$, pour chaque jour, a été calculée de ces déterminations individuelles:

On a trouvé les moyennes arithmétiques des valeurs pour les passages + et — de α Petite Ourse, pour les passages normals de Iγ et IIγ Aigle et pour les passages + et — de Iγ et IIγ Aigle. Ayant pris arbitrairement ces trois résultats comme équivalents avec la valeur pour le passage normal de la Polaire (P) on a calculé pour chaque jour la moyenne $[\Delta V]$ résultant des quatre valeurs trouvées, ainsi que l'indique l'expression symbolique:

$$[\Delta V] = \tfrac{1}{4}\left[\overset{\text{norm.}}{P} + \tfrac{1}{2}(\overset{+}{P} + \overset{-}{P}) + \tfrac{1}{2}(\overset{\text{norm.}}{I} + \overset{\text{norm.}}{II}) + \tfrac{1}{4}(\overset{+}{I} + \overset{+}{II} + \overset{-}{I} + \overset{-}{II})\right] . \qquad (64)$$

Les moyennes $[\Delta V]$ désignent les corrections moyennes de hauteur pour la température moyenne de l'air extérieur t et pour la pression barométrique moyenne p durant l'observation; ayant égard à la variabilité de la réfraction il faut les réduire à la température unique $t_0 = +10^0$ et à la pression $p_0 = 720\ mm$ d'après la formule (24) de l'Etude 1903 p. 36 exprimée en secondes d'arc:

$$\Delta \text{ refr.} = -0'',162\,(t - t_0) + 0'',064\,(p - p_0) . \qquad (65)$$

Voici ***l'aperçu du calcul des corrections réduites*** ΔV_0 :

Date		$[\Delta V]$	t	p	Δ refr.	ΔV_0	τ
		"		mm	"	"	°
1905 VII.	1.	— 7,15	20°	718,5	— 1,72	— 8,87	20,4
	26.	— 1,17	15	719,0	— 0,87	— 2,04	14,9
	29.	+ 0,55	13	717,0	— 0,68	— 0,13	12,8
VIII.	3.	— 1,62	16	716,0	— 1,72	— 3,34	18,6
	8.	+ 0,71	14	721,2	— 0,58	+ 0,13	13,7
	9.	— 1,12	18	722,2	— 1,16	— 2,28	18,0
	15.	+ 1,00	15	721,1	— 0,74	+ 0,26	15,2
	17.	+ 2,31	13	719,0	— 0,55	+ 1,76	13,3
	18.	+ 1,32	16	720,1	— 0,91	+ 0,41	15,4

On remarque à première vue, que les valeurs résultant des corrections de hauteur ΔV_0 ne changent pas régulièrement avec la température moyenne τ de l'intérieur de l'instrument. Mais, après les avoir représenté graphiquement nous avons remarqué qu'il existe, outre le changement de température, un changement régulier dépendant du temps et causé très vraisemblablement par l'effet de l'élasticité résiduelle des parties compliquées et fortement serrées du support des miroirs. Nous avons alors calculé la formule générale correspondant à tous les ΔV_0 par la méthode des moindres carrés en supposant

$$\Delta V_0 = A + B\,(d - 1.\text{VII.}) + C\,(\tau - 10^0) ,$$

où A, B, C sont des constantes inconnues dont on détermine les valeurs approximatives du schéma graphique où d désigne la date et τ la température moyenne correspondant à celle de l'intérieur de l'instrument.

Le ***résultat définitif du calcul*** est

$$\Delta V_0 = -2''088 + 0''1253\,(d - 1.\,VII.) - 0''6536\,(\tau - 10^0) \qquad (66)$$

puis, en comparant l'observation avec le calcul, on trouve les erreurs, résiduelles suivantes:

Date	ΔV_0	*Calcul*	*Erreurs résid.*
1905. VII. 1.	— 8″,87	— 8″,78	— 0″,09
26.	— 2,04	— 2,06	+ 2
29.	— 0,13	— 0,32	+ 19
VIII. 3.	— 3,34	— 3,48	+ 14
8.	+ 0,13	+ 0,35	— 22
9.	— 2,28	— 2,34	+ 6
15.	+ 0,26	+ 0,24	+ 2
17.	+ 1,76	+ 1,73	+ 3
18.	+ 0,41	+ 0,49	— 8

$$\Sigma r^2 = 0{,}1239$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{\Sigma r^2}{9-3}} = \pm\, 0''{,}096\ .$$

Ce résultat est bien satisfaisant. L'erreur moyenne vraisemblable d'un ΔV_0 est égale à — 0,″096, ce qui correspondrait à la différence insignifiante de température de $\pm$ 0,^{0}15.

Voulant comparer directement le résultat du calcul précédent avec les valeurs observés ΔV qui se trouvent dans la table page 25. valables pour une certaine température moyenne t et pour la pression barométrique moyenne p il faut considérer que les valeurs ΔV_0 calculées pour diverses températures intérieures τ d'après la formule (66) correspondent aux conditions atmosphériques moyennes $t_0 = 10^0$, $p_0 = 720\ mm$. La réduction correspondant à la température t et à la pression p est

$$\text{red. } \Delta V_0 = + 0''{,}162\,(t - 10^0) - 0''{,}064\,(p - 720\ mm)\ . \qquad (67)$$

Mais, outre cela il faut encore considérer que les ΔV individuels diffèrent de la valeur moyenne $[\Delta V]$ employée page 26. pour le calcul de ΔV_0 puisque les hauteurs V_-, $V_{norm.}$, V_+ prises comme base du calcul des tables spéciales (p. 25.) ne sont pas des valeurs exactes mais qu'il y faut ajouter de petites corrections Δv_-, $\Delta v_{norm.}$ Δv_+.

En désignant par $[\Delta V]_{d,\tau,t,p}$ la correction moyenne de hauteur calculée pour la date d, pour la température intérieure de l'instrument τ pour la température de l'air t, et pour la pression p puis en désignant la correction absolue correspondante par $\Delta V_{absol.}$, on obtient

$$[\Delta V]_{d,\tau,t,p} = -2''{,}088 + 0''{,}1253\,(d - 1.\,VII.) - 0''{,}6536\,(\tau - 10^0) + \\ + 0''{,}162\ (t - 10^0) - 0''{,}064\ (p - 720\ mm) \qquad (68)$$

$$\Delta V_{absol.} = [\Delta V]_{d,\tau,t,p} + [\Delta v]\ . \qquad (69)$$

Par $[\Delta v]$ sont désignées les moyennes arithmétiques des petites corrections individuelles Δv qu'on trouve en retranchant les valeurs $[\Delta V]_{d,\tau,t,p}$ calculées d'après la formule (68) des déterminations individuelles ΔV comprises dans la table page 25. Ceci se trouve dans la deuxième des tables suivantes.

Dans la première se trouvent les températures de l'instrument τ appartenant aux ΔV individuels dans le même ordre que sur la page 25

L'aperçu des températures τ correspondant à la table des déterminations individuelles ΔV
de la page 25.

	+			norm.			−		
Etoile 1905.	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.
	°	°	°	°	°	°	°	°	°
VII. 1.	20,0	21,1	19,9	20 4	21,2	19,9	20,9	21,3	19,8
26.	14,7	15,3·	14,7	14,9	15,4	14,6·	15,2	15,4	14,6
29.	12,3	13,6	12,3	12,7	13,7·	12,2	13,3	13,9	12,1
VIII. 3.	18,4	18,9	18,4	18,5·	19,0	18,3·	18,7·	19,1	18,3
8.	13,5	14,1	13,5	13,6·	14,2·	13,4	13,9	14,4	13,3·
9.	17,7	18,7·	17,7	18,0	18,8·	17,7	18,4·	18,9·	17,7
15.	14,4	16,2·	14,4	14,9	16,5	14.3	15,7	16,7	14,2
17.	13,1	13,5	13,1	13,2	13,5	13,0·	13,4	13,5·	13,0
18.	15,0·	15,7	15,0·	15.4	15.7	15,0	15,7	15,7	14,9·

Les températures moyennes correspondantes t et les pressions moyennes p pour les mêmes jours se trouvent dans la table des valeurs moyennes $[\Delta V]$ page 26.

Le calcul des petites corrections $[\Delta v]$ des valeurs individuelles Δv.

	+			norm.			−		
Etoile 1905	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.
	"	"	"	"	"	"	"	"	"
VII. 1.	− 1,11	− 0,69	− 1,27	+ 0,41	+ 0 31	+ 0,23	+ 1,34	+ 1,22	+ 1,25
26.	− 1,46	− 0,89	− 0,82	+ 49	+ 19	+ 15	+ 1.20	+ 0,94	+ 1,40
29.	− 1,00	− 0,89	− 0,71	+ 45	+ 21	+ 73	+ 1,29	+ 0,89	+ 1,70
VIII. 3.	− 1,27	− 0,69	− 0,74	+ 41	+ 29	+ 16	+ 1,40	+ 1,40	+ 1,06
8.	− 1,71	− 1,36	− 0,76	− 29	− 15	+ 36	+ 1,20	+ 0,76	+ 1,49
9.	− 0,87	− 1,46	− 1,01	+ 26	+ 15	+ 45	+ 1,78	+ 1,10	+ 1,39
15.	− 1,50	− 0,94	− 0,87	− 35	+ 33	+ 80	+ 1,26	+ 1,62	+ 1,20
17.	− 1,40	− 1,22	− 0,67	+ 36	+ 27	− 21	+ 1,05	+ 1,39	+ 1,12
18.	− 1,38	− 1,38	− 0,71	+ 5	+ 31	+ 8	+ 1,03	+ 0,96	+ 0,99
$[\Delta v]$	− 1,30	− 1,06	− 0,81	+ 0,15·	+ 0,21	+ 0,31	+ 1.28	+ 1,25	+ 1,29

Les différences entre les valeurs individuelles Δv et les valeurs moyennes calculées $[\Delta v]$ sont approximativement les erreurs résiduelles dans la détermination absolue des corrections individuelles de hauteur $\Delta V_{absol.}$ d'après les formules (68) et (69).

Les erreurs résiduelles dans les $\Delta V_{absol.}$

		+			norm.			−		
Etoile 1905		α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.	α Pet. Ourse	I γ Aig.	II γ Aig.
		″	″	″	″	″	″	″	″	″
VII.	1.	+ 0,19	+ 0,37	− 0,46	+ 0,26	+ 0,10	− 0,08	+ 0,06	− 0,03	− 0,04
	26.	− 16	+ 17	− 1	+ 34	− 2	− 16	− 8	− 31	+ 11
	29.	+ 30	+ 17	+ 10	+ 30	0	+ 42	+ 1	− 36	+ 41
VIII.	3.	+ 3	+ 37	+ 7	+ 26	+ 8	15	+ 12	+ 15	− 23
	8.	− 41	− 30	+ 5	− 44	− 36	+ 5	− 8	− 49	+ 20
	9.	+ 43	− 40	− 20	+ 11	− 6	+ 14	+ 50	− 15	+ 10
	15.	− 20	+ 12	− 6	− 50	+ 12	+ 49	− 2	+ 37	− 9
	17.	− 10	− 16	+ 14	+ 21	+ 6	− 52	− 23	+ 14	− 17
	18.	− 8	− 32	+ 10	− 10	+ 10	− 23	− 25	− 29	− 30

Il en résulte l'erreur moyenne vraisemblable d'une seule détermination $\pm 0,''18$ ce qui veut dire que le calcul des ΔV est parfaitement déterminé par les équations (68) (69) et par la table des petites corrections $[\Delta v]$ avec une erreur moyenne vraisemblable d'une seule détermination de $\pm$ 0,″18.

Comme preuve comparons encore les résultats précédents avec la série d'observations du 13. VIII qui, quoique étant complète et sûre aussi a été néanmoins exclue du calcul des constantes A, B, C page 26. parce que le changement de température dans l'instrument au cours de l'observation a été très prononcé.

Les ΔV *du 13. VIII. 1905.*

(Observateur: Frič)

$(d - 1 \text{ VII.}) = 43$

$t = 13,0^{0}$

$p = 724,1^{mm}$

				Observation			*Calcul*		
Temps	Etoile	Série	τ	ΔV	$[\Delta V]_{d,\tau,t,p}$	$[\Delta v]$	$\Delta V_{absol.}$	Obs. - Cal	
h m			0	″	″	″	″	″	
19. 8,6	I. γ Aig.	−	16,2	+ 0,94	− 0,53	+ 1,25	+ 0,72	+ 0 22	
11,8		norm.	15,9	+ 0,19	− 0,34	+ 0,21	− 0,13	+ 32	
15,4		+	15,6	− 1,02	− 0,04	− 1,06	− 1,10	+ 8	
23,8	α P. O.	−	14,7	+ 1,74	+ 0,45	+ 1,28	+ 1,73	+ 1	
44,3		norm.	13,6	+ 1,36	+ 1,16	+ 0,15	+ 1,31	+ 5	
20. 5,0		+	12,8	+ 0,36	+ 1,69	− 1,30	+ 0,39	− 3	
8,2	II. γ Aig.	+	12,8	+ 0,74	+ 1,69	− 0,81	+ 0,88	− 14	
11,8		norm.	12,8	+ 1,99	+ 1,69	+ 0,31	+ 2,00	− 1	
15,0		−	12,7	+ 2,81	+ 1,72	+ 1,29	+ 3,01	− 20	

On voit que l'accord est très satisfaisant quoique la température de l'instrument ait varié de $3,^{0}4$ durant l'espace d'une heure.

DÉTERMINATION DE L'HEURE.

En ce qui concerne la détermination de l'heure, les observations ont été réduites par le même mode, comme cela a été décrit dans l'Etude 1903 page 20 etc. à l'exclusion de toutes les étoiles observées incomplètement. La moyenne S* a été calculée de tous les sept moments observés. Pour éviter le calcul de nouvelles tables spéciales, nous avons utilisé les différences $S_0 - S^*$ prises des tables spéciales de l'année 1902. Elles ont été calculées pour la hauteur moyenne d'alors $V_0 = 50^0\,0'18''{,}0$ et pour la latitude $\varphi^0 = 49^0\,54'31''{,}0$ mais les réductions correspondantes ont été ajoutées à l'égard des nouvelles constantes

$$V_+ = V_0 + \Delta V_+,\ V_{norm.} = V_0 + \Delta V_{norm.},\ V_- = V_0 + \Delta V_-,\ \varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi\ .$$

Les valeurs ΔV_+, $\Delta V_{norm.}$, ΔV_- ont été choisies de telle sorte que l'observation de l'une des trois séries des passages de γ Aigle et de α Petite Ourse n'empêchât pas les autres. On a atteint ce but de la manière suivante: L'angle aigu des miroirs a été changé de $\Delta V_{norm.} = -45''$ et les observations dans les autres hauteurs ont été faites à l'aide du prisme achromatique reversible placé au-dessus des miroirs, celui-ci déclinant les rayons de l'angle $\pm v = 6'\,28''$ dans les positions représentées par les figures 5 et 7 de sorte que

$$\begin{aligned} \Delta V_+ &= +\,343'' \\ \Delta V_{norm.} &= -\,45 \\ \Delta V_- &= -\,433\ . \end{aligned}$$

La correction $\Delta\varphi$ a été déterminée page 24

$$\Delta\varphi = -\,0''{,}34\ .$$

Le changement correspondant du temps de passage ΔS est égal au changement de l'angle horaire Δt et il résulte de l'équation (40) au membre second, auquel on ajoute encore un troisième terme par rapport à la correction de la latitude $-\frac{\Delta\varphi}{15\cos\varphi\,\mathrm{tg}\,A}$, (Etude 1903 éq. (21) page 31.) de sorte que

$$\Delta S = \Delta t = -\frac{\Delta V}{15\cos\varphi\,\sin A} - \frac{\Delta V^2\sin 1''}{30\cos^2\varphi}\,\frac{\frac{\mathrm{cotg}\,t}{\sin A} - \mathrm{tg}\,V\cos\varphi}{\sin A} - \frac{\Delta\varphi}{15\cos\varphi\,\mathrm{tg}\,A} \qquad (70)$$

On inserit ces réductions au bas de chaque table spéciale, puis on les ajoute à la valeur S_0 calculée d'après les anciennes dates de la table spéciale, comme cela a été décrit dans l'Etude 1903 page 35.

Comme exemple nous faisons suivre les tables spéciales pour δ Hercule et α Cassiopée ainsi transformées. Outre cela elles sont égales aux tables anciennes, sauf le petit changement des dates fondamentales de l'année 1903 par rapport aux corrections définitives d'Auwers (1906).

δ Hercule $17^h\,10^m$			α Cassiopée $0^h\,34^m$		
(δ_0)	(S_0)	pp	(δ_0)	(S_0)	pp
$24^\circ\,57'$	$19^h\,52^m$		$56^\circ\,0'$	$19^h\,59^m$	
$0''$	$22{,}17^s$	+	$0''$		−
		s		s	s
10	23,02	0,08	10	54,91	0,04
20	23,88	17	20	54,45	9
30	24,73	25	30	53,98	14
40	25,59	34	40	53,52	18
50		42	50	53,06	23
60		51	60	52,60	27
70		60	70	52,14	32
80		68	80		37
90		77	90		41
100			100		
A		$+66{,}6^\circ$	A		$-125{,}9^\circ$
cosec A		+ 1,09	cosec A		− 1,27
$\frac{t}{240}$		$+\frac{1}{100}$	$\frac{t}{240}$		$-\frac{1}{50}$
Réduction 1905			*Réduction 1905*		
+	norm.	−	−	norm.	+
s	s	s	s	s	s
− 38,69	+ 5,09	+ 48,80	− 55,38	− 5,73	+ 43,88

Voici les dates correspondantes du *Jahrbuch*.

1905	δ Herculis $3^m.0.$		α Cassiopejae $2.2 \ldots . 2^m.8.$	
	AR	Decl. +	AR	Decl. +
	$17^h\,11^m$	$24^\circ\,56'$	$0^h\,35^m$	$56^\circ\,0'$
	$9{,}05^s$	$83.1''$	11.08^s	$65.6''$
Sept. 7.	21	0	18	32
17.	8,84	83.1	11.26	68.8

Comme exemple nous faisons suivre le

Calcul des observations
de δ Hercule et α Cassiopée du 11. IX. 1905.
(Observateur Frič.)

δ Hercule

Série	+		norm.		—	
	Observation	$(S)_n$	*Observation*	$(S)_n$	*Observation*	$(S)_n$
	h m s		h m s		h m s	
S_1	19 51 29,50	33,50	19 52 13,19	17,34·	19 52 56,75	0,80
S_7	37,50		21,50		53 4,85	
S_2	31,17	33,68·	14,83	17,44·	58,42	1,08
S_6	36,20		20,06		3,74	
S_3	32,32	33,48·	16,20	17,33	59,83	0,84
S_5	34,65		18,46		1,85	
S_4	33,54	33,55·	17,43	17,37·	0,98	0,90·
		0		+ 1		+ 1
	h m	s	h m	s	h m	s
S*	19 51	33,55·	19 52	17,38·	19 53	0,91·

α Cassiopée

Série	—		norm.		+	
	Observation	$(S)_n$	*Observation*	$(S)_n$	*Observation*	$(S)_n$
	h m s		h m s		h m s	s
S_1	19 58 43,05	47,60	19 59 32,41	37,15	20 0 21 84	26,40·
S_7	52,15		41,89		30,97	
S_2	44,54	47,54	34,16	37,17	23,58	26,53·
S_6	50,54		40,18		29,49	
S_3	46,31	47,51	35,85	37,12·	25,26	26,53
S_5	48,71		38,40		27 80	
S_4	47,66	47,55	37,13	37,15	26,63	26,49
		+ 1·		0		+ 2
	h m	s	h m	s	h m	s
S*	19 58	47,56·	19 59	37,15	20 0	26,51

Le calcul des différences $(S_0 - S^*)$.

Etoile		**δ Hercule**			**α Cassiopée**	
Azimut		+ 67°			— 126°	
Série	+	norm.	—	—	norm.	+
	h m	s		h m	s	
(S_0)	19 52	24,14		19 59	52,28·	
ΔA R		8,96·			11,15	
		33,10·			63,43·	
S_0	54,41·	38,19·	21 91	8,05	57,70·	47,32
S*	33,55·	17,38·	0,91·	47,56·	37,15	26,51
$(S_0 - S^*)$	20 86	20,81	20 99·	20,48·	20,55·	20,81

Les azimuts étant presque complémentaires: $A_1 + (-A_2) = 193^0$, le calcul de la correction de l'heure a été fait d'après la méthode des corrections de hauteur (Etude 1903 p. 41—43).

La constante $K = \Delta V : 15 \cos \varphi$ a été calculée d'après la formule (ibid. p. 41 éq. 31)

$$K = \frac{\Delta V}{15 \cos \varphi} = \frac{(S_0 - S^*)_1 - (S_0 - S^*)_2}{\text{cosec } A_1 - \text{cosec } A_2}, \qquad (71)$$

où il faut ajouter au numérateur, la différence des corrections de l'heure correspondantes $-(\Delta S_1 - \Delta S_2)$ dont la valeur assez précise résulte d'une observation précédente.

La correction mentionnée du numérateur, par rapport au changement de la correction de l'heure étant $-0^s,02$ il résulte de la paire d'étoiles:

δ Hercule — α Cassiopée.

Série	+	norm.	—
	s	s	s
K	+ 0 01·	+ 0,10	+ 0,21

et, par conséquent, d'après la méthode des corrections de hauteur:

	δ Hercule			α Cassiopée		
Série	+	norm.	—	—	norm.	+
	s	s	s	s	s	s
$(S_0 - S^*)$	20,86	20,81	20,99·	20,48·	20,55·	20,81
$-K \text{ cosec } A$	— 1·	— 11	— 23	+ 26	+ 12·	+ 2
	s	s	s	s	s	s
ΔS	20,84·	20,70	20,76·	20,74·	20,68	20,83

puis, en ajoutant la correction constante de l'aberration diurne (Etude 1903 page 36) on obtient

$$\Delta S \text{ moyen} = \underline{20,76 + 0,02} \text{ pour } 19\,56 \text{ .}$$
s s h m

Les calculs précédents peuvent être considérablement simplifiés, si l'on tient compte de la symétrie presque parfaite des séries + et — comparées à la série normale. En calculant la moyenne arithmétique S des deux passages latéraux S^*_- et S^*_+, soit

$$S = \tfrac{1}{2}(S^*_- + S^*_+) \qquad (72)$$

la valeur S différera toujours très peu du temps de passage normal $S^*_{\text{norm.}}$ Puis, en donnant à la valeur S le poids 2 et à $S^*_{\text{norm.}}$ le poids 1 on obtient la valeur définitive S^*_3 de l'équation

$$S^*_3 = S + \frac{S^*_{\text{norm.}} - S}{3} \qquad (73).$$

et l'on fera tous les calculs et les réductions précédentes avec cette valeur comme si elle était une observation normale. Dans ce cas il n'est pas nécessaire de calculer les »Réductions 1905« pour les séries + et —, pourtant chaque observation qui n'est pas complète dans toutes les trois séries, sera évidemment exclue du calcul.

Dans l'Etude 1903 nous avons décrit page 38 la *méthode de la hauteur absolue* mais nous n'avions pu réussir alors son exécution pratique, parce que la détermination absolue de la constante de hauteur

$$\frac{\Delta\, \mathrm{V}\ (10^{0},720^{m/m})}{15\cos\varphi}$$

avait été rendue impossible par les anomalies de hauteur décrites sur la page 51 et suiv. de la même Etude.

Mais maintenant, après avoir remplacé le prisme par les miroirs croisés et ayant de cette façon écarté ces anomalies, l'exécution pratique du calcul de l'heure d'après la méthode de la hauteur absolue a complètement réussi.

Après avoir trouvé d'après l'équation (68) la constante moyenne de hauteur

$$[\mathrm{K}]_{3} = \frac{[\Delta\, \mathrm{V}]_{d,\tau,t,p} + 0'',14}{15\cos\varphi}$$

en ajoutant au numérateur la moyenne des petites corrections Δv_{+}, $\Delta v_{\text{norm.}}$, Δv_{-} égale à $+\,0'',14$ on peut calculer la correction de l'heure ΔS d'après l'équation

$$\Delta \mathrm{S} = (\mathrm{S}_{0,\,\text{norm.}} - \mathrm{S}_{3}^{*}) - [\mathrm{K}]_{3}\ \mathrm{cosec\ A} \quad .$$

Mais, si l'on veut déterminer séparément l'heure de chaque hauteur il faut ajouter au $[\Delta\, \mathrm{V}]_{d,\tau,t,p}$ moyen les corrections $[\Delta v]_{+}$: $[\Delta v]_{\text{norm.}}$, $[\Delta v]_{-}$ qui se trouvent pour divers azimuts dans la table page 28. En négligeant les différences azimutales remplaçons par exemple $\Delta v_{\text{norm.}}$ par la valeur moyenne de trois déterminations $[\Delta v]_{\text{norm.}}$ pour, α Petite Ourse, I γ Aigle et II γ Aigle. Calculons de même les valeurs moyennes Δv_{+} et Δv_{-} et nous trouverons

$$\begin{aligned} \Delta v_{+} &= -\,1'',06 \\ \Delta v_{\text{norm.}} &= +\,0,22 \\ \Delta v_{-} &= +\,1,27 \quad . \end{aligned}$$

Nous corrigerons alors de ces valeurs le terme $[\Delta\, \mathrm{V}]_{d,\tau,t,p}$ dans la formule (68) ou plus simplement encore nous les ajouterons aux chan-

gements de hauteur (page 30) et nous calculerons les »Réductions absolues pour 1905« d'après la formule (70) pour les valeurs

$$\begin{aligned} \text{absol}\,\Delta V_{+} &= \Delta V_{+} + \Delta v_{+} = +\,34\overset{''}{1},94 \\ \text{absol}\,\Delta V_{\text{norm.}} &= \Delta V_{\text{norm.}} + \Delta v_{\text{norm.}} = -\,44,78 \\ \text{absol}\,\Delta V_{-} &= \Delta V_{-} + \Delta v_{-} = -\,431,73 \quad . \end{aligned}$$

Nous trouverons ainsi par ex. pour δ Hercule et α Cassiopée:

	δ Hercule			**α Cassiopée**		
	Réductions absolues 1905.			*Réductions absolues 1905.*		
Série	+	norm.	−	−	norm.	+
	s	s	s	s	s	s
	− 38,57	+ 5,06·	+ 48,66	− 55,21·	− 5,70	+ 43,74·

Nous ajouterons ces »réductions absolues 1905« à la fin des tables spéciales et nous nous en servirons pour le calcul des différences $(S_0 - S^*)$ au lieu des »Réductions 1905«. La correction de l'heure est donnée par les équations

$$[K] = \frac{[\Delta V]_{d,\tau,t,p}}{15 \cos \varphi} \qquad (74)$$

$$\Delta S = (S_0 - S^*) - [K]\ \text{cosec}\ A \quad .$$

Calculons par exemple la correction de l'heure par la méthode de la hauteur absolue avec les mêmes dates employées plus haut (pages 32 et 33) pour la méthode des corrections de hauteur.

Exemple du calcul de l'heure par la méthode de la hauteur absolue.

Le calcul des différences $(S_0 - S^*)$.

Date 1905 IX. 11.

	δ Hercule			**α Cassiopée**		
Azimut		+ 67°			− 126°	
Série	+	norm.	−	−	norm.	+
		s			s	
(S_0)	19h 52m	24,14		19h 59m	52 28·	
Δ A R		8.96·			11,15	
		33,10·			63,43·	
S_0	54,53·	38,17	21,76·	8,22	57,73·	47,18
S^*	33,55·	17,38·	0,91·	47,56·	37,15	26,51
$(S_0 - S^*)$	20,98	20,78·	20,85	20,65·	20,58·	20,67

La correction moyenne de hauteur $[\Delta V]_{d,\tau,t,p}$ est calculée d'après la formule (68) où le terme constant du second membre: — 2″,088 avait dû être de nouveau déterminé, parce qu'il avait été nécessaire de démonter et de rectifier encore l'appareil dans les jours du 30. VIII. à 4. IX. Il en était résulté un petit changement dans l'angle des miroirs. Pour déterminer le changement correspondant de hauteur, le 5. IX. on a observé une série d'étoiles méridiennes puis la valeur $[\Delta V]$ a été déduite d'après l'expres-

sion (64) et comparée avec la valeur $[\Delta V]_{d,\tau,t,p}$ résultant de la formule (68). La différence

$$[\Delta V] - [\Delta V]_{a,\tau,t,p} = -1'',86$$

est le changement de hauteur cherché. Nous l'ajouterons au terme constant $-2'',088$ dans la formule (68) et nous nous servirons alors, dans tous les calculs concernant les corrections de hauteur absolue après la rectification du 4. IX. 1905, de l'équation corrigée

$$[\Delta V]_{d,\tau,t,p} = -3'',95 + 0'',1253\,(d - 1.\,VII.) - 0'',6536\,(\tau - 10^0) + \\ + 0'',162\,(t - 10^0) - 0'',064\,(p - 720^{mm}) \qquad (75)$$

Voici, pour notre cas où $(d - 1.\,VII) = 72$ les autres dates et calculs:

	h m	h m	h m
Heure	19 37	19 56	20 14
τ	$18,1^0$	$17,8^0$	$17,8^0$
t	17,9°	17,8°	17,7
p	720,5 mm	720,4 mm	720,4 mm
[K]	+ 0,111 s	+ 0,130 s	+ 0,128 s

On interpole de ces résultats les valeurs de la constante de hauteur pour le moment du passage normal de δ Hercule et α Cassiopée et on l'ajoute aux différences $(S_0 - S^*)$ d'après les formules (74) d'où il résulte

	δ Hercule			α Cassiopée		
Série	+	norm.	−	−	norm.	+
$(S_0 - S^*)$	20,98 s	20,78° s	20,85 s	20,65° s	20,58° s	20,67
− [K] cosec A	− 14	− 14	− 14	+ 16°	+ 16°	+ 16°
ΔS	20,84 s	20,64° s	20,71 s	20,82 s	20,75 s	20,83° s

En prenant la moyenne arithmétique de toutes ces déterminations, le résultat est en accord parfait avec celui de la méthode des corrections de hauteur (page 33)

$$\Delta S \text{ moyen} = +\underline{20,76^{\cdot}}\,{}^{s} + \underline{0,02}\,{}^{s} \text{ pour } 19^h\,56^m .$$

Par la méthode de la hauteur absolue nous avons fait le calcul de trois longues séries d'observations d'étoiles horaires et le résultat a été parfaitement satisfaisant, quoique le changement de température dans l'instrument ait été très prononcé, notamment durant les premières heures de l'observation. Nous faisons suivre comme exemple le détail de tous les résultats de la détermination de l'heure, déduits des observations du 11. IX. 1905.

Les notations de température et de pression puis les valeurs correspondantes des corrections de hauteur $[\Delta V]_{d,t,\tau,p}$ et des constantes de hauteur [K] se trouvent dans la table suivante:

Températures et constantes de hauteur pour le
11. IX. 1905.

Heure h m	τ °	t °	p	$[\Delta V]_{d,\tau,t,p}$ "	[K] s
17.10	28,5*)	21,3*)	719,3**)	− 5,14	− 0,533
18. 5	21,5	19,9	,3	− 0,80	− 083
18.18	21,0	19,7	,3	− 0,51	− 053
18.32	19,8	18,7	,3	+ 0,10	+ 010
18.54	19,0	18,7	,4	+ 0,65	+ 067
19.10	18,6	18,4	,5	+ 0,86	+ 089
19.37	18,1	17,9	,5	+ 1,07	+ 111
19.56	17,8	17,8	,5	+ 1,25	+ 130
20.14	17,8	17,7	,5	+ 1,23	+ 128
20.48	17,3	16,9	,6	+ 1,46	+ 151
21.17	17,1	17,0	,6	+ 1,60	+ 166
21.34	17,0	17,1	6	+ 1,69	+ 175
21.55	17,0	17,2	,7	+ 1,70	+ 176
22.20	17,0	17,2	,7	+ 1 70	+ 176
22.35	17,0	17,2	,7	+ 1,70	+ 176
22.54	16,9	16,9	,8	+ 1,70	+ 176
23. 1	16,8	16,8	719,8**)	+ 1,71	+ 177

Les résultats de la détermination de l'heure de chaque série parallèle se trouvent page 38. Dans la colonne inscrite $\Delta S_{graph.}$ se trouvent les corrections de l'heure graphiquement égalisées puis dans les trois colonnes suivantes les différences r entre les valeurs observées et graphiquement égalisées soit les erreurs résiduelles. De là l'erreur moyenne vraisemblable dans la détermination de l'heure d'une seule observation complète S* (moyenne de sept moments) a été calculée pour chaque série +, norm., et −.

Dans l'Etude 1903 pages 21 à 24 nous avons trouvé l'erreur moyenne vraisemblable d'un seul passage complet comme moyenne de douze moments individuels $\pm 0^s,030$ tandis que pour la détermination de l'heure (page 44) l'erreur moyenne vraisemblable d'une seule détermination a été $\pm 0^s,058$.

En 1905, quoique la moyenne S* d'un passage complet n'ait été déterminée que de sept moments individuels, les observations ont été beaucoup plus précises comme le prouvent les résultats pour η Pégase et δ Hercule (page 16.) où l'erreur moyenne vraisemblable dans la détermination de la moyenne S* d'un passage complet d'étoiles horaires est égale à

$$\Delta S^* = \pm 0^s,019.$$

---

*) Notation de la température immédiatement après que la couverture a été enlevée de l'appareil. L'observation même a commencé presque une heure plus tard.

**) Seules la première et la dernière notation ont été lues au baromètre; les autres valeurs sont interpolées.

Résultats de la détermination de l'heure
du 11. IX. 1905.
(Observateur: Frič.)

Etoile	Grand.	A	S	ΔS_+	$\Delta S_{norm.}$	ΔS_-	$\Delta S_{graph.}$	r_+	$r_{norm.}$	r_-
			h m	s				s	s	s
η Urs. M.	2,0	+ 115°	17.59	+ 20,80·	20,83·	20,82·	20,85	— 0,04·	— 0,01·	— 0,02·
ζ Cyg.	3,0	— 78	18. 3	86	87	81·	85	+ 1	+ 2	— 3·
γ Boo.	2,9	+ 96	18. 8	83·	84	81·	85	— 1·	— 1	— 3·
λ Boo.	4,0	+ 110	18.18	87·	89·	79·	85	+ 2·	+ 4·	— 5·
α Cor.	2,0	+ 72	18.23	94·	83	97	85	+ 9·	— 2	+ 12
γ Herc.	3,1	+ 52	18.27	75·	85·	84	84·	— 9	+ 1	— 0·
δ Boo.	3,0	+ 85	18.32	88	88	81	84	+ 4	+ 4	— 3
β Boo.	3,3	+ 99	18.46	83·	80·	84·	83·	0	— 3	+ 1
β Herc.	2,3	+ 59	18.51	92	71	89·	83	+ 9	— 12	+ 6·
μ Boo.	3,8	+ 94	18.57	76·	73·	76·	82·	— 6	— 9	— 6
o And.	3,6	— 101	19. 6	78·	88·	90	82	— 3·	+ 6·	+ 8
β Cass.	2,1	— 130	19.22	84·	84	82	81	+ 3·	+ 3	+ 1
η Peg.	3,0	— 77	19.33	76·	78·	78·	79·	— 3	— 1	— 1
ι And.	4,0	— 103	19.39	66·	74	73·	78·	— 12	— 4·	— 5
δ Herc.	3,0	+ 67	19.53	84	64·	70·	76·	+ 7·	— 12	— 6
α Cass.	2, 2 - 2,8	— 126	20. 0	83·	75	82	75·	+ 8·	— 0·	+ 6·
γ Cass.	2,0	— 133	20. 5	85·	81·	78	75	+ 10·	+ 6·	+ 3
ε Herc.	3,6	+ 80	20. 7	...	63	...	74·	...	— 11	...
η Herc.	3,1	+ 99	20.21	78	72	75	72	+ 6	0	+ 3
τ Herc.	3,3	+ 110	20.22	...	76	64	72	...	+ 4	— 8
δ Cass.	2,8	— 132	20.35	79·	68	69	70	+ 9·	— 2	— 1
μ Herc.	3,3	+ 73	20.38	64·	62·	69	69	— 4·	— 6·	0
ϑ Drac.	3,6	+ 130	20.42	64·	65	69	68·	— 4	— 3·	+ 0·
π Herc.	3,1	+ 92	20.45	63	68	60	68	— 5	0	— 8
ε Cass.	3,3	— 138	20.54	68.	70	74	66	+ 2·	+ 4	+ 8
α And.	2,0	— 78	21. 3	59	61	62	64	— 5	— 3	— 2
μ And.	4,0	— 94	21.13	52	58	55	62	— 10	— 4	— 7
υ Pers.	3,6	— 112	21.20	52	55	65	60·	— 8·	— 5·	+ 4·
δ And.	3,3	— 79	21.26	58	54·	60	59·	— 1·	— 5	+ 0·
β And.	2,3	— 89	21.38	59	57·	62	57	+ 2	+ 0·	+ 5
ι Herc.	3,3	+ 109	21.41	56	55·	58·	56·	— 0·	— 1	+ 2
β Drac.	2,6	+ 116	21.52	61	57	56	54·	+ 6·	+ 2·	+ 2
γ Sag.	3,6	+ 52	22. 3	53	...	49	52	+ 1	...	— 3
γ And.	2,4	— 101	22. 6	44	...	50	51·	— 7·	...	— 1
α Lyrae	1,0	+ 95	22.13	41	49·	38·	51	— 9	— 0·	— 11·
γ Drac.	2,3	+ 118	22.16	...	51·	...	50	...	+ 1·	...
β Cyg.	3,0	+ 73	22.22	...	36·	...	48	...	— 11·	...
ϑ Pers.	4,1	— 114	22.24	...	51·	...	48	...	+ 3·	...
ξ Drac.	3,3	+ 127	22.28	56·	53	46	47	+ 9·	+ 6	— 1
γ Pers.	3,0	— 121	22.32	52	48	54·	46	+ 6	+ 2·	+ 8·
β Triang.	3,0	— 87	22.38	...	40	38	44·	...	— 4·	— 6·
α Triang.	3,6	— 76	22.45	41	48·	38·	43	— 2	+ 5·	— 4·
ϑ Lyrae	4,3	+ 94	22.50	45	36	40·	42	+ 3	— 5·	— 1·
α Pers.	2,0	— 115	23. 2	45·	39·	53·	39	+ 6·	+ 0·	+ 14·
								s	s	s
L'erreur moyenne vraisemblable d'une détermin. individ.								± 0,042	± 0,035	± 0,038

D'après les résultats précédents l'erreur moyenne vraisemblable dans la détermination de l'heure d'un passage S* est égale en moyenne à $\pm 0^s,038$ ce qui est, cette fois aussi, une valeur beaucoup plus grande que l'erreur moyenne vraisemblable ΔS^* d'un seul passage complet ($\pm 0^s019$).

Dans l'Etude 1903 (p. 50.) nous avons expliqué cette discordance par certaines anomalies de hauteur qu'il nous a réussi de supprimer cette fois-ci, le prisme ayant été remplacé par les miroirs croisés. Cependant la discordance a persisté et nous en cherchons une autre cause.

Le mouvement de l'atmosphère effectue incessamment de petites anomalies de réfraction qui ne durent que des fractions de seconde et qui oscillent auprès d'une certaine position d'équilibre. Nous soupçonnons que cette position est influencée par des perturbations de plus longue durée ce qui expliquerait tout simplement la discordance mentionnée.

RÉSUMÉ ET QUELQUES NOUVELLES MODIFICATIONS CONSTRUCTIVES.

L'étude des erreurs personnelles a conduit au résultat, que les moments individuels du passage contiennent donc en divers azimuts diverses erreurs personnelles qui sont restées constantes pour le même observateur au moins pendant la durée de nos observations. Par conséquent nous ne déterminons pas par l'observation le moment du passage d'une étoile par un cercle de hauteur *constante*. Les résultats du calcul basés sur cette supposition contiennent donc certaines petites erreurs constantes et systématiques du même ordre que les différences de hauteur occasionnées par les erreurs personnelles en divers azimuts.

Ces erreurs systématiques constantes ne nuisent pas s'il ne s'agit que des valeurs relatives des inconnues; ainsi dans notre cas, par exemple, pour des changements temporaires ou pour ceux que produit l'action de la température sur l'angle des miroirs.

Nous voulons essayer de supprimer en partie les erreurs systématiques des passages orientals ou occidentals, en posant dans un de ces cas un *petit prisme redresseur devant l'oculaire* afin de donner la même direction au mouvement de chaque paire d'images pour les étoiles de l'orient, comme pour celles de l'occident. Néanmoins subsisteront encore après, des différences non moindres occasionnées par les différentes vitesses du mouvement, comme le prouvent les erreurs personnelles dans les passages des étoiles η Pégase et δ Hercule en comparaison des erreurs correspondantes dans le passage cinq fois plus lent de Iγ Aigle et IIγ Aigle (page 12).

Peut-être nous réussira-t-il de supprimer toutes les erreurs personnelles par le *micromètre rotatoire à prismes* que nous avons mentionné dans l'Etude 1903 page 61. et que nous étudions surtout en combinaison avec le diazénithal (A. N. Nro 3975). Nous remarquons en passant que cet instrument est d'un usage plus étendu car, étant posé devant l'objectif d'un téléscope, il le rend propre à certaines *mesures héliométriques*. Nous en parlerons plus en détail dans une de nos prochaines publications.

L'angle des miroirs a changé régulièrement avec la température et avec le temps de sorte qu'il a été possible d'exprimer ce changement par la formule

$$\Delta V = -2''{,}088 + 0''{,}1253\,(d - 1.\ \text{VII.}) - 0''{,}6536\ (\tau - 10^0)$$

avec l'erreur moyenne vraisemblable d'une détermination de seulement $\pm 0''{,}09$ en comprenant par »*une détermination*« la moyenne de *neuf déterminations individuelles* de chaque jour, comme cela a été expliqué plus en détail page 26.

Puis, il a été possible d'exprimer les déterminations individuelles du changement de hauteur ΔV avec une erreur moyenne vraisemblable de $\pm 0''{,}18$ (page 29) par la même formule complétée à l'égard des changements de réfraction occasionnés par la température et par la pression et encore à l'égard des petites corrections spéciales et constantes Δv dans les séries +, norm., et —.

Ce résultat est bien satisfaisant puisque l'erreur moyenne vraisemblable $\Delta S^{*\prime\prime}$ dans la détermination de la hauteur du passage moyen S* des étoiles méridiennes ne dépassait $\pm 0''{,}09$ pour α Petite Ourse et $\pm 0''{,}12$ pour γ Aigle (page 16).

Des anomalies de hauteur atteignant même $\pm 3''$ dans les cas extrêmes (Etude 1903 p. 49) se sont montrées avec l'ancien instrument de l'année 1902. Nous avons donné la cause de ces anomalies (l. c. p. 51 etc.) en expliquant que le faisceau des rayons incidents était divisé par réflexion sur les côtés argentés du prisme et cela *horizontalement* en deux moitiés l'une du haut et l'autre du bas et que de cette manière le moment de la coïncidence des images et par conséquent la hauteur observée de cette coïncidence est altérée par le changement de la distance focale de l'objectif et de la position du plan d'accomodation de l'oeil. Nous en avons conclu qu'il sera possible de supprimer ces anomalies en remplaçant le prisme par deux miroirs croisés qui divisent le faisceau des rayons incidents en deux parties *verticales* l'une à gauche et l'autre à droite (Etude 1903 p. 57 etc.).

Ainsi que le prouvent les résultats précédents cette modification a parfaitement réussi de sorte que même *la détermination de l'heure par la méthode de la hauteur absolue* (Etude 1903 p. 38.) *a pu être réalisée.* C'est le mode le plus commode de la détermination de l'heure non seulement en ce qui concerne les calculs des réductions, mais aussi dans le choix des étoiles convenables. Toutes les autres méthodes exigent l'observation de deux étoiles au moins l'une à l'orient et l'autre à l'occident dont le choix est limité de plus par certaines conditions tandis que *pour déterminer l'heure d'après la méthode de hauteur absolue, il suffit de n'observer qu'un seul passage de n'importe quelle étoile à l'orient ou à l'occident.*

En résumé nous sommes arrivés à déterminer l'heure par cette méthode d'un passage moyen S* avec une erreur moyenne vraisemblable de $\pm 0^s,038$ (p. 38), ce qui est une valeur beaucoup plus grande que l'erreur moyenne vraisemblable d'un passage moyen S*, soit $\Delta S^* = \pm 0^s 019$ (p. 16). Nous avons déjà trouvé pareille discordance autrefois (Etude 1903 p. 44) et nous continuons à en étudier la cause (p. 39).

Nous avons obtenu en général *des résultats plus précis* qu'en l'année 1902. Cette augmentation de précision est due surtout à la *division lamellaire des rayons en quatre parties identiques* et par conséquent au fait que les étoiles se montraient en forme de *traits horizontaux* courts et fins, dont la coïncidence et les groupements symétriques peuvent être déterminés avec plus de précision que si les images de diffraction étaient différentes et irrégulières (pp. 5 et 6).

L'écart des images dédoublées a été choisi plus petit encore que pour les images triples de l'année 1902 soit 50″ et 90″ au lieu de 90″ et 150″ (Etude 1903 p. 14).

L'emploi du *prisme achromatique réversible* (ibid. p. 60.) a permis de *tripler dans le même laps de temps le nombre d'observations* et les résultats donnés par les séries parallèles + et — sont équivalents en général aux résultats obtenus de la série normale (par ex. p. 38.).

Une nouvelle amélioration de l'appareil serait possible par la diminution du changement de l'angle des miroirs. Nous espérons l'atteindre en remplaçant le support compliqué employé jusqu'à présent par un autre, fait d'une seule pièce de métal et en supprimant toute partie corrigible.

Nous avons fait faire un support de ce genre en acier-nickel (invar), qui doit nous servir dans nos prochaines études.

TABLE DES MATIÈRES.

Introduction . . . . . 1.
La construction de l'appareil circumzénithal modèle 1905 (Planche I) . . . . . 3.
Les erreurs personnelles et vraisemblables . . . . . 7.
Changement de l'angle des miroirs . . . . . 24.
Détermination de l'heure . . . . . 30.
Résumé et quelques nouvelles modifications constructives . . . . . 40.

Note sur la synthèse de l'hydrogène sulfuré.

Par

le Dr. Jar. Milbauer,

Docent à l'Ecole Polytéchnique tchèque de Prague.

Présenté le 23 juillet 1905 et le 16 février 1906.

Déjà *Scheele* et *Davy** en avaient la connaissance qu'à température élevée l'hydrogène et le soufre s'unissent directement. Néanmoins *Roscoe* dans son livre (Kurzes Lehrbuch der Chemie 1867) le conteste. En 1868 *Cossa* (Ber. Ber. 1. 117) a observé la formation de l'hydrogène sulfuré en mettant en contact l'hydrogène et la vapeur de soufre. Peu de temps après *Merz* et *Weith* (Ber. Ber. 2. 341) ont démontré par l'expérience que l'hydrogène brûle dans la vapeur de soufre. Plus tard notre réaction était poursuivie par *Hautefeuille* (Comp. r. 64. 610) jusqu'à la température de 440°. Il a observé que la réaction n'est pas complète, parce qu'une partie de l'hydrogène sulfuré se dissociait. *Pélabon* (Comp. r. 124. 686) a étudié cette réaction au point de vue de la chimie physique, il a constaté que la synthèse commence à 215° et donne une quantité de l'hydrogène sulfuré qui augmente avec la température. En mesurant la vitesse de cette réaction, il a trouvé qu'elle est plus grande quand la quantité de soufre excède celle de l'hydrogène et qu'elle dimunue lorsqu'on fait diluer l'hydrogène par l'azote. En chauffant une quantité limitée d'hydrogène et une grande quantité de soufre dans les tubes scellés *Bodenstein* (Gasreaktionen in der chemischen Kinetik. Habilitationsschrift Heidelberg; Zeit. f. physikalische Ch. 29. 315.) avait l'occasion de trouver que la vitesse de la réaction est proportionelle à la pression de l'hydrogène. Il a reconnu une autre loi quand il a fait varier la pression de la vapeur de soufre. En ce cas, la vitesse est proportionnelle à la racine carrée de cette pression. Outre cela, de ses expériences on doit conclure que la transformation $S^8 \rightleftarrows 4S^2$ est très lente, tandis que $S^2 \rightleftarrows 2S$ très rapide.

*) Moissan: Traité de Chimie minérale I. 340.

Dans la présente Note je donne la connaissance de quelques matières qui pourraient fonctionner comme catalysateurs.

J'ai operé avec un tube de verre de Bohême, chauffé dans le thermostat à une certaine température constante, en laissant passer l'hydrogène à pression constante* par la masse de soufre fondu. Le tube était adapté à un condenseur de Drechsler, où l'on a toujours mesuré la mème quantité de la solution d'iode titré. L'hydrogène sulfuré avec l'excès de l'hydrogène passait dans la liquide. On mesure le temps du passage et l'on dose la quantité de l'hydrogène sulfuré après l'expérience au moyen du dosage volumetrique (en retour) par l'arsénite de sodium. La température était toujours 278°, on pesait dans le tube 20 *g* de soufre et puis 0,1 *g* de la matière, servante comme catalysateur (calculé à l'élement).

Les resultats obtenus pour la vitesse dans une heure sont suivants:

a) sans aucune matière de contact:

I. 3,2; 3,6; 3,5; 3,5; 3,6; 3,5
II. 3,7; 3,7; 3,4; 3,5

b) en présence du sulfure de cuivre comme catalysateur:

3,8; 3,6; 3,5; 3,4; 3,2;

c) avec le sulfure d'argent:

3,7; 3,7; 3,4; 3,7; 3,5

d) avec le sulfure d'or:

2,1; 2,8; 2,8; 2,9; 2,4; 2,9

e) avec le sulfure de mercure:

3,5; 3,7; 3,7; 3,7; 3,7; 3,6

f) sulfure de thallium

2,1; 2,1; 2,4

g) sulfure d'arsenic ($As^2 S^3$)

4,5; 3,4; 3,4; 3,4; 3,4

h) sulfure de molybdène:

2,3; 3,4; 3,4

---

*) J'ai usé le même principe dont se servait Betti (Chem. Zeitg. 29. 219) l'hydrogène était assemblé dans un gazomètre modifié.

i) sulfure de platine:

2,4; 2,8; 2,4

j) avec le noire de platine:

4,4; 5,0; 4,4

k) avec le mercure métallique:

1,9; 2,9; 3,6; 3,3; 3,4 puis constant

l) palladium métallique:

2,0; 2,2; 2,1; 2,0; 2,1; 2,2

m) phosphore rouge:

6,5; 6,3; 6,6.

On voit bien que tous ces matières n'ont pas joué la rôle des catalysateurs positives, excepté le phosphore et la platine. Nous connaissons bien que quelques combinaisons des métaux énumérés plus haut réagissent dans les procédés oxydantes catalytiquement comme catalysateurs positifs; les combinaisons des métaux, même employés sous forme des sulfures ne montrent pas aucune accélération de la réaction de l'hydrogène sur le soufre à la température dans laquelle j'opérais. Il est possible que la cause de ce phénomène soit une plus grande stabilité des sulfures dans l'atmosfère de l'hydrogène. Pour le phosphore on peut s'imaginer qu'à cette température la catalyse est formée par une vibration de deux réactions, suivant le schéma ci-dessous:

$$P^2S^5 + 16H = 2PH^3 + 5H^2S$$
$$2PH^3 + 8S = P^2S^5 + 3H^2S^*$$

Dans une autre série d'expériences j'ai étudié l'influence de la variation de la température sur la vitesse de la réaction.

Voici les resultats obtenus:

	Température:	Quantité d'hydrogène sulfuré, formée dans une heure:
A)	154° C	0,06 *mg* H_2S
	172° »	0,12 » »
	230° »	0,34 » »
	243° »	0,6 » »
	247° »	0,7 » »

*) Cette réaction était indiquée par *Davy* (Moissan: Traité de Chimie minérale I. 737).

Température:	Quantité d'hydrogène sulfuré, formée dans une heure:
256° C	0,8 *mg* H_2S
265° »	1,6 » »
272° »	2,7 » »
278° »	3,5 » »
281° »	4,0 » »
284° »	4,3 » »
288° »	4,8 » »

B) En présence de phosphore comme la matière catalysante:

Température:	Quantité d'hydrogène sulfuré, formée dans une heure:
179°C	5,8 *mg* H_2S
183° »	6,3 » »
192° »	9,0 » »
197° »	9,6 » »
204° »	12,0 » »
213° »	17,0 » »
218° »	24,9 » »
222° »	10,4 » »
227° »	8,8 » »
232° »	7,3 » »
235° »	6,8 » »
247° »	6,7 » »
258° »	6,6 » »
270° »	6,5 » »
275° »	6,3 » »
278° »	6,5 » »

D'après les nombres (sub. B) observés par moi la vitesse de la réaction augmente jusqu'à la température de 218°, le point culminant; passé cette température élevée elle diminue progressivement. Je serais prête d'accepter la hypothèse que la diminuation de la vitesse de la réaction est causée par une formation d'un sulfure de phosphore dont les proprietés catalytiques probablement sont moindres.

À la fin je dois dire que l'opinion, prononcé par M. Bodenstein (l. c.) que la transformation $S^8 \rightleftarrows 4S^2$ est beaucoup plus lente que celle de $S^2 \rightleftarrows 2S$, répond à la vérité.

Pour le prouver nous avons chauffé hors de thermostat le soufre dans un tube à une temperature près d'ébullition, nous avons placé le tube au thermostat et quand il a pris la température de 278°

nous avons laissé passer le courant d'hydrogène dans les mêmes conditions que nous avons indiquées plus haut. Alors nous avons obtenu dans ce cas pour la vitesse des nombres beaucoup plus élevés de ceux de la prémière expérience. Un grand nombre de molécules nS^8 étaient désagrées en $4S^2$, puis en $8nS$ et restaient en cet état à la température du thermostate, c'est à dire de 278°.

Travail fait au laboratoire de l'Ecole Polytechnique tchèque
de Prague.

Über rudimentäre Punktaugen bei den Tipulidae.

Von

Dr. Em. Rádl.

Vorgelegt am 30. November 1906.

Nur von einer Gattung der Tipuliden *(Trichocera)* wird angegeben, dass sie Punktaugen (Scheitelaugen, ocelli) besitzt,*) allen anderen Gattungen dieser grossen Familie, sowie der verwandten Familien der Culiciden und Chironomiden sollen die Punktaugen fehlen. Ich habe jedoch gefunden, dass mehrere Arten der Gattungen *Tipula*, *Ptychoptera*, *Pachyrhina*, *Limnobia* (nämlich alle untersuchten Tipuliden) und auch Culex annulipes zwei rudimentäre Punktaugen in der Nähe der zusammengesetzten Augen und über denselben besitzen. Von der Oberfläche erscheinen sie als kleine Erhebungen der Chitinhaut, welche undurchsichtig bleibt. Sie sind pigmentlos, aus einer Hypodermis und einem rudimentären einem Ganglion ähnlichen Gebilde, welches mit der Hypodermis durch zelulläre Stränge und durch ein Geflecht von Bindegewebsfibrillen verbunden ist, zusammengesetzt und sind durch ziemlich dicke Nervenstränge mit dem Gehirn verbunden. Eine Retina fehlt vollständig; die Zellen sind nicht nach der Art der Retinazellen epithelial und mit ihrer Längsachse senkrecht zur distalen Oberfläche des Gebildes gestellt, keine Sehstäbchen sind vorhanden, es sei denn, dass man feine und undeutliche Plasmaerhebungen, welche an der Fig. 3 angedeutet sind, oder die Fibrillen, die man an der Fig. 4 bemerken kann, in diesem Sinne deuten sollte. In der Mitte der retinalen Seite des Rudimentes findet man eine Einstülpung (Fig. 2, 3, 4 bei *d*), welche ich mit dem oft spezifisch entwickelten mittleren Teil der Ozellen homologisiren möchte. Zwischen der Hypodermis und der rudimentären Retina liegt eine kleine Zellengruppe (auf den Figuren nicht gezeichnet), wahrscheinlich Blutzellen darstellend.

---

*) *Osten-Sacken* Stettin in. Entom. Ztg. 1862. S. 128. Vgl. auch *O. E. Imhof* in Zool. Anz. 23. 1900. S. 116.

Dr. Em. Rádl: Über rudimentäre Punktaugen bei den Tipulidae.

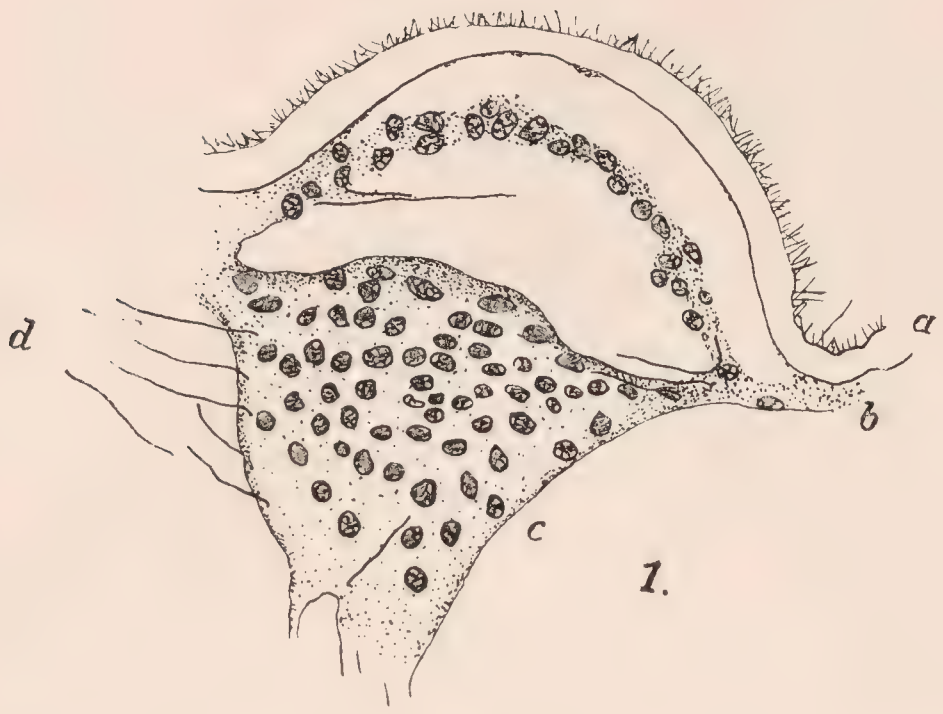


Fig. 1.

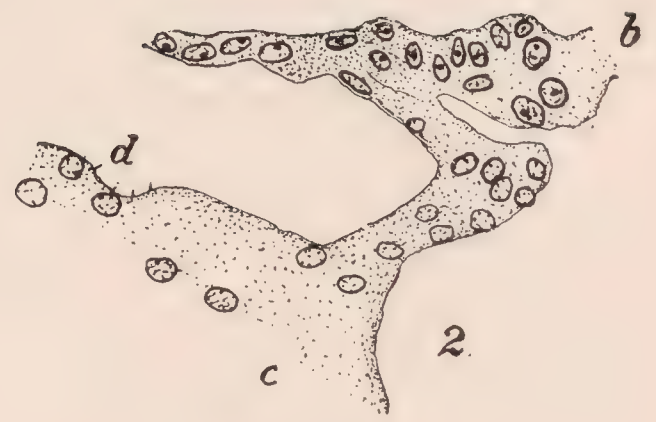


Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Das Auge ist offenbar funktionslos, und sein Vorhandensein in rudimentärem Zustande gibt einen neuen Beweis für die grosse morphologische Bedeutung der Punktaugen.

Erklärung der Figuren.

Fig. 1. Horizontalschnitt durch das Punktauge von Tipula fascipennis. Reichert Obj. 7., Oc. 1. Camera *a*, Chitinhaut; *b*, Hypodermis; *c*, ganglionnäres Gebilde; *d*, Bindegewebsfibrillen.

Fig. 2. Sagittalschnitt durch eine Ecke des Punktauges von Tipula. Obj. 7, Oc. 3. Cam; *d*, Einsenkung in der Mitte des ganglionnären Gebildes, sonst wie Fig. 1.

Fig. 3. Distaler Teil des Ganglions (Retina); bei *d* die Einstülpung. Homog. Immers. Oc. 1. Cam.

Fig. 4. Ein anderer Schnitt durch jene Einstülpung allein. Hom. Imm. Oc. 3. Cam.

Fig. 5. Punktauge von Culex annulipes; von der Chitinhaut ist nur ein kleines Stück links eingezeichnet, die Hypodermis fehlt.

Neue Formen statisch bestimmter durchgehender Fachwerke.

Von

Dr. techn. Zdeněk Bažant.

(Mit 2 Tafeln.)

Vorgelegt am 20. Oktober 1906.

I. Durchgehender Träger von drei Öffnungen mit Gelenkvierecken über den inneren Stützen und festen Stützpunkten aussen.

1. Ein durchgehender Balkenträger*) mit einem festen Stützpunkte ist statisch bestimmt, sobald er Gelenkvierecke über allen inneren Stützen enthält. Besitzt der Träger zwei feste Stützpunkte, also um einen unbekannten Stützenwiderstand mehr, dann muss ein Mittelgelenk in beliebiger Öffnung wegen statischer Bestimmtheit vorhanden sein. Bei einem solchen Träger (Fig. 1. *a*) ermittelt man die äusseren und inneren Kräfte in der Weise, dass man die Geraden bestimmt, in denen die Kräfte in den Gelenken *b* und *c* bei einer rechts oder links vom betreffenden Gelenke angreifenden Belastung wirken. Dazu dienen die Gleichgewichtsbedingungen, welche die den Träger bildenden Scheiben und die inneren Stützpunkte als Knotenpunkte liefern.

Befindet sich das Mittelgelenk c_2 in der Mittelöffnung, dann wirken auf die Scheibe $(b_2\, a_3)$ unbekannte Kräfte in den Gelenken b_2, a_3 und die Spannung des Auflagerstabes L_4, also im ganzen fünf unbekannte Komponenten; zu ihrer Bestimmung liefert die Scheibe $(b_2\, a_3)$ nur drei Gleichgewichtsbedingungen, was bei unbelasteter Scheibe zur Ermittlung der Lagen jener Kräfte nicht genügt. Die bewegliche Stütze a_2 gibt zwei weitere Unbekannte A_2, L_3 und als Knotenpunkt auch zwei Gleich-

*) S. die Abhandlung des Verfassers: »Statisch bestimmte durchgehende Fachwerksträger« (Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême, X, 1905).

gewichtsbedingungen, die Scheibe $(c_2\, b_2)$ gibt noch zwei Unbekannte (Komponenten der Kraft im Gelenke c_2) und drei Bedingungen; man hat dann nur um eine Unbekannte mehr, als es Bedingungen gibt. Es ist also im Falle unbelasteter Scheiben möglich, die Lagen aller Kräfte zu ermitteln, worauf eine einzige Bedingung, z. B. die Grösse einer Kraft, die Grösse aller übrigen Kräfte bestimmt.*)

Die Scheibe $(b_2\, a_3)$ sei unbelastet und die Gerade M als Lage des Stützenwiderstandes in a_3 zuerst willkürlich gewählt; dann folgt aus dem Gleichgewichte dieses Stützenwiderstandes, der Stabspannung L_4 und der Kraft im Gelenke b_2, dass diese in einer Geraden Q wirkt, welche durch den Schnittpunkt n der Kräfte L_4, M geht. Das Gleichgewicht der Kräfte M, A_2, Q, L_3 ergibt ferner, dass die Resultante (Q, L_3) die Schnittpunkte m von Q, L_3 und q von M, A_2 verbindet, also in $N \equiv mq$ wirkt. Ändert sich die Richtung von M, so bleiben die Ecken m, n, q des durch die Geraden M, N, Q gebildeten Dreieckes auf festen Geraden L_3, L_4, A_2, die durch einen Punkt a_2 gehen, und zwei Seiten M, Q desselben drehen sich um feste Punkte a_3, b_2; darum muss auch N durch den auf der Geraden $a_3\, b_2$ liegenden rechten Festpunkt u_3 der Scheibe $(c_2\, b_2)$ gehen. Ist die Scheibe $(b_2\, a_3)$ unbelastet, so geht die Resultante von B_2, L_3 durch den Festpunkt u_3. Wenn auch die Scheibe $(c_2\, b_2)$ unbelastet ist, dann ist die Kraft im Gelenke c_2 im Gleichgewichte mit der Resultante (B_2, L_3), die durch u_3 geht; beide Kräfte wirken also in der Geraden $C'_2 \equiv c_2\, u_3$, woraus man leicht die Lage der Kraft in b_2 und jene des Stützenwiderstandes in a_3 bestimmen kann. Wirkt die Belastung nur in der ersten Öffnung, dann folgt aus dem Gleichgewichte der auf die Scheibe $(b_1\, c_2)$ wirkenden Kräfte C'_2, L_2, B'_1, dass B'_1 durch den Schnittpunkt u_2 von C'_2, L_2 geht. Das Gleichgewicht von A_1, L_1, B'_1, C'_2 ergibt schliesslich, dass die Resultante $U_1 \equiv (B'_1, L_1)$ durch den Schnittpunkt u_1 von C'_2, A_1 geht.

Ähnlich folgt, dass bei der unbelasteten Scheibe $(a_0\, b_1)$ die Resultante (B_1, L_2) durch den linken Festpunkt t_2 der Scheibe $(b_1\, c_2)$ geht; t_2 liegt auf der Geraden $a_0\, b_1$ und kann mit Hilfe eines willkürlich gewählten Stützenwiderstandes in a_0 und der betreffenden Resultante (B_1, L_2) ermittelt werden. So ist z. B. der lotrechte Stützenwiderstand A_0 (wenn $H = \emptyset$) im Gleichgewichte mit L_1, $B_1 \equiv a'_0\, b_1$; die Resultante (B_1, L_2) verbindet dann den Schnittpunkt t'_2 beider Kräfte mit dem Schnittpunkte von A_0, A_1, ist also lotrecht. Wirkt die Belastung nur in der dritten Öffnung, so verbindet C''_2 die Punkte c_2, t_2; die Kraft im Gelenke b_2 geht durch den Schnittpunkt t_3 von C''_2, L_3, und die Resultante (B_2, L_4) wirkt in der Geraden T_4, welche die Schnittpunkte t_4 von B_2, L_4 und a'_2 von

---

*) Kinematisch ermittelt die Einflusslinien für diesen Fall G. Mehrtens (s. »Vorlesungen über Statik der Baukonstruktionen«, II. B., 1904, S. 156).

A_2, C''_2 verbindet. Wenn die Scheiben $(a_0\, b_1)$, $(b_1\, c_2)$ unbelastet sind, so wirkt im Gelenke c_2 die Kraft C''_2; die Kraft im Gelenke b_1 geht dann durch den Schnittpunkt v_2 von L_2, C''_2 und der Stützenwiderstand (A_0, H) durch den Schnittpunkt v_1 von L_1 und $B_1 \equiv b_1\, v_2$.

Im Falle unbelasteter Aussenöffnungen wirken auf den Trägerteil in der Mittelöffnung $\left\{\begin{matrix}\text{links}\\ \text{rechts}\end{matrix}\right\}$ die Kräfte $\left\{\begin{matrix}B_1, L_2\\ B_2, L_3\end{matrix}\right\}$, deren Resultante durch den Festpunkt $\left\{\begin{matrix}t_2\\ u_3\end{matrix}\right\}$ geht. Der Trägerteil in der Mittelöffnung verhält sich also bei eigener Belastung wie ein Dreigelegenkbogen $t_2\, c_2\, u_3$. Wird nur die erste Öffnung belastet, so wirken auf die Scheibe $(a_0\, b_1)$ rechts die Kräfte B_1, L_1, deren Resultante U_1 ist, links der Stützenwiderstand in a_0; die Scheibe $(a_0\, b_1)$ entspricht also einem auf einer Seite schief (in u_1 senkrecht zu U_1) gestützten Balkenträger. Ähnlich verhält sich die Scheibe $(b_2\, a_3)$ bei eigener Belastung wie ein in a_3 fest, in t_4 beweglich und senkrecht zu T_4 gestützter Balkenträger.

2. Stützenwiderstände und Spannungen der Auflagerstäbe: Die Einflusslinien der Stützenwiderstände, sowie der Spannungen der Auflagerstäbe werden vollständig durch die Ordinaten in den Gelenken b_1, c_2, b_2 bestimmt; diese folgen als betreffende Kräfte bei einer Belastung durch $P = 1$ in genannten Punkten. Bei einer in b_1 angreifenden Last $P = 1$ (Fig. 1. *b*), die man als Belastung der Scheibe $(b_1\, c_2)$ ansieht, geht die Resultante (B_1, L_2) durch t_2 und zugleich infolge des Gleichgewichtes der auf diese Scheibe wirkenden Kräfte durch den Schnittpunkt a'_1 von P und C'_2. Dann geht die Kraft B''_1 im Gelenke b_1 durch den Schnittpunkt t''_2 von L_2, $a'_1\, t_2$. Sieht man die Last $P = 1$ als Belastung der Scheibe $(a_0\, b_1)$ an, so wirkt im Gelenke b_1 die Kraft B'_1. Es gibt also B''_1 die Wirkung der Scheibe $(a_0\, b_1)$, B'_1 die der Scheibe $(b_1\, c_2)$; beide Kräfte sind mit $P = 1$ im Gleichgewichte. B'_1 ist die Resultante (L'_2, C'_2), B''_1 die Resultante von (A'_0, H') und L_1', so dass (A'_0, H') durch den Schnittpunkt l'_1 von L_1, B''_1 geht. A'_1 ist im Gleichgewichte mit L'_1, L'_2.

Die Last $P = 1$ im Gelenke c_2 (Fig. 1. *c*) ist ähnlich im Gleichgewichte mit C'_2, C''_2; C''_2 ist die Resultante von L''_2 und der in der Geraden $b_1\, v_2$ wirkenden Kraft B_1, diese wieder die Resultante von L''_1 und des in $a_0\, v_1$ wirkenden Stützenwiderstandes (A''_0, H''). Auf dieselbe Weise bekommt man aus C'_2 alle rechts wirkenden Kräfte (dasselbe Verfahren gibt diese Kräfte auch bei der Last $P = 1$ in b_1).

Die Nullpunkte der Einflusslinien kann man behufs Kontrolle auch direkt ermitteln,

Der Stützenwiderstand A_0 (Fig. 1. *d*) ist bei der Belastung der ersten Öffnung im Gleichgewichte mit der Belastung und den Kräften H

und U_1 als Resultante von (L_1, B_1). Der Schnittpunkt r_1 von H, U_1 gibt also den Nullpunkt der Einflussgeraden von A_0 für die Scheibe $(a_0\, b_1)$ und deren Ordinate in a_0 beträgt $P = 1$. Der Nullpunkt von A_0 für die Scheibe $(b_1\, c_2)$ folgt als jene Lage der Last P, welche die Bedingung $A_0 = \emptyset$ erfordert. In a_0 bleibt dann nur der Horizontalschub H, der bei unbelasteter Scheibe $(a_0\, b_1)$ im Gleichgewichte mit L_1, B_1 ist; B_1 muss also durch den Schnittpunkt l_1 von H, L_1 gehen. Aus dem Gleichgewichte von H, A_1, L_2, B_1 folgt weiter, dass die Resultante (B_1, L_2), welche bei unbelasteter Scheibe $(a_0\, b_1)$ durch den Festpunkt t_2 gehen soll, die Schnittpunkte i_1 von B_1, L_2 und a''_1 von H, A_1 verbindet. Bei der Belastung der Scheibe $(b_1\, c_2)$ ist diese Resultante (B_1, L_2) im Gleichgewichte mit der Belastung und der Kraft C'_2, so dass ihr Schnittpunkt r_2 mit C'_2 den gesuchten Nullpunkt gibt. Für die Scheibe $(c_2\, b_2)$ bekommt man als Nullpunkt für alle Kräfte, die auf die vorhergehenden linken Scheiben wirken, den Festpunkt u_3, da bei Belastung in der Mittelöffnung der Trägerteil in derselben sich als Dreigelenkbogen $t_2\, c_2\, u_3$ verhält. Der Festpunkt t_2 bildet ähnlich den Nullpunkt für alle Kräfte, welche auf die folgenden rechten Scheiben wirken.

Die Einflusslinien von L_1, L_2, A_1 (Fig. 1. *e*) sind einander ganz ähnlich, weil die genannten drei Kräfte bei jeder Belastung im Gleichgewichte sind. Für die äusseren Scheiben bilden die äusseren Stützpunkte die Nullpunkte, für die Scheibe $(c_2\, b_2)$ ist es der Festpunkt u_3. Den Nullpunkt der Einflussgeraden für die Scheibe $(b_1\, c_2)$ bekommt man wiederum durch die Bedingung $A_1 = \emptyset$. Es ist dann auch $L_1 = L_2 = \emptyset$, worauf nur A_0, H, B_1 auf die Scheibe $(a_0\, b_1)$ wirken; folglich geht B_1 durch a_0, und diese Kraft ist im Gleichgewichte mit der Belastung der Scheibe $(b_1\, c_2)$ und der Kraft C'_2. Der Schnittpunkt s_2 von $a_0\, b_1$ mit C'_2 bildet also den gesuchten Nullpunkt.

Bei der Belastung der Mittelöffnung ist der Horizontalschub H (Fig. 1. *f*) gleich dem Horizontalschube des Bogens $t_2\, c_2\, u_3$, der diese Öffnung ersetzen kann, weil bei dieser Belastung die Resultante (B_1, L_2) den linken Stützenwiderstand dieses Bogens bildet, und weil bei unbelasteter Scheibe $(a_0\, b_1)$ das Gleichgewicht von A_0, H, B_1, L_2, A_1 den Horizontalschub H gleich der Horizontalkomponente von (B_1, L_2) gibt. Die Festpunkte t_2, u_3 bilden also Nullpunkte von H für die Scheiben $(b_1\, c_2)$, $(c_2\, b_2)$. Dasselbe Ergebnis liefert auch die Bedingung $H = \emptyset$; es bleibt in a_0 nur der lotrechte Stützenwiderstand A_0, weshalb die Resultante (B_1, L_2), die bei unbelasteter Scheibe $(a_0\, b_1)$ durch t_2 geht, lotrecht sein muss. Diese lotrechte Resultante ist im Gleichgewichte mit der Last und mit der Kraft C'_2, was nur im Falle einer in t_2 angreifenden Last möglich ist (es ist dann auch $C'_2 = \emptyset$).

3. Stabspannungen: In der Aussenöffnung ermittelt man die Stabspannungen bei einer nur in derselben wirkenden Belastung wie bei einem schief gestützten Balkenträger, dessen inneren Stützenwiderstand in

der $\left\{\begin{matrix}\text{ersten}\\\text{dritten}\end{matrix}\right\}$ Öffnung $\left\{\begin{matrix}U_1\\T_4\end{matrix}\right\}$ bildet. Den Nullpunkt in derselben Öffnung gibt die Bedingung, dass der Widerstand der betreffenden äusseren Stütze durch den zugeordneten Momentendrehpunkt gehen muss. Für die Diagonale D_1 (Fig. 1 *g*) gibt also die Gerade $a_3\ d_1$ auf T_4 den Nullpunkt e'_1. Auch für die Scheibe $(c_2\ b_2)$ folgt der Nullpunkt aus derselben Lage des Stützenwiderstandes in a_3; bei unbelasteter Scheibe $(b_2\ a_3)$ geht die Resultante (B_2, L_3) durch u_3 und zugleich durch den Schnittpunkt a''_2 des Stützenwiderstandes in a_3 (in der Geraden $a_3\ d_1$) und A_2, so dass $a''_2\ u_3$ die Gerade C''_2 (die Kämpferdrucklinie des Bogens $t_2\ c_2\ u_3$) im gesuchten Nullpunkte e''_1 schneidet. Für die Scheibe $(b_1\ c_2)$ bildet t_2 den Nullpunkt. Die Einflusslinie für die Scheibe, die den Stab enthält, bestimmt man wie bei einem in beiden Nullpunkten (der rechts- und linksseitigen Einflussgeraden) freigestützten Balkenträger; das kann man wie bei einem Dreigelenkbogen beweisen.*) Für D_1 bildet a_3 und e'_1 den Nullpunkt; die Einflusslinie ermittelt man z. B. mit Hilfe der Ordinate D'_1, die man als eine durch die Belastung $A_3 = 1$ hevorgerufene Stabspannung bestimmt. Weiter verfährt man wie bei einem Balkenträger.*) Für jede Scheibe, die den Stab nicht enthält, ist die Einflusslinie eine Gerade.

Ähnlich bestimmt man die Einflusslinie für die Gurtspannung H_m Fig. 1 *h*); den Nullpunkt k' in der dritten Öffnung bildet der Schnittpunkt von T_4 und $a_3\ h_m$ (h_m ist der zugeordnete Momentendrehpunkt), den Nullpunkt k'' für die Scheibe $(c_2\ b_2)$ gibt der Schnittpunkt von $u_3\ a'''_2$ und C''_2 (a'''_2 ist der Schnittpunkt von A_2 und $a_3\ h_m$). Wenn auch k'' ausserhalb der Scheibe $(c_2\ b_2)$ liegt, also keinen eigentlichen statischen Nullpunkt bildet, so bleibt doch die Konstruktion der Eiflusslinie geometrisch dieselbe.

In der Mittelöffnung verfährt man bei einer nur in derselben wirkenden Belastung wie bei einem Dreigelenkbogen $t_2\ c_2\ u_3$; die Nullpunkte ür die äusseren Scheiben bilden die äusseren Stützpunkte. Für die Stabspannung D_2 (Fig. 1. *i*) gibt also die Verbindungslinie des Festpunktes u_3 mit dem zugeordneten Momentendrehpunkte d_2 auf der Geraden C''_2 den Nullpunkt e_2 für die Scheibe $(c_2\ b_2)$. Die Einflusslinie für die Scheibe $(c_2\ b_2)$ folgt dann wie für einen in den betreffenden Nullpunkten u_3, e_2 freigetützten Balkenträger.

II. Durchgehende Balkenträger mit drei Gurtungen.

Ein durchgehender Balkenträger mit n Öffnungen, einer festen und n beweglichen Stützen möge aus einem gewöhnlichen Stabsystem (mit zwei Gurtungen und einfachen Füllungsstäben) und einer dritten Gur-

*) S. zitierte Abhandlung, S. 3.

tung bestehen, wobei diese mit dem Stabsystem nur an den Enden verbunden, sonst aber nur durch lotrechte Stäbe gestützt wird. Die Anzahl der unbekannten Stützenwiderstände beträgt: $2 . 1 + n = n + 2$; mit der Spannung der dritten Gurtung gibt es also im ganzen $n + 3$ Unbekannte. Da es nur drei allgemeine Gleichgewichtsbedingungen gibt, so erfordert die statische Bestimmtheit soviel Gelenke, als es Öffnungen gibt.

A. Träger mit gerader dritter Gurtung.

1. Wenn die dritte Gurtung wagerecht und durch lotrechte Stäbe gestützt ist (Fig. 2 *a*), so kann man dieselbe weglassen und durch ihre Spannung H in den Endpunkten a'_0, a'_3 ersetzen, wenn man zugleich die Belastung direkt auf die den Träger bildenden Scheiben wirken lässt. Bei einer nur auf die Scheibe $(a_0\ c_1)$ wirkenden Belastung hat das Gleichgewicht der auf die Scheibe $(c_3\ a_3)$ wirkenden Kräfte A_3, H, C'_2 zur Folge, dass diese drei Kräfte durch einen Punkt a'_3 gehen müssen. Ähnlich schneiden sich in einem Punkte $\left\{\begin{matrix} a'_2 \\ a'_1 \end{matrix}\right\}$ die Kräfte $\left\{\begin{matrix} C'_3, A_2, C'_2 \\ C'_2, A_1, C'_1 \end{matrix}\right\}$, welche auf die Scheibe $\left\{\begin{matrix} c_2\ c_3 \\ c_1\ c_2 \end{matrix}\right\}$ wirken. Analog bekommt man bei einer rechts angreifenden Belastung die Geraden C''_1, C''_1, C''_3 als Lagen der Kräfte in den Gelenken.

Wird nur die erste Öffnung belastet, so wirken auf den Trägerteil in derselben links die durch a'_0 gehenden Kräfte H, A_0, rechts die Kräfte C'_2, A_1, deren Resultante in a'_1 angreift. Es verhält sich also der Trägerteil in der ersten Öffnung bei der Belastung derselben wie ein Dreigelenkbogen $a'_0\ c_1\ a'_1$. Wird nur die zweite Öffnung belastet, so wirken auf den in derselben liegenden Trägerteil $\left\{\begin{matrix} \text{links} \\ \text{rechts} \end{matrix}\right\}$ die durch $\left\{\begin{matrix} a''_1 \\ a'_2 \end{matrix}\right\}$ gehenden Kräfte $\left\{\begin{matrix} C''_1, A_1 \\ C'_3, A_2 \end{matrix}\right\}$. Der Trägerteil in der zweiten Öffnung verhält sich also bei eigener Belastung wie ein Dreigelenkbogen $a''_1\ c_2\ a'_2$, da zugleich bei Belastung der $\left\{\begin{matrix} \text{linken} \\ \text{rechten} \end{matrix}\right\}$ Hälfte die Resultante $\left\{\begin{matrix} (C''_1\ A_1) \\ (C'_3, A_2) \end{matrix}\right\}$ durch c_2 geht.

2. Stützenwiderstände und Spannung der dritten Gurtung: Die Einflusslinien werden vollständig durch die den Gelenken c_1, c_2, c_3 entsprechenden Ordinaten bestimmt; diese ermittelt man als Kräfte, welche durch eine im betreffenden Gelenke wirkende Last $P = 1$ hervorgerufen werden. Wirkt die Last $P = 1$ im Gelenke c_1 (Fig. 2. *b*), so hat man links die Resultante (A'_0, H') in der Geraden C''_1, rechts die Resultante (C'_2, A'_1) in der Geraden C'_1; beide Resultanten sind mit der Last im Gleichgewichte. Weiter ist die Kraft C'_2 die Resultante von

(C'_3, A'_2) und C'_3 die Resultante von (A'_3, H'). Ähnlich ist die im Gelenke c_2 wirkende Last $P = 1$ (Fig. 2. *c*) im Gleichgewichte mit den Kräften C''_2, C'_2, deren erstere die Resultante von A''_1, C''_1, diese die Resultante von A''_0, H'' darstellt; ähnlich verfährt man mit der Kraft C'_2. Die durch die Belastung des Gelenkes c_3 hervorgerufenen Kräfte gleichen denen, die bei der Belastung des Gelenkes c_1 in symmetrischen Punkten und Stäben (wenn der Träger symmetrisch ist), entstehen.

Der Stützenwiderstand A_0 ist bei der Belastung der Scheibe $(a_0\, c_1)$ im Gleichgewichte mit der Belastung und den Kräften H, C'_1; der Schnittpunkt r_1 dieser letzteren gibt also den Nullpunkt der Einflussgeraden (Fig. 2. *d*) für die Scheibe $(a_0\, c_1)$, deren Ordinate in a_0 $P = 1$ beträgt. Die Nullpunkte für die übrigen Scheiben sind durch die Stützpunkte gegeben.

Die Einflusslinie des Stützenwiderstandes A_1 (Fig. 2. *e*) besitzt im Punkte a_1 die Ordinate $P = 1$ und in den Gelenken c_1, c_2, c_3 die schon ermittelten Ordinaten A'_1, A''_1, A'''_1. Ausserdem folgt der Nullpunkt für die Scheibe $(c_1\, c_2)$ als Schnittpunkt der Geraden C''_1, C'_2, da die ausschliessliche Belastung der Scheibe $(c_1\, c_2)$ im Gleichgewichte mit A_1, C''_1, C'_2 sich befindet. Wird nur die Scheibe $(a_0\, c_1)$ belastet, so ist der Stützenwiderstand A_1 im Gleichgewichte mit der Belastung, der Kraft C'_2 und der durch a'_0 gehenden Resultante (A_0, H); wenn diese bei einer bestimmten Lage der Last parallel zu C'_2 ist, so ist $A_1 = P$. Die Einflussgerade für die Scheibe $(a_0\, c_1)$ besitzt also in dem auf der Geraden C'_1 durch $a'_0\, s_1 \,||\, C'_2$ gegebenen Punkte s_1 die Ordinate $P = 1$.

Die Einflusslinie der Spannung der dritten Gurtung H (Fig. 2. *f*) wird vollständig durch die Ordinaten in den Gelenken c_1, c_2, c_3 bestimmt; ausserdem bilden alle Stützen die Nullpunkte, was zur Kontrolle dienen kann.

3. Stabspannungen: Die Einflusslinien der Stabspannungen (für die den Scheiben zugehörigen Stäbe) ermittelt man wie bei dem Dreigelenkbogen, der die betreffende Öffnung ersetzen kann. So folgt z. B. die Einflusslinie der Spannung des Stabes D in der Scheibe $(c_3\, a_3)$ (Fig. 2. *g*) wie für den Dreigelenkbogen $a''_2\, c_3\, a'_3$. Den Nullpunkt e gibt also der Schnittpunkt der Kämpferdrucklinie C''_3 mit der Verbindungslinie von a'_3 mit dem zugeordneten Momentendrehpunkte d; die Einflusslinie für die Scheibe $(c_3\, a_3)$ folgt dann wie für einen in e, a'_3 freigestützten Balkenträger. Ähnlich bestimmt man die Einflusslinie der Spannung des Stabes S (Fig. 2. *h*) in der Scheibe $(c_2\, c_3)$ und in der dritten Öffnung. Den Nullpunkt t gibt der Schnittpunkt der Kämpferdrucklinie C'_3 mit der Verbindungslinie von a''_2 mit dem zugeordneten Momentendrehpunkte s; die Einflusslinie für die Scheibe $(c_2\, c_3)$ ist dann identisch mit der Einflusslinie für einen in a''_2, t freigestützten Balkenträger. Für die übrigen Scheiben bilden ihre Stützen die Nullpunkte

Endlich bekommt man die Einflusslinie für die Spannung V eines Stabes in der zweiten Öffnung (Fig. 2. *i*) wie für einen Dreigelenkbogen $a''_1\ c_2\ a'_2$. Der Schnittpunkt der Kämpferdrucklinie C''_2 mit der Verbindungslinie von a'_2 mit dem zugeordneten Momentendrehpunkte v gibt den Nullpunkt u; die Einflusslinie für die Scheibe $(c_2\ c_3)$ folgt wieder wie für einen in u, a'_2 freigestützten Balkenträger. Diese Einflusslinie kann man durch die in der Lotrechten durch V enthaltenen Ordinate zwischen der rechts- und linksseitigen Einflussgeraden kontrollieren; diese Ordinate beträgt $P = 1$.

B. Träger mit gekrümmter dritter Gurtung.

Ist die gekrümmte dritte Gurtung nur durch lotrechte Stäbe mit dem übrigen Trägerteil verbunden, so besitzen die Spannungen ihrer sämtlichen Stäbe eine gemeinsame Horizontalkomponente H. Die Spannungen sämtlicher Stäbe der dritten Gurtung und der lotrechten Hängestangen sind dann durch die Bedingung, dass die dritte Gurtung bei einer beliebigen Belastung das Seilpolygon für die Spannungen der Hängestangen bildet, gegeben. In Kräfteplan bilden die Spannungen der Hängestangen die Lasten, die Gurtspannungen die Polstrahlen und ihre konstante Horizontalkomponente H die Poldistanz. Die statische Bestimmtheit des Trägers erfordert wieder so viel Gelenke, als es Öffnungen gibt; für die Berechnung ist aber die relative Lage der Gelenke sehr wichtig.

a) Träger mit Gelenken in einer Geraden.

1. Die Gelenke c_1, c_2, c_3 bei einem Träger von drei Öffnungen*) mögen auf einer Wagerechten, also z. B. auf dem wagerechten Obergurte der Stabsysteme liegen (Fig. 3. *a*). Bei einer beliebigen lotrechten Belastung wirken in den Gelenken c Kräfte, deren wagerechte Komponente gleich aber entgegengesetzt dem Horizontalschube H der dritten Gurtung ist (wird die dritte Gurtung gezogen, so treten in den Gelenken c Drücke auf und umgekehrt).

Wird nur die Scheibe $(a_0\ c_1)$ belastet, so wirken auf die Scheibe $(c_3\ a_3)$ der Stützenwiderstand A_3, die Kraft im Gelenke c_3, welche eine lotrechte Komponente C_3 und eine wagerechte H besitzt, und die Spannung K_{III} des über dem Gelenke c_3 liegenden Stabes der dritten Gurtung. Die Resultante (A_3, H) geht durch den Punkt a'_3, die Resultante (C_3, K_{III}) durch c'_3; beide Resultanten, die sich im Gleichgewichte befinden, wirken

---

*) Vergl. auch G. Mehrtens: »Vorlesungen über Statik der Baukonstruktionen«, II. B. (1904), S. 139. u. f.

also in der Geraden $C'_3 \equiv a'_3\, c'_3$. Dann wirken auf die Scheibe $(c_2\, c_3)$ die Kräfte: C'_3, A_2, die Spannung K_{II} des über dem Gelenke c_2 gelegenen Stabes der dritten Gurtung, die lotrechte Komponente C_2 der Kraft im Gelenke c_2 und die wagerechten Komponenten der Kräfte in den Gelenken c_2, c_3, welche einander aufheben, da sie gleich gross aber entgegengesetzt gerichtet sind. Die übrigen Kräfte C'_3, A_2, K_{II}, C_2 befinden sich also im Gleichgewichte; daraus folgt, dass die durch c'_2 gehende Resultante C'_2 von C_2, K_{II} die übrigen Kräfte C'_3, A_2 in einem Punkte a'_2 schneidet. Ähnlich heben einander die wagerechten Komponenten der in den Gelenken c_1, c_2 auf die zwischenliegende Scheibe wirkenden Kräfte auf, so dass die Kräfte C'_2, A_1, C_1, K_I im Gleichgewichte sich befinden; daraus folgt wieder, dass die Resultante (C_1, K_I) durch den Schnittpunkt der Geraden C'_2, A_1 gehen, also in der Geraden $C'_1 \equiv c'_1\, a'_1$ wirken muss.

Wirkt die Belastung nur auf die Scheibe $(c_3\, a_3)$, so bekommt man ähnlich die Geraden C''_1, C''_2, C''_3 als Lagen der Resultanten der lotrechten Komponenten der Kräfte in den Gelenken und der Spannungen der darüberliegenden Gurtstäbe. Es ist dann überhaupt die Gerade $\left\{\begin{matrix} C' \\ C'' \end{matrix}\right\}$ die Lage der Resultante der lotrechten Kraft im Gelenke c und der Spannung des darüberliegenden Stabes der dritten Gurtung, falls die Belastung nur $\left\{\begin{matrix} \text{links} \\ \text{rechts} \end{matrix}\right\}$ vom Gelenke c wirkt.

Bei der Belastung der ersten Öffnung wirken auf den Trägerteil in derselben rechts die durch a'_1 gehenden zwei Kräfte C'_2, A_1 und der Horizontalschub H im Gelenke c_2, links der Stützenwiderstand A_0, der mit dem Horizontalschube eine durch a'_0 gehende Resultante gibt. Die Spannungen der dritten Gurtung kann man zu den äusseren Kräften der einzelnen Scheiben (zu denen ausserdem die Belastung, die Stützenwiderstände und die Kräfte in den Gelenken c gehören) rechnen. Dann verhält sich der Trägerteil in der ersten Öffnung mit Rücksicht auf die äusseren Kräfte der Scheiben bei eigener Belastung wie ein Dreigelenkbogen $a'_0\, c'_1\, a'_1$; der Horizontalschub des Bogens wirkt auf die Scheiben in den Gelenken c, die nicht mit den Kämpfergelenken jenes Bogens zusammenfallen, was also von den bisherigen Fällen verschieden ist. Bei einer in der zweiten Öffnung wirkenden Belastung bekommt man $\left\{\begin{matrix} \text{links} \\ \text{rechts} \end{matrix}\right\}$ die Kräfte $\left\{\begin{matrix} C''_1, A_1 \\ C'_3, A_2 \end{matrix}\right\}$, deren Resultante durch $\left\{\begin{matrix} a''_1 \\ a'_2 \end{matrix}\right\}$ geht, ausserdem aber von beiden Seiten die Horizontalschübe H in den Gelenken c_1, c_2 Weil weiter die Resultante $\left\{\begin{matrix} (C'_3, A_2) \\ (C''_1, A_1) \end{matrix}\right\}$ bei der Belastung der $\left\{\begin{matrix} \text{linken} \\ \text{rechten} \end{matrix}\right\}$ Hälfte der Mittelöffnung durch c'_2 geht, so verhält sich der Trägerteil in der Mittelöffnung bei eigener Belastung mit Rücksicht auf die

äusseren Kräfte der Scheiben wie ein Dreigelenkbogen $a''_1\, c'_2\, a'_2$; der Horizontalschub des Bogens wirkt ausserdem auf die Scheiben wieder in den Gelenken c.

2. Stützenwiderstände und Horizontalschub der dritten Gurtung: Die Einflussordinaten in den Gelenken c, welche vollständig die Einflusslinien bestimmen, folgen als Kräfte, die einer im betreffenden Gelenke c wirkenden Last $P = 1$ entsprechen. Die im Gelenke c_1 wirkende Last $P = 1$ (Fig. 3.*b*) ist im Gleichgewichte mit den Resultanten C''_1 von A'_0, H' und C'_1 von A'_1, G'_2; die Kraft G'_2 ist weiter die Resultante von A'_2, G'_3 und diese die Resultante von A'_3, H'. Ähnlich ist die im Gelenke c_2 wirkende Last $P = 1$ (Fig. 3.*c*) im Gleichgewichte mit den Kräften C'_2, C''_2; A''_1, G''_1 sind die Komponenten von C''_2 und A''_0, H'' die Komponenten von C''_1. Für einen symmetrischen Träger genügen die angeführten Kräfte.

Eine Kontrolle gewähren die Nullpunkte der Einflusslinien. Jede Stütze bildet den Nullpunkt für alle Kräfte, mit Ausnahme des lotrechten Widerstandes derselben, welcher hier die Einflussordinate $P = 1$ besitzt. Auch die übrigen Nullpunkte kann man leicht direkt ermitteln.

Die Einflussgerade des Stützenwiderstandes A_0 (Fig. 3.*d*) für die Scheibe $(a_0\, c_1)$ besitzt den Nullpunkt im Schnittpunkte r der Geraden C'_1 mit der Wagerechten $c_1\, c_2$, da sich die auf die Scheibe $(a_0\, c_1)$ wirkende Belastung im Gleichgewichte mit den Kräften A_0, C'_1 und H (im Punkte c_1 wirkend) befindet.

Ähnlich bildet der Schnittpunkt der Geraden C''_1, C'_2 den Nullpunkt des Stützenwiderstandes A_1 (Fig. 3.*e*) für die Scheibe $(c_1\, c_2)$. Die Einflussgerade für die Scheibe $(a_0\, c_1)$ besitzt die Ordinate $P = 1$ im Schnittpunkte p der Geraden C'_1 (welche die Kämpferdrucklinie für die Scheibe $(a_0\, c_1)$ bildet) und $a'_0\, p \parallel C'_2$, weil bei einer in p wirkenden Last die Resultante (A_0, H) parallel zu C'_2 ist und sich im Gleichgewichte mit der Last und den Kräften A_1, C'_2 befindet.

Die Einflusslinie des Horizontalschubes H (Fig. 3.*f*) wird durch die den Gelenken c entsprechenden Einflussordinaten und die äusseren Stützen als Nullpunkte vollständig bestimmt. Auch die inneren Stützen bilden Nullpunkte, was zur Kontrolle dienen kann.

Analog kann man die Einflusslinien der lotrechten Komponenten C der in den Gelenken wirkenden Kräfte mit Hilfe der Einflussordinaten in den Gelenken und der Stützen als Nullpunkte bestimmen; die Resultanten der genannten Komponenten und der Spannungen der über den Gelenken liegenden Stäbe der dritten Gurtung wirken bei einer $\left\{\begin{matrix}\text{links}\\ \text{rechts}\end{matrix}\right\}$ vom Gelenke c angreifenden Belastung in den Geraden $\left\{\begin{matrix}C'\\ C''\end{matrix}\right\}$. In dem Gelenke, dessen Kraft C man sucht, bekommt man zwei Einflussordinaten, deren Unterschied $P = 1$ beträgt; diejenige, welche die

$\left\{\begin{matrix}\text{linke}\\ \text{rechte}\end{matrix}\right\}$ Einflussgerade bestimmt, gibt mit der darüber liegenden Gurtspannung die Resultante $\left\{\begin{matrix}C'\\ C''\end{matrix}\right\}$.

Alle Einflusslinien wurden bisher unter der Voraussetzung ermittelt, dass alle Gelenke durch lotrechte Stäbe mit der dritten Gurtung verbunden sind. Befindet sich das Gelenk zwischen zwei solchen Hängestangen, so verfährt man auf dieselbe Weise; nachträglich muss man aber die Einflusslinien in den die Gelenke enthaltenden Feldern so ändern, dass die Einflusslinie in diesen Feldern eine einzige Gerade wird, da bei mittelbarer Belastung die Einflusslinie zwischen je zwei Knotenpunkten der Belastung gerade sein muss.

3. Stabspannungen: Zur Bestimmung der Einflusslinie einer beliebigen Stabspannung braucht man nur die Einflusslinie für die den Stab enthaltende Scheibe zu ermitteln; für jede andere Scheibe ist die Einflusslinie eine Gerade, deren Nullpunkt der Stützpunkt gibt.

Es soll die Einflusslinie für einen beliebigen Stab der Scheibe $(a_0\, c_1)$ bestimmt werden (Fig. 4.). Dazu braucht man den Nullpunkt der rechtsseitigen Einflussgeraden. Bei einer rechts wirkenden Belastung sind die Kräfte A_0, S_m, D_n, H_n, K_n (Fig. 4. *a*) im Gleichgewichte. Dann gibt den Nullpunkt für H_n jene Lage der beweglichen Last, bei welcher die Resultante (A_0, K_n) durch den zugeordneten Momentendrehpunkt n geht. Diese Resultante geht durch den Schnittpunkt beider Kräfte a''_0; einen zweiten Punkt dieser Resultante bekommt man für eine bestimmte Lastlage, wenn man sich in der Wagerechten durch c_1 die Kräfte $H, -H$, welche den ursprünglichen Gleichgewichtzustand nicht ändern, denkt. Die Resultante (A_0, H) schneidet die Last auf der Kämpferdrucklinie C'_1, wirkt also z. B. bei einer in h_n angreifenden Last in der Geraden $a'_0\, h_n$; ihre Resultante mit K_n, welche im Schnittpunkte u'_1 wirkt, muss lotrecht sein, da die Kraft H die wagerechte Komponente von K_n aufhebt. Der Schnittpunkt u_1 dieser lotrechten Resultante (A_0, H, K_n) mit der Kraft $-H$ gibt den zweiten Punkt der Resultante (A_0, K_n), welche durch den zugeordneten Momentendrehpunkt n gehen muss, wenn h_n den Nullpunkt geben soll. Daraus folgt die Konstruktion des Nullpunktes.

Die Geradenpaare $u'_1\, a'_0$, K_n und $u_1\, a''_0$, H schneiden auf der Lotrechten gleiche Strecken ab, so dass $\overline{n\,n''} = \overline{n'\,n'''}$; daraus folgt eine andere kurze Konstruktion der Geraden $a'_0\, n'''$, welche die Kämpferdrucklinie C'_1 im Nullpunkte h_n schneidet. Die Einflusslinie der Stabspannung H_n (Fig. 4. *b*) folgt dann wie für einen in a_0, h_n freigestützten Balkenträger.

Die Bestimmung des Nullpunktes für den Stab D_n (und auch S_m) ist einfacher, da die Kraft $-H$ durch den zugeordneten Momentendrehpunkt d_n geht; es genügt dann, wenn die lotrechte Resultante (A_0, H, K_n)

durch d_n geht. Den Nullpunkt e_n gibt also der Schnittpunkt der Kämpferdrucklinie C'_1 mit der Verbindungslinie von a'_0 und d'_n, wo d'_n der Schnittpunkt des Gurtes K_n mit der durch d_n gehenden Lotrechten ist. Die Einflusslinie für die Stabspannung D_n (Fig. 4. *c*) kann man wieder wie für einen in a_0, e_n freigestützten Balkenträger bestimmen. Geometrisch bleibt die Konstruktion immer dieselbe.

Ähnlich verfährt man bei den Stäben rechts vom Gelenke c_1 in der ersten Öffnung; an die Stelle des Punktes a'_0 tritt hier a'_1, an diejenige der Geraden C'_1 die Gerade C''_1.

In der zweiten Öffnung (Fig. 5. *a*) gelangt man zur Konstruktion des Nullpunktes für die Stabspannung H_s durch die Bestimmung der Resultante der Kräfte C'_1, A_1, K_s, H (die letzte Kraft wirkt im Gelenke c_1) für eine beliebige Lage z der beweglichen Last P. Die Resultante (C''_1, A_1) verbindet den Punkt a''_1 mit dem Schnittpunkte z^+ der Last mit der Geraden C'_2 und gibt weiter mit der Spannung K_s eine lotrechte, durch den Schnittpunkt k' beider Kräfte gehende Resultante, welche die Kraft H in einem Punkte k der Resultante aller vier Kräfte schneidet. Die Resultante (C''_1, A_1) gibt auch mit der Kraft H im Schnittpunkte i eine lotrechte Resultante, welche den Stab K_s im zweiten Punkte i' der gemeinsamen Resultante von C''_1, A_1, K_s, H schneidet.

Die Geradenpaare $K_s, k'i$ und $k\,i', H$ schneiden auf einer Lotrechten gleiche Strecken ab, so dass $\overline{b''_1\,a''_1} = \overline{b'_1\,b_1}$. Der Punkt b'_1, in welchem die Resultante von C''_1, A_1, K_s, H den Stützenwiderstand A_1 schneidet, ist also von der Lastlage unabhängig. Für eine im Nullpunkte wirkende Last muss diese Resultante durch den zugeordneten Momentendrehpunkt s gehen. Das führt zur folgenden Konstruktion des Nullpunktes: Man verbindet s mit b'_1, bestimmt den Schnittpunkt u_2 von $s\,b'_1$ und H, weiter den Schnittpunkt u'_2 der Lotrechten durch u_2 mit K_s, worauf die Gerade $u'_2\,a''_1$ die Kämpferdrucklinie C'_2 im gesuchten Nullpunkte h_s schneidet. Weil aber $\overline{b'_1\,b_1} = \overline{b''_1\,a''_1}$, so schneiden wieder die Geradenpaare $u_2\,s, H$ und $K_s, u'_2\,a''_1$ auf einer Lotrechten gleiche Strecken ab; die Gerade $a''_1\,h_s$ geht also durch den Punkt s''', den man durch Übertragung von $\overline{s\,s''} = \overline{s'\,s'''}$ bekommt. Dadurch wird die Konstruktion des Nullpunktes sehr einfach.

Den Nullpunkt e_s für die Stabspannung D_s gibt dann (was auch direkt wie für D_n in der ersten Öffnung bewiesen werden kann) der Schnittpunkt der Geraden C'_2 mit $a''_1\,d'_s$, wo d'_s den Schnittpunkt des Stabes K_s mit der durch den zugeordneten Momentendrehpunkt d_s gehenden Lotrechten bedeutet. Die Einflusslinien der Stabspannungen H_s, D_s (Fig. 5. *b, c*) für die Scheibe $(c_1\ c_2)$ folgen wieder wie für einen im Stützpunkte a_1 und im Nullpunkte h_s, bezw. e_s freigestützten Balkenträger.

Wenn die Gelenke c auf einer Wagerechten, aber nicht auf dem Obergurte liegen würden, könnte man die Nullpunkte für sämtliche Stäbe auf die für den Obergurt angegebene Weise bestimmen.

b) Träger mit Gelenken in verschiedener Höhe.

1. Wenn die Gelenke c nicht auf einer Geraden liegen (Fig. 6. a), dann heben sich die wagerechten Komponenten der Kräfte, die auf eine Scheibe in den Gelenken wirken, nicht auf, sondern sie ergeben ein Kräftepaar; man muss also diesen Fall anders behandeln.

Wird nur die Scheibe $(a_0\ c_1)$ belastet, so wirken auf die Scheibe $(c_3\ a_3)$ der Stützenwiderstand A_3, die Stabspannung K_{III} und die Kraft im Gelenke c_3, die eine lotrechte C_3 und eine schiefe Komponente H'_{II} (in der Geraden $c_1\ c_2$) besitzen möge. Das Gleichgewicht erfordert, dass die Resultante C'_3 von (C_3, K_{III}) den Schnittpunkt c'_3 beider Kräfte mit dem Schnittpunkte a'_3 von A_3, H'_{II} verbindet. Die auf die Scheibe $(c_2\ c_3)$ in den Gelenken angreifenden Kräfte mögen in lotrechte Komponenten C_2, C_3 und schiefe, in einer gemeinsamen Geraden H'_{II} wirkende Kräfte zersetzt werden; ausserdem wirken auf diese Scheibe die Kräfte A_2, K_{III}, K_{II}. Die wagerechten Komponenten von K_{III}, K_{II} heben einander auf; es bleiben dann nur die wagerechten Komponenten der Kräfte H'_{II} in den Gelenken c_2, c_3, so dass diese beiden Kräfte im Gleichgewicht sein müssen. Dann folgt wie früher (Fig. 3. a), dass die Resultante (C_2, K_{II}) in der die Schnittpunkte c'_2 von C_2, K_{II} und a'_2 von A_2, C'_3 verbindenden Geraden C'_2 wirken muss.

Will man die Lagen der Resultanten für die Scheibe $(c_1\ c_2)$ bestimmen, so ist es vorteilhaft, die Kräfte in den Gelenken in lotrechte und schiefe, in der Geraden $H''_{II} = c_1\ c_2$ wirkende Komponenten zu zersetzen. Dadurch ändern sich auch die Lagen der Resultanten bei der Scheibe $(c_2\ c_3)$; es handelt sich hauptsächlich um die Resultante (C_2, K_{II}) für den Fall, wenn man die Kraft im Gelenke c_2 in eine lotrechte und eine schiefe Komponente H''_{II} zersetzt. Diese neue Resultante ermittelt man auf folgende Weise: Die Kraft im Gelenke c_3 möge in eine lotrechte C_3 und eine schiefe Komponente H_{III}, welche durch den Schnittpunkt b'_2 von H''_{II} und A_2 geht, zersetzt werden. Dann verbindet die Resultante C'''_3 von C_3, K_{III} den Punkt c'_3 mit dem Schnittpunkte a''_3 der Kräfte H_{III}, A_3. Auf die Scheibe $(c_2\ c_3)$ wirken die Kräfte $C'''_3, A_2, C_2, K_{II}, H_{III}$ und H''_{II}; die wagerechten Komponenten der beiden letzteren heben einander auf, so dass H_{III} und H''_{II} eine in der Geraden A_2 wirkende lotrechte Resultante geben. Die Resultante C'''_2 von C_2, K_{II} (wenn man die Kraft im Gelenke c_2 in C_2, H''_{II} zersetzt) verbindet also den Punkt c'_2 mit dem Schnittpunkte a''_2 von C'''_3, A_2. Es ist dann: $\overline{b_2\ b'_2} = \overline{a'_2\ a''_2}$, was C'''_2 direkt, ohne Zeichnung der Geraden H_{III}, C'''_3 gibt.

Auf die unbelastete Scheibe $(c_1\ c_2)$ wirken also die Kräfte C'''_2, A_1, C_1, K_I und die schiefen Komponenten der Kräfte in den Gelenken c_1, c_2 in einer Geraden H''_{II}, die einander aufheben. Die Resultante C'_1 der Kräfte C_1, K_I verbindet dann den Punkt c'_1 mit dem Schnittpunkte a'_1 der Geraden A_1, C'''_2.

Ähnlich ermittelt man bei einer rechts vom Gelenke angreifenden Belastung die Resultante der lotrechten Komponente der Kraft im Gelenke und der betreffenden Spannung der dritten Gurtung, und zwar in der Geraden C''_1, C''_2, wenn man die Kraft im Gelenke c_1, c_2 in eine lotrechte und eine schiefe Komponente H''_{II} zersetzt, und in den Geraden C^{IV}_2, C''_3, wenn man im Gelenke c_2, c_3 eine lotrechte und eine schiefe Komponente H'_{II} annimmt; dabei ist wieder $\overline{b_1\, b_1'} = \overline{a''_1\, a'''_1}$.

2. Stützenwiderstände und Horizontalschub der dritten Gurtung: Die Last $P=1$ im Gelenke c_1 (Fig. 6.*b*) ist im Gleichgewichte mit den Resultanten C''_1 von (A'_0, H''_{II}) und C'_1 von (A'_1, C'''_2). Eine gleiche wagerechte Komponente wie C'''_2 besitzt die Resultante C'_2 von (A'_2, C'_3); die Kraft C'_3 ist die Resultante von (A'_3, H'_{II}). Ähnlich ist die Last $P=1$ im Punkte c_2 (Fig. 6.*c*) im Gleichgewichte mit den Kräften C'_2, C_2^{IV} oder auch mit C''_2, C'''_2; die Kräfte A''_1, C''_1 sind die Komponenten von C''_2, die Kräfte A''_0, H''_{II} die Komponenten von C''_1. Dadurch sind die Einflussordinaten der Stützenwiderstände in den Gelenken c_1, c_2 bestimmt, was für einen symmetrischen Träger genügt. Die Einflussordinaten des Horizontalschubes der dritten Gurtung werden in beiden Fällen durch die den Kräften C'_1 bis C'_3, sowie H'_{II} und H''_{II} gemeinsamen wagerechten Komponenten H', H'' gegeben.

Die Nullpunkte können ähnlich wie bei den auf einer Geraden liegenden Gelenken ermittelt werden. Es sind dies zuerst die Stützpunkte. Für den Stützenwiderstand A_0 (Fig. 6.*d*) gibt der Schnittpunkt r der Kräfte C'_1, H''_{II} den Nullpunkt der für die Scheibe $(a_0\, c_1)$ geltenden Einflussgeraden, weil sich diese Kräfte mit A_0 und der ausschliesslichen Belastung der Scheibe $(a_0\, c_1)$ im Gleichgewichte befinden.

Der Nullpunkt des Stützenwiderstandes A_1 (Fig. 6.*e*) für die Scheibe $(c_1\, c_2)$ ist analog durch den Schnittpunkt der Geraden C''_1, C'''_2 gegeben. Die Einflussgerade desselben Widerstandes für die Scheibe $(a_0\, c_1)$ besitzt die Ordinate $P=1$ im Schnittpunkte p der Kämpferdrucklinie C'_1 mit der Geraden $a'_0\, p \parallel C'''_2$. Die Einflusslinie des Horizontalschubes H der dritten Gurtung hat dieselbe Form, wie im vorigen Falle (Fig. 3.*f*), und wird vollständig durch die Ordinaten H', H'', H''' bestimmt die Stützpunkte bilden auch hier die Nullpunkte.

3. Stabspannungen: Die Nullpunkte kann man hier ähnlich, wie früher für die Obergurte H_n, H_s (Fig. 4., 5.) bestimmen. Den Nullpunkt für den Stab S_2 gibt der Schnittpunkt s_2 der Kämpferdrucklinie C'_1 mit der Geraden $a'_0\, 2'''$, wenn $\overline{2\, 2''} = \overline{2'\, 2'''}$ ist (Fig. 7.*a*). Der Nullpunkt h_5 für den Stab H_5 wird auf der Kämpferdrucklinie C'_3 durch die Gerade $a'''_2\, 4'''$ gegeben, wobei: $4\, 4'' = 4'\, 4'''$ ist (4 ist der zugeordnete Momentendrehpunkt, $4'$ der Schnittpunkt des betreffenden Stabes der dritten Gurtung mit der Lotrechten durch $4; 4''$ liegt endlich auf der Geraden H'_{II}, die der Kämpferdrucklinie C'_3 entspricht). Auch den Nullpunkt u_7 für den Stab V_7 kann man auf dieselbe Weise bestimmen.

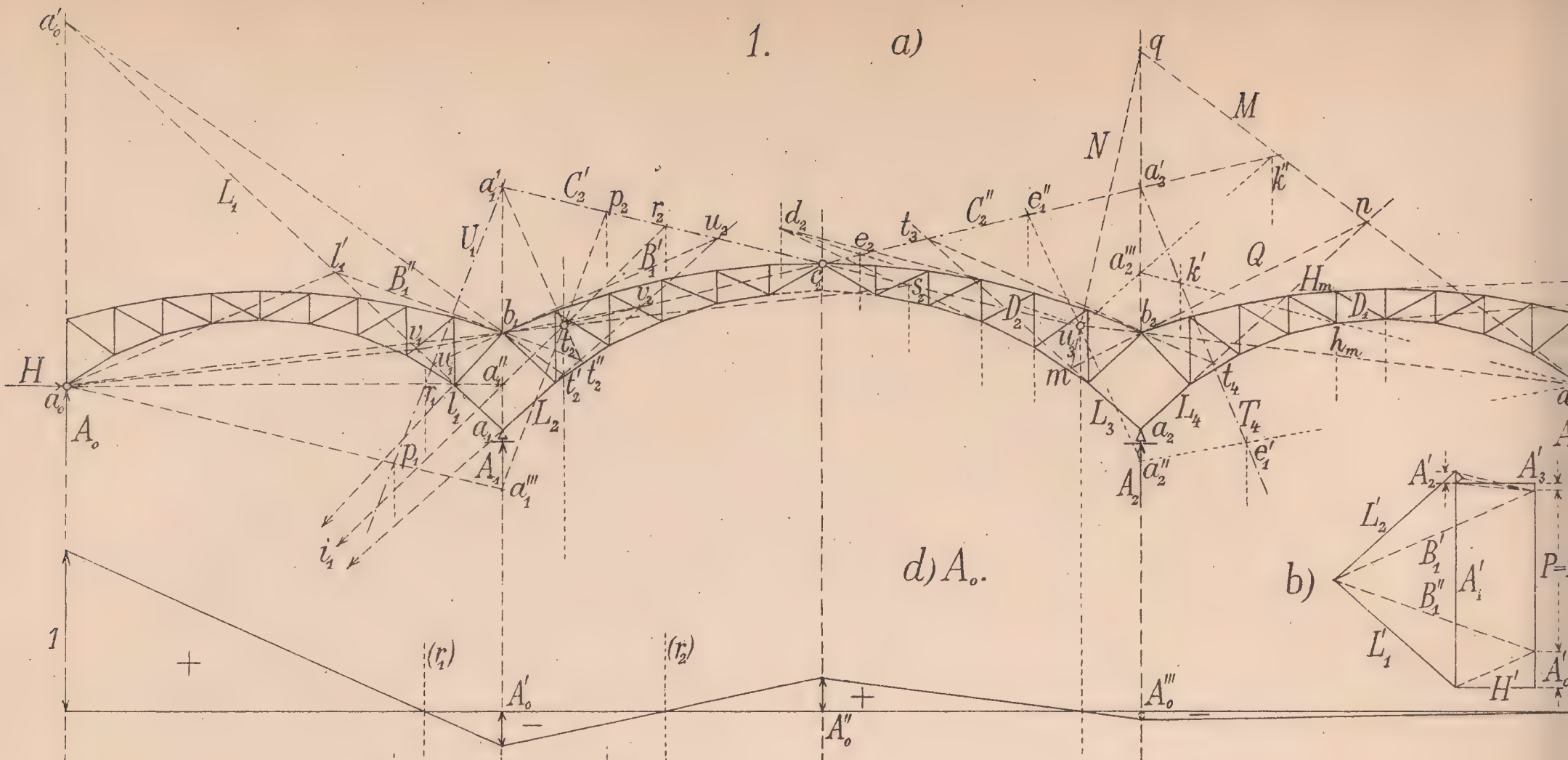
Wird nur die Mittelöffnung belastet, so verhält sich der Trägerteil in derselben wie ein Dreigelenkbogen $a'''_1\, c'_2\, a'_2$, auf den noch die Kraft H'_{II} wirkt, wenn man die Scheibe $(c_2\, c_3)$ untersucht. Dem zugeordneten Momentendrehpunkt v_7 entspricht auf dem verlängerten dritten Gurte K_7 (wenn die Belastung auf die Knotenpunkte des Obergurtes übertragen wird) der Punkt v'_7, auf der Geraden H'_{II} der Punkt v''_7; durch Übertragung $\overline{v_7\, v''_7} = \overline{v'_7\, v'''_7}$ erhält man den Punkt v'''_7 und die Gerade $a'_2\, v'''_7$ schneidet dann die Kämpferdrucklinie C_2^{IV} im Nullpunkte u_7. Die Einflusslinien (Fig. 7. b, c, d) für die Scheibe, die den Stab enthält, folgen dann wie für einen im Stützpunkte und Nullpunkte freigestützten Balkenträger.

So kann man alle Einflusslinien, mit Ausnahme derjenigen für die Untergurte und Vertikalen an den inneren Stützen (bei Anordnung der Füllungsstäbe nach Fig. 7. oder 3.), ermitteln. Die Einflusslinien dieser Stäbe, z. B. S_5, V_5 (Fig. 7. g, h) sind durch die Einflussordinaten in den Gelenken gegeben; jene bestimmt man als Spannungen, welche durch die im betreffenden Gelenke wirkende Last $P = 1$ hervorgerufen werden. Die Last im Gelenke c_1 (Fig. 7. f) ist im Gleichgewichte mit C''_1, C'_1; die Kraft C'_1 ist die Resultante von C'''_2, A_1. C'_1 ist auch die Resultante (C_1, K_4), wenn die Last als Belastung der Scheibe $(a_0\, c_1)$ angesehen wird und wenn H''_{II} die zweite Komponente der Kraft im Gelenke c_1 ist; daraus folgen die Kräfte C_1, K_4. Die übrigen Spannungen der dritten Gurtung haben denselben Horizontalschub wie K_4 und sind mit den Spannungen der Hängestangen, z. B. T_4, im Gleichgewichte. So kann man alle Kräfte, welche auf die Scheibe $(c_1\, c_2)$ wirken, ermitteln (im Gelenke c_1 wirkt ausser der angeführten lotrechten Komponente C_1 die Kraft H''_{II}). Ein gewöhnlicher Kräfteplan gibt dann die Stabspannungen.

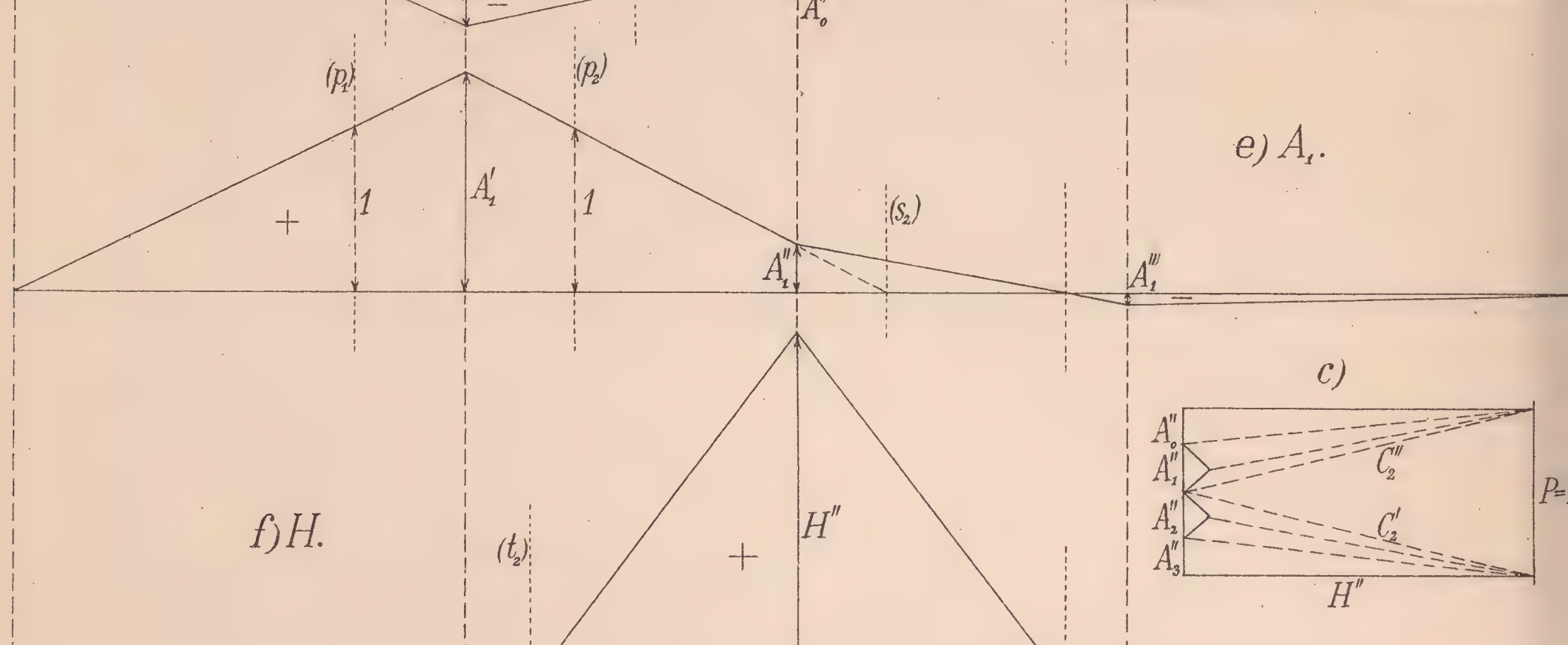
Ähnlich sind mit einer im Gelenke c_2 angreifenden Last (Fig. 7. e) die Kräfte C'''_2, C''_2 im Gleichgewichte; C''_2 ist die Resultante von A_1, C''_1. Weiter verfährt man wie bei einer im Gelenke c_1 wirkenden Last (man bestimmt aus C''_1 die Komponenten: C_1 und K_4, dann die Spannungen der dritten Gurtung und der Hängestangen u. s. w.).

Die so ermittelten Spannungen S'_5, S''_5 und die Stützen als Nullpunkte bestimmen die Einflusslinie der Stabspannung S_5 (Fig. 7. g). Die Stabspannung V_5 (Fig. 7. h) hat im Stützpunkte a_1 die Einflussordinate $P = 1$ (wenn die Belastung auf den Obergurt der Scheiben wirkt), in den Gelenken c_1, c_2 die ermittelten Ordinaten V'_5, V''_5; alle Stützen, mit Ausnahme von a_1, bilden die Nullpunkte.

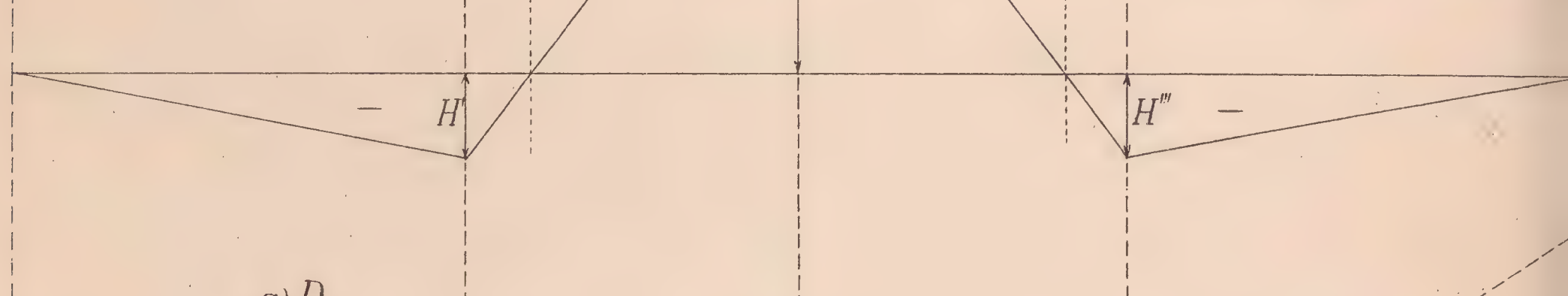
1. a)



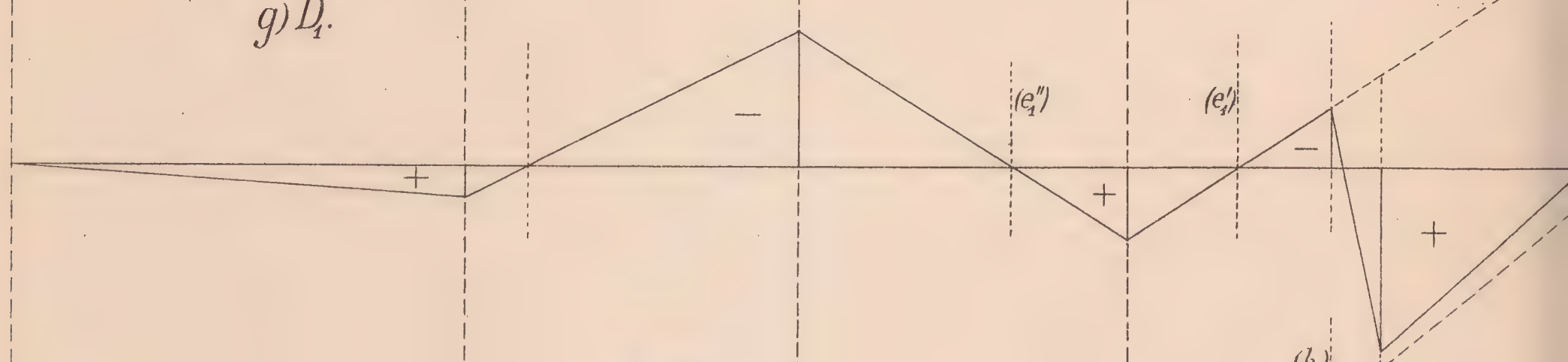
d) A_o.



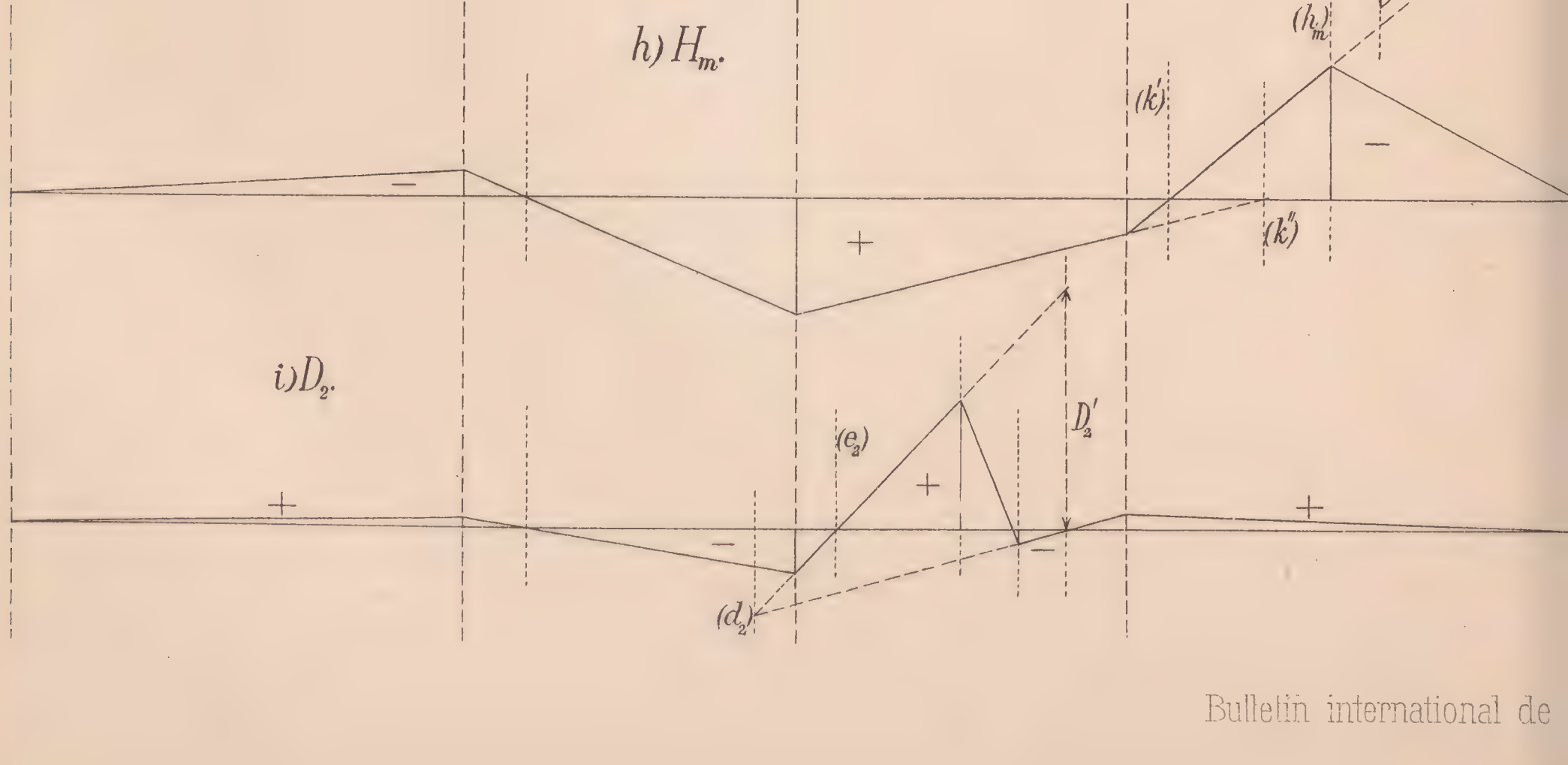
e) A_1.



f) H.



g) D_1.



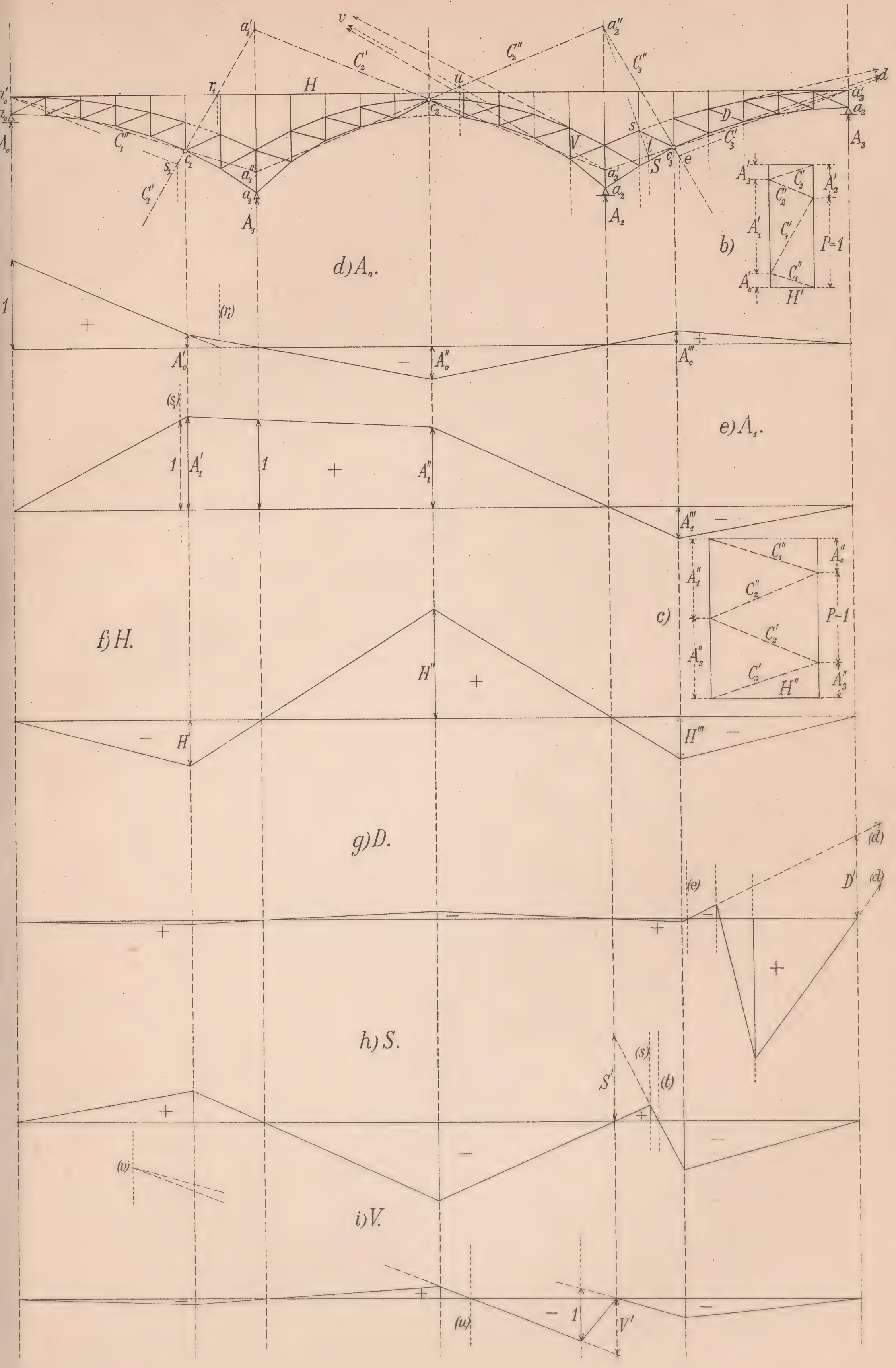
h) H_m.

i) D_2.

b)

c)

2. a)


v
a_1'
a_2''
C_2'
C_2''
C_3''
r_1
H
u
d
a_0'
a_0
a_3'
a_3
D
C_1'''
C_3'
s
t
V
S
e
c_1
c_2
c_3
s_1
C_1'
a_1''
a_1
a_2'
a_2
A_0
A_1
A_2
A_3
b)
A_3'
C_3'
A_2'
C_2''
A_1'
C_1'
P=1
A_0'
C_1''
H'
d) A_0.
1
(r_1)
+
A_0'
−
A_0''
A_0'''
(s_1)
1
A_1'
1
+
A_1''
e) A_1.
A_1'''
−
f) H.
C_1''
A_0''
A_1''
C_2''
c)
P=1
C_2'
A_2''
C_3'
A_3''
H''
H'
H'''
g) D.
(e)
D'
(d)
h) S.
S'
(s)
(t)
(v)
i) V.
(u)
1
V'

1. a)

2. a)

d) A_o.

e) A_1.

f) H.

g) D_1.

h) H_m.

i) D_2.

b)

c)

d) A_o.

e) A_1.

f) H.

g) D.

h) S.

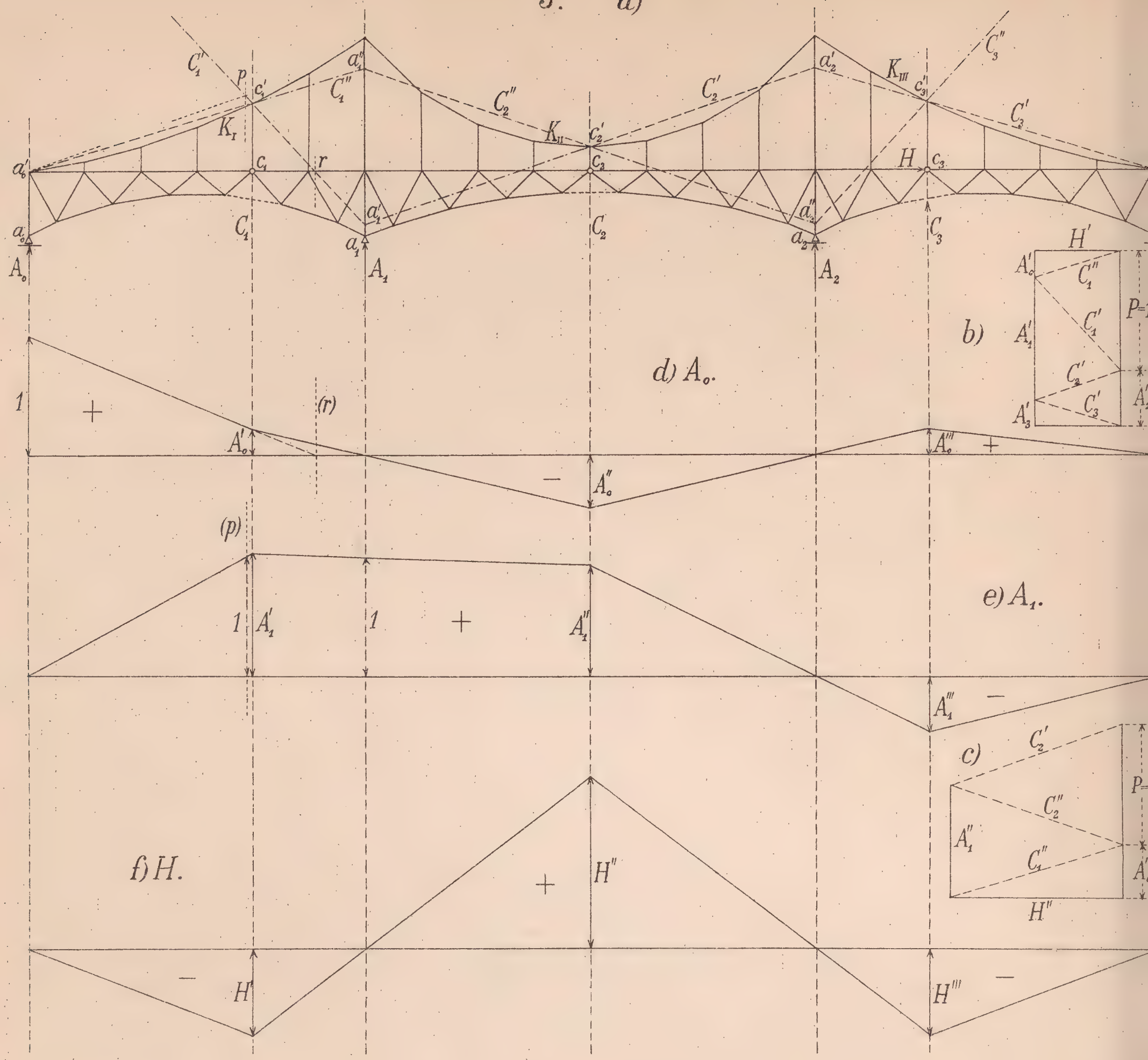
i) V.

b)

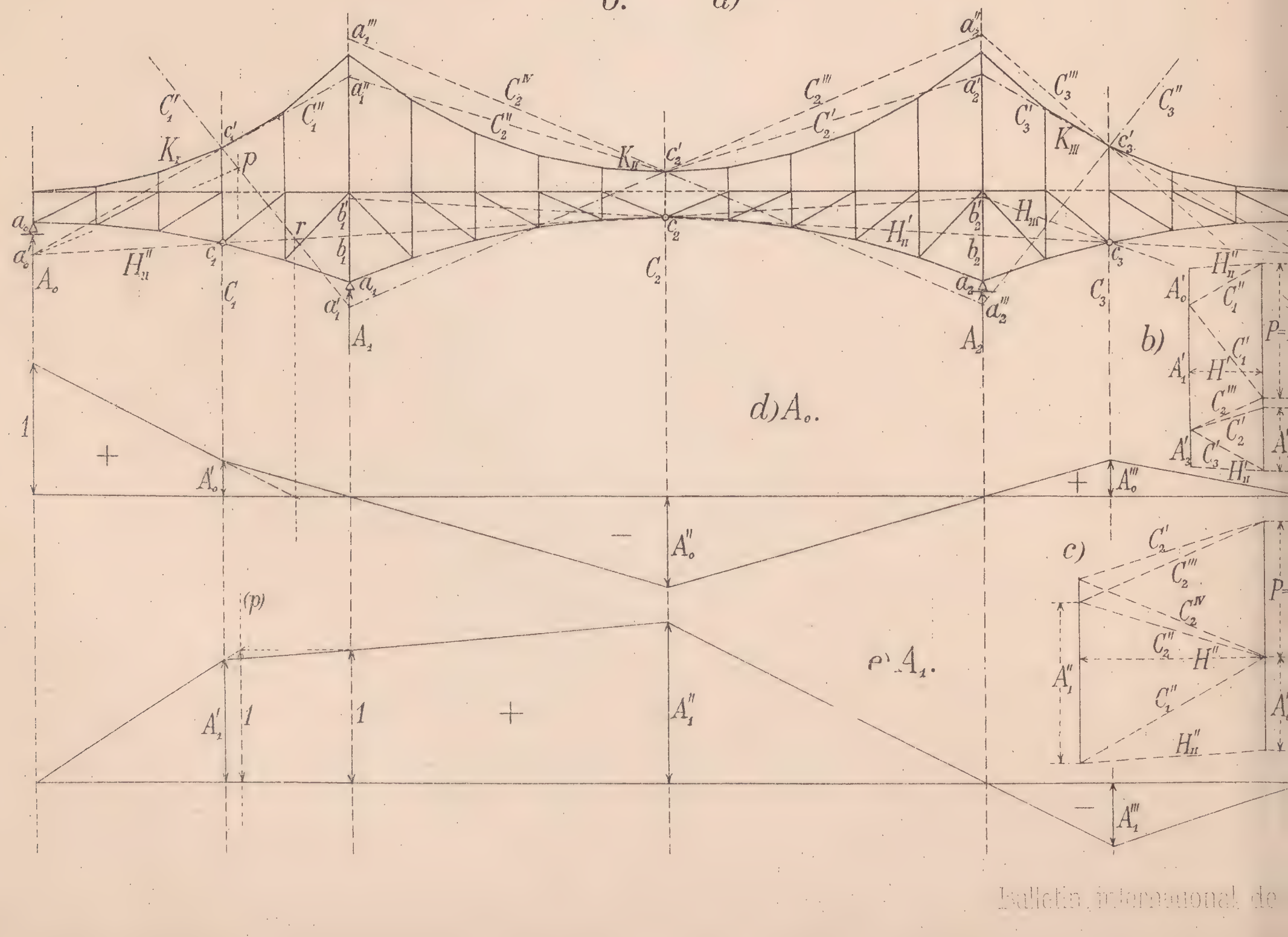
c)

Fišr. Forský Prague.

3. a)



6. a)



Bulletin international de

4.

a)

b) H_n.

c) D_n.

5.

a)

b) H_s.

c) D_s.

7. a)

b) S_2.

c) V_7.

d) H_5.

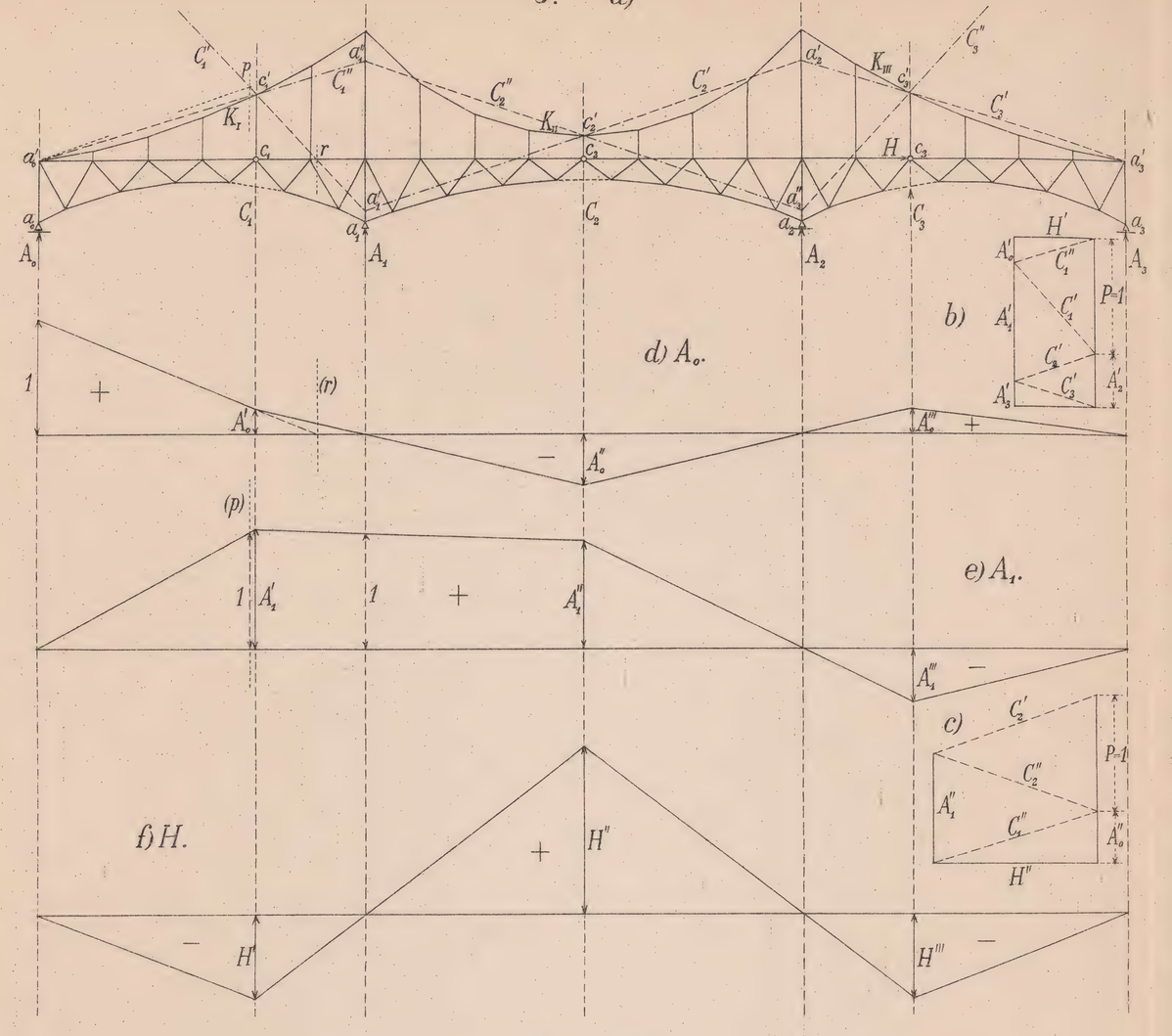
e)

f)

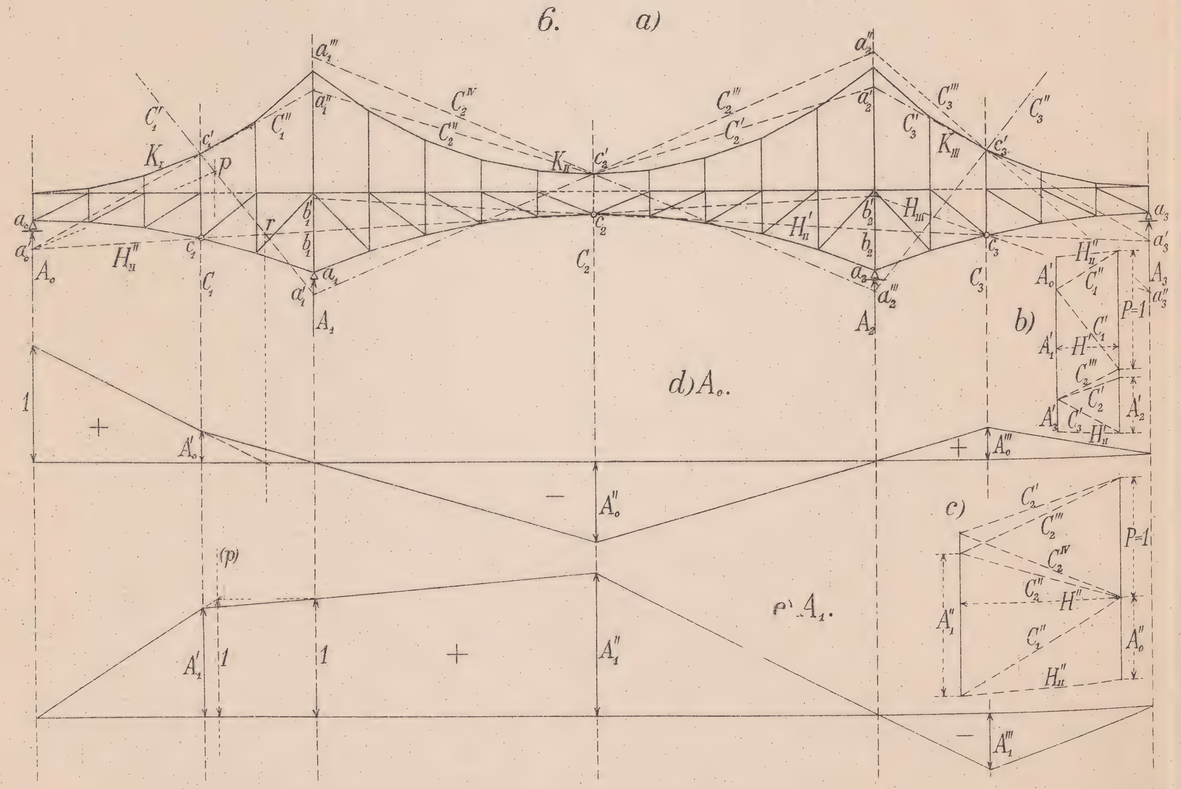
g) S_5.

h) V_5.

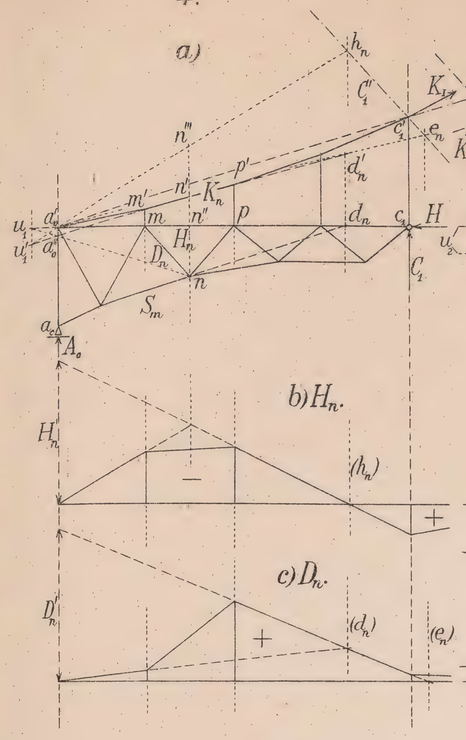
3. a)



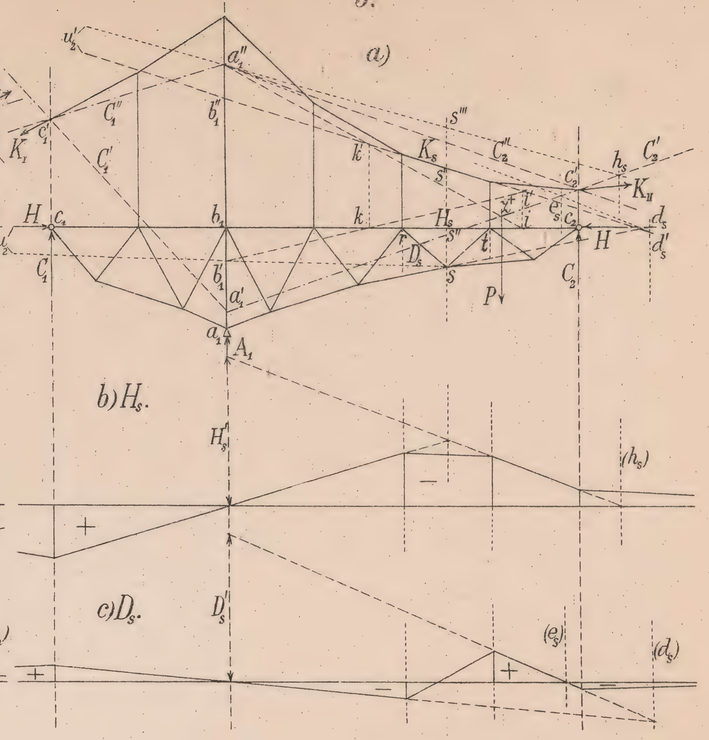
6. a)



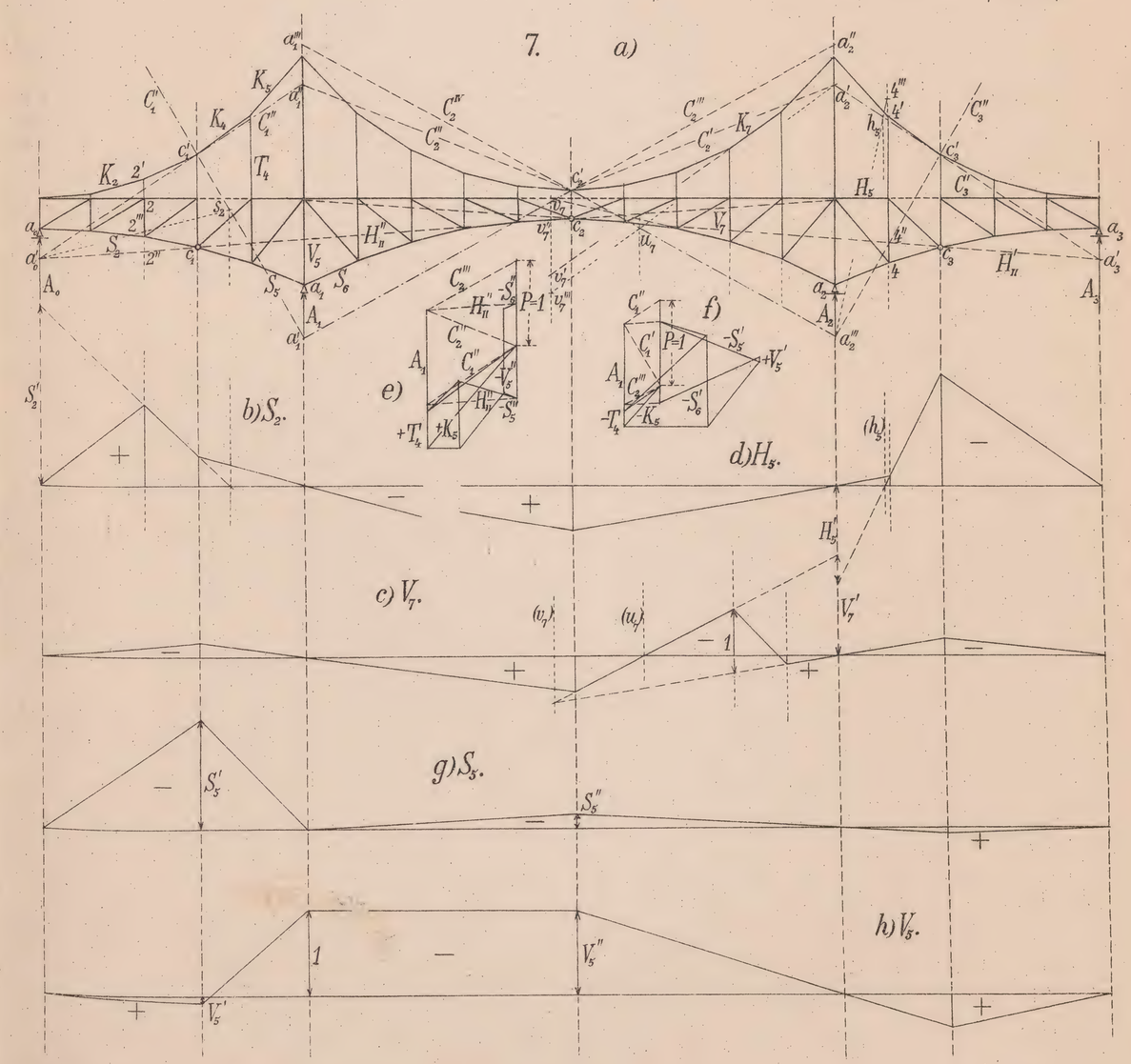
4. a)



5. a)



7. a)



Über die Genesis der Kupfererze im nordöstlichen Böhmen.

Von

Dr. Vojtěch Rosický in Prag.

(Auszug aus dem böhmischen Texte.)

Vorgelegt am 19. Oktober 1906.

I. Einleitung.

Das Vorland des Riesengebirges ist aus Gesteinen verschiedenen Alters und Ursprungs zusammengesetzt; den Kern derselben (sowie jenen des Isergebirges, welches geologisch dem Riesengebirge angehört), bilden Granit und die denselben begleitenden Gesteine.*) Vom Süden und Norden legt sich dem Granitkerne Gneis und Glimmerschiefer mit untergeordneten Amphibolschiefern an, letztere bildeten ursprünglich eine zusammenhängende Hülle, welche erst später vom Granit durchgebrochen wurde. Die südliche Hülle der kristallinischen Schiefer, die aus Gneis, Glimmerschiefern, Amphiboliten, Quarzschiefern, Malakolithen, Kalksteinen u. a. Gesteinen zusammengesetzt ist, reicht bis gegen Schatzlar, Freiheit und Hohenelbe, und ist nicht streng von den Eisenbroder Phylliten abgetrennt; viele Ganggesteine durchbrechen den südlichen Rand der Phyllite.

Dieses verschiedenartige und namentlich in tektonischer Hinsicht interessante Terrain ist von vielen Forschern einem gründlichen Studium unterzogen worden. Es ist hier nämlich eine große Variabilität im Streichen und Fallen der geschichteten Gesteine vorhanden, die durch verschiedene Störungen und Verwerfungen hervorgerufen wurde. Die Permablagerungen (in Böhmen nur durch Süßwasserschichten vertreten) dehnen sich südlich von den kristallinischen Schiefern und Phylliten in Form einer großen Mulde von ostwestlicher Richtung aus, ihr nördlicher Rand fällt steil

*) Milch macht keinen Unterschied zwischen Granit und Granitit.

gegen S., der südliche sanft gegen N. ab. Westlich und südlich von den Permablagerungen breitet sich die Kreideformation aus; im Osten ist das Postkarbon des Riesengebirges von den Braunauer Permschichten durch die Schatzlar Schwadowitzer Kohlenstreifen und durch Kreideschichten getrennt. Es bemühten sich gar viele Forscher eine Verteilung der Postkarbonschichten sowie eine Parallele derselben mit den Permschichten anderer böhmischen Lokalitäten festzustellen. Es ist nicht der Zweck dieser Abhandlung eingehender auf diese Fragen einzugehen, und es sei nur noch bemerkt, daß diese Verteilung verschieden durchgeführt und bisher noch nicht definitiv entschieden worden ist. Es gibt nämlich Dislokationen, die einer genauen Verteilung der Permschichten hinderlich sind. Diese Dislokationen behandeln die Arbeiten von Warnsdorf, Rose, Porth, Pollak, Jokély, Paul, Krejčí, Petraschek, Weithofer, Hinterlechner, Suess.

Den Arbeiten der genannten Forscher zufolge gehören die verwickelten Störungen nicht einer und derselben geologischen Epoche an, sie lassen sich vielmehr von geologisch alten Zeiten bis an unsere Tage verfolgen, was die rezenten Erdbeben wohl beweisen. (Laube, Woldřich.) Die Periodicität der dislozierenden Kräfte betätigt sich deutlich in den erneuerten Eruptionen hauptsächlich von Porphyr, Melaphyr und Basalt. Alle diese Gesteine sind nicht eines und desselben Alters, sondern jedes von ihnen kommt in mehreren verschieden alten Ergüßen vor.

Den Arbeiten von Porth, Römer, und namentlich jenen von Jokély zufolge erscheinen die Melaphyre in fünf Strömen; Madelung und Tschermak wollten auch für einzelne Ströme petrographische Verschiedenheiten gefunden haben, was aber schon Bořický aufgegeben hatte; höchstens können wir nach seinen Forschungen gewisse Typen in einzelnen Strömen häufiger finden als in anderen, augitreiche Melaphyre kommen in den ältesten, augitarme in jüngeren, die Orthoklas-Melaphyre am häufigsten in den jüngsten Strömen vor. Ebenso sind bei den Porphyren ähnliche Wiederholungen der Eruptionen nachgewiesen worden. Jokély sowie auch Weithofer beschreiben den Porphyr von der Grenze des Carbons und des Perms; daß aber die Porphyre auch jünger als die jüngeren und jüngsten Melaphyre sind, wurde einerseits von Laube (Porphyr von Liebenau), andererseits von Slavík (Porphyr von Kozákov unweit von Rovensko) nachgewiesen. Dieser letztgenannte Autor konstatierte, daß der Porphyr von Kozákov das jüngste Eruptivgestein des Perms des Isergebietes sei, also jünger als die jüngsten Melaphyrströme, ferner, daß derselbe Porphyr nicht auf einmal, sondern in wiederholten Eruptionen emporgestiegen sei. Auch Dathe gibt für den Porphyr von Beutengrund ein späteres Entstehungsalter als für den ihn begleitenden Melaphyr an. Um mich zu überzeugen, in wieweit die beiden Porphyre von Kozákov und der von Beutengrund petrographisch einander ähnlich sind, besuchte ich die letztangeführte Lokalität, wo ich in einem

Porphyrbruche unweit von der böhmisch-schlesischen Grenze einige Proben sammelte. Ich fand hier auch mehrere Bruchstücke von Porphyr und Melaphyr, die im Hauptporphyr eingeschlossen waren, welche Erscheinung auch Dathe konstatierte. Die ganze Beschaffenheit des Beutengrunder Quarzporphyres weist volle Übereinstimmung mit dem Kozákover Porphyre auch in den kleinsten Details auf, sodaß ich von dem gleichen Alter beider Gesteine überzeugt bin.

Endlich sind auch die Basalte der Angabe Bořický's zufolge in zwei verschieden alten Strömen im Perm des Riesengebirges vorhanden.

In einem so manigfaltig gestörten Terraine erwecken die kristallinischen Schiefer und die permischen Sedimente, welche Kupfererze führen, das höchste Interesse. Vom praktischen Standpunkte beurteilt, haben diese Kupferlager niemals eine größere Bedeutung erreicht, aber theoretisch sind sie sehr bemerkenswert.

In der vorliegenden Abhandlung stellte ich mir zur Aufgabe, ein petrographisches Bild einzelner Kupferlagerstätte zu entwerfen, sowie auch nach Möglichkeit Tatsachen festzustellen, die für die Genesis der Kupfererze wichtig wären. Mein Vorhaben sowie dessen Durchführung wurde durch eine Unterstützung der II. Klasse der Česká Akademie císaře Františka Josefa wesentlich gefördert, wofür ich mir meinen ergebensten Dank auszusprechen erlaube. Mein Vorhaben ist infolge des ungünstigen Umstands, daß alle Arbeiten in den kupfererzführenden Schichten des Riesengebirges längst aufgelassen sind, sehr erschwert worden. Ich musste mit kärglichem Materiale, welches ich auf den Halden sammeln konnte, vorlieb nehmen. Daß ich unter diesen ungünstigen Verhältnissen nicht genötigt war von meinem Vorhaben abzustehen, verdanke ich der außerordentlichen Bereitwilligkeit des Herrn Prof. A. Hofmann in Příbram, der mir alle betreffenden Stücke, welche in den Sammlungen der montanistischen Hochschule vorhanden waren, gefälligst zur Disposition stellte. Herrn Hofrat Prof. Dr. Karl Vrba, in dessen Institute ich die vorliegende Abhandlung arbeitete, bin ich gleichfalls für zahlreiche Ratschläge und das Interesse, das er meiner Arbeit entgegenbrachte, zu Dank verpflichtet. Den Herren Prof. Ing. H. Němeček und A. Brožek danke ich innig für die präcise Ausführung der Mikrophotographien.

II. Über den Kupferbergbau im nordöstlichen Böhmen

Über Bergbau im Riesengebirge sind aus vergangener Zeit nur spärliche Nachrichten vorhanden; damals wurde hauptsächlich auf edle Metalle gearbeitet, Kupfer und andere unedle Metalle wurden meist nur als Nebenprodukte gewonnen. Der dreißigjährige Krieg hat auch die Berg-

arbeiten im Riesengebirge wahrscheinlich arg geschädigt. Kaum daß sie sich dank der Fürsorge des Grafen Morzin etwas gehoben haben, wurden sie durch den siebenjährigen Krieg auf's neue sistiert*) und erst in der Mitte des neunzehnten Jahrhundertes wurde der Grubenbetrieb durch den unermüdlichen Forscher und energischen Unternehmer E. Porth neu aufgenommen. Porth wurde durch einen zufälligen Fund von Kupfer im Melaphyr zur genauen Untersuchung der Vorlagen des Riesengebirges angeregt; teils gründete, teils erneuerte er viele Kupferwerke im Perm, als auch in kristallinischen Schiefern, wobei er auch in einigen derselben Silber gewann (Rochlitz). Binnen 3 Jahren untersuchte Porth (wie Gurlt berichtet) gegen 100 Quadratmeilen Bodenfläche, entdeckte 8 neue Kupferlagerstätten und erwarb mehr als 50 Freischürfe. Aus dieser Zeit stammen auch zahlreiche Abhandlungen über die Abbauwürdigkeit der Kupferlagerstätte und über die Genesis der Erze. Unter den Autoren, die dieses Thema behandelten, mögen besonders erwähnt werden: Reuss, Porth, Beyrich, Zippe, Herter und Grimm; der letztgenannte begrüßte die Neuaufnahme der Bergarbeiten als hoffnungsreich und schrieb das Mißlingen derselben in früheren Zeiten nur einer schlechten Ökonomie der Alten zu, welche sich beim Verhütten der Erze des Röstprozesses bedienten, und die im Riesengebirge so häufigen oxydischen Erze, als unbrauchbar unbenutzt ließen. Grimm war von einem außerordentlichen Erzreichtum im Riesengebirge fest überzeugt und erwartete von der Bergindustrie daselbst einen großen Gewinn. Die offizielle Statistik hat damals zahlreiche Bergbaue angeführt: Eipel, Starkenbach, Herrmannseifen, Langenau, Huttendorf, Rochlitz (wo im Jahre 1859 34.000 *q* Erze gewonnen wurden), Wernsdorf (15.000 *q* Erze), Kostial-Oels und Ober-Kalna.

Doch nach kurzer Zeit verschwand diese optimistische Anschauung, als man gewahrte, daß das Erz einerseits in kaum hinreichender Menge vorkommt, andererseits in so verwickelter Lagerung, daß seine Gewinnung sehr kostspielig sein mußte. Obwohl i. J. 1864 an 260 *q* Kupfererz gewonnen wurden, weist d. J. 1865 bloß 194 *q*, und d. J. 1866 nur 56 *q* auf. Die Schurfarbeiten bei Rochlitz, Oberkalna, Starkenbach und Herrmannseifen wurden verlassen, die Bergbaue von Wernsdorf waren so steril, daß auch hier die Arbeit eingestellt wurde. In dieser Zeit erschienen mehrere Arbeiten und Abhandlungen von Jokély, Pošepný und Grimm.

Trotz der Mißerfolge gab Hering doch die Hoffnung nicht auf, daß der Bergbau im Riesengebirge neu aufblühen könnte. Er behauptete in seinen Arbeiten, daß die Schichten bei Ober-Kalna an Erzen außerordentlich reich seien, weshalb auch der Erzgewinn ein sehr ausgiebiger

---

*) Siehe Sternberg, Gurlt, Bayer, Schmidt, Czerweny, Hrabák.

sein müßte. Und tatsächlich sind neue Versuche gemacht worden (bei Wernsdorf, später auch bei Starkenbach und Ober-Kalna), aber mit gleichem Erfolge und denselben Erfahrungen wie früher. Nun sind — bis auf unbedeutende Versuche bei St. Peter unweit der Spindelmühle — alle Gruben verlassen und nur die, jetzt immer mehr schwindenden Halden bezeichnen den Ort, wo vor 50 Jahren vielversprechende Baue geblüht haben.

* * *

Hand in Hand mit den Schurfarbeiten gingen auch die theoretischen Erwägungen, welche die Genesis der Erze zu erklären sich bemühten. Fast alle Forscher, die in der Mitte des vorigen Jahrhundertes zur Zeit der Anfänge des Bergbaubetriebes im Riesengebirge an Ort und Stelle ihre Untersuchungen anstellten, stimmen darin überein, daß das Erz jünger ist als das Gestein; manche erklärten sogar, daß auch der Malachit und Azurit das ursprüngliche Erz wären, welches sekundär in die Gesteine eindrang (Reuss). Auch Porth äußerte sich zu Gunsten der Theorie, daß die Kupfererze der Kupferlagerstätte von Kozinec bei Starkenbach epigenetisch seien. Grimm behauptete, daß die kupferführenden Schichten keine Niveaubeständigkeit zeigen. Sehr entschieden hat sich betreffs der Genesis und der Niveaubeständigkeit des Erzes Jokély geäußert. Ihm zufolge ist das Erz (Carbonate als auch Sulfide) in der Nähe von Spalten angehäuft, ohne an bestimmte Horizonte gebunden zu sein; alle Charaktere des Erzes deuten auf Imprägnation unter Mitwirkung von Quellen hin, welche vielen Porphyr-, Melaphyr- und Basalt-Eruptionen nachfolgte. Diese Anschauung Jokély's fand Pošepný's volle Zustimmung. Auch Cotta stimmt mit manchen Momenten überein, die für die Epigenesis des Erzes sprechen, doch gegen manche andere führt er seine Bedenken an. Für die gleichzeitige Entstehung spricht sich Hering aus, der sich die Spalten und ihre Ausfüllungen als sekundäre Bildungen vorstellt, sowie auch Groddeck, dessen bekannte Theorien durch lange Zeit in der Wissenschaft vorherrschend waren. Er erhebt die Niveaubeständigkeit als einen der wichtigsten Beweise für den syngenetischen, sedimentären Ursprung der Erzlagerstätte hervor, obzwar er auch lokale Erzführung der Decke oder der Sohle zuläßt. Für die böhmischen Lokalitäten gilt nach Groddeck die Niveaubeständigkeit, obzwar, wie oben bemerkt worden ist, Jokély sowie auch Pošepný früher dieselbe bestritten haben; auch hat der letztgenannte Autor die von Groddeck verteidigte bekannte Theorie von der Fischvergiftung später als eine »Naivität« bezeichnet. Mit dem syngenetischen Ursprunge des Erzes und des Gesteines hat sich auch Gürich (in seiner Abhandlung über die Wernsdorfer Lagerstätte) einverstanden erklärt. Den Streit in Betreff der Genesis des Kupfererzes in den Schiefern hatte Pošepný in seiner Arbeit »The genesis of ore de-

posits«*) wieder eröffnet. Er erklärt die böhmischen kupfererzführenden Schichten als auch die deutschen Kupferschiefer als epigenetisch, und führt mehrere Beweise dafür an. Weiter bestreitet er die Niveaubeständigkeit, sowie auch die Möglichkeit der gleichzeitigen Entstehung des Erzes und des Gesteines. Ebenso wie Pošepný stimmen für die Epigenesis der Erze auch Naumann (für Kyffhäuser), Michael (für Oberschlesien) und Beyschlag überein. Nach der Meinung Sachs' kamen die infiltrierenden Lösungen bei den oberschlesischen Erzlagerstätten nicht von unten, sondern von oben her. Die Epigenesis der böhmischen Lokalitäten beweist auch Petraschek.

Außer Hering widersprechen der Epigenesis auch Gürich, der die oberschlesischen Erzlagerstätte studierte, und Kohler, der auf die große Aufgabe der Adsorptionskräfte des Kaolins und Bitumins bei der Erzbildung hingewiesen hatte; dabei bemerkt aber Kohler, daß der Adsorptionsproceß auch bei den epigenetisch infiltrierenden Lösungen eintreten kann. Hornung behauptet, daß im Zechsteinmeere die in Salzlaugen enthaltenen Erzlösungen durch faulende Organismen reduziert wurden und dadurch den Kupferschiefer bildeten; die Erzführung der Spalten betrachtet er als sekundär, ähnlich wie Köhler, der die Mansfeldsche Lagerstätte studierte.

Diese beiden wichtigen Theorien, welche die Genesis der kupfererzführenden Schichten betreffen, sind in den zuletzt neu erschienenen Lehrbüchern von Beck und von Stelzner-Bergeat vertreten. Beck erklärt sich für Pošepný's Epigenesis, Bergeat dagegen anerkennt die Syngenesis der Kupferschiefer.

III. Der Granitporphyr von Běloves bei Náchod.

In den älteren Abhandlungen von Jokély, Wolf, Frič und Laube über die Umgebung von Náchod wird von diesem Gesteine keine Erwähnung gemacht. Erst Petraschek führt dasselbe an, und beschreibt auch die Ausfüllungen seiner Spalten, nämlich Carbonate (Calcit und Braunspat), rote Letten und Kupferglanz.**) Die Spalten haben der Angabe Petraschek's zufolge eine nordwestliche Richtung; die Carbonate sind im genetischen Zusammenhange mit Mineralquellen, die in Běloves und in der Umgebung so häufig hervortreten. Daß auch der Kupfergehalt der Spalten in diesen Mineralquellen seine Ursache hätte, kann nach Petraschek wegen Mangels an direkten Beweisen nicht

*) Später erschien diese Arbeit auch in einer deutschen Bearbeitung.

**) Dieser ist nur spärlich vorhanden, den größten Teil der Kupfererze bildet Cuprit.

als unstreitig betrachtet werden. Der Granitporphyr ist am Bergabhange, östlich oberhalb Běloves in zwei Brüchen aufgeschlossen und von haematitführenden Phylliten umgeben, die er jedoch zuweilen durchbricht. Die Phyllite sind bedeutend gefaltet, infolgedessen weder ihre Richtung noch ihr Streichen bestimmt werden konnten. Die Lagerung der Phyllite ist mit dem Porphyrgange bald mehr, bald weniger diskordant, was man in dem niedriger liegenden Steinbruche beobachten kann. Die dem Porphyrgange nächst gelegene Phyllitzone enthält einen feinschuppigen Graphit; eine andere breite Graphitzone befindet sich etwas höher in der Schlucht »Dračí díra«.

Der Porhyrgang streicht — auch nach der Angabe Petraschek's — von SO nach NW, und in derselben Richtung ist er von zahlreichen Spalten durchsetzt. Durch zwei andere, zu dem ersten vertikalen Spaltensysteme zerfällt das Gestein in Säulen. Dem haematitführenden Phyllite sind zuweilen recht große Quarzstücke, und bis $^1/_2$ *m* starke, vom Hämatit nicht imprägnierten Schichten von grünlicher Farbe eingelagert. Schollen von sehr ähnlichem Aussehen sind auch im Porphyre eingeschlossen. Der Granitporphyr besteht aus Quarz, Feldspat und Biotit; alle diese drei Komponenten sind sowohl als Einsprenglinge als auch als Grundmassenbestandteile vorhanden.

Die Einsprenglinge sind idiomorph begrenzt, 2—3 *mm* groß; der Feldspat ist größtenteils ein Orthoklas, seltener ein Mikroklin oder ein sauerer Plagioklas. Sehr oft sind die Feldspatkristalle vom Haematit durchdrungen. Die Biotittafeln sind beinahe immer mit feinschuppigem, stark doppelbrechendem Muscovit umgeben; sekundär verwandelt sich der Biotit in Chlorit. Der Quarz weist häufig nur Pyramiden ohne Prismenflächen auf und ist nicht selten stark resorbiert. Die Grundmasse ist feinkörnig, die Körner sind allotriomorph und größtenteils nur 0·05 *mm* groß; sie besteht hauptsächlich aus Orthoklas und Quarz, Biotit und Muscovit sind spärlich beigemengt. Dem Charakter der Einsprenglinge nach sind der Biotit das älteste, die Quarzkristalle das jüngere und die Feldspatkristalle das jüngste eingesprengte Mineral, denn diese letzteren wurden schon von der sich bildenden Grundmasse im Wachstum gestört. Der haematitführende, gefaltete Phyllit besteht aus dünnen, oft linsenförmig gestreckten Quarzschichten, deren Körner pflastersteinartig nebeneinander liegen und zuweilen auch undulös auslöschen, und aus Muscovitschichten, die reich mit Haematit imprägniert sind. In Verbindung mit dem letztgenannten kommt in diesen Schichten auch Wad und Graphitpulver vor. Haematit dringt auch in die Quarzlinsen ein, und dies namentlich an solchen Stellen, wo die Schichten stark gefaltet erscheinen. Daß der Haematit später erst das Gestein infiltriert hatte, beweist seine Gegenwart auf den transversalen Spalten des Haematit-Phyllites von Dobrošov, der von einem vollkommen analogen Granitporphyrgang durchbrochen ist. In diesen Spalten ragen von den Wänden Quarzkristalle empor, und

in der Mitte derselben ist kristallinischer Kalk abgesetzt, der reich mit Haematit imprägniert und vielfach nach $-\frac{1}{2}$ R verzwillingt ist. Die Zwillingslamellen sind durch späteren Druck deformiert. Die früher schon erwähnten haematitarmen oder haematitfreien Schichten, welche den haematitführenden zwischenlagern und im Granitporphyre eingeschlossen sind, bestehen einerseits aus Muscovit, dann auch aus Chlorit und Talk, andererseits aus Quarz, der aber sehr feinkörnig ist, und dessen einzelne Körner eine lappige Umgrenzung haben. Die Spalten im Granitporphyre sind teilweise von Kupfermineralien ausgefüllt: Cuprit, selten Kupferglanz, aus diesen entstehen sekundär Malachit, Chrysokoll und Kupferschwärze, die öfters von Quarz, Carbonaten (Kalkspat und einem ankeritähnlichem Carbonat),*) Eisenoxyd, Eisenhydroxyd und Wad begleitet werden. Cuprit bildet zuweilen nur Anflüge an den Wänden, aber häufig füllt er die Spalten in Form von Krusten und Platten verschiedener Stärke (bis 10 *cm*) aus, oder bildet darin zuweilen kleine, zuweilen recht große Knollen, welche namentlich in den sich erweiternden Spalten vorhanden sind (in der letzten Zeit wurden Knollen bis 100 *cm* Länge gefunden). Niemals ist das Eindringen des Erzes in das Gestein beobachtet worden. Wo der Cuprit nicht die ganze Kluft ausfüllt, enthält diese in der Mitte Calcit und das ankeritähnliche Carbonat; oft kommt auch ein Gemenge von Roteisenstein und Wad mit Malachit, Chrysokoll und Ziegelerz vor. Selten wurde als Begleiter weißer nadelförmiger Aragonit konstatiert.

Außer den gröberen mechanischen Beimengungen von Pyrit und Pyrrhotin weist der Cuprit keine Verunreinigungen aus, namentlich enthält er kein Silbermineral, wie mir Prof. Ing. H. Němeček freundlichst mitgeteilt hat.

In den Cupritknollen sind nicht selten größere Höhlungen vorhanden, in welche sehr scharf ausgebildete Octaeder von Rotkupfererz, oder seltener die Combinationen {111}.{100}.{110}. hineinragen. Dem Herrn J. Kujal, Fachlehrer in Náchod, verdanke ich zwei Cupritknollen, von denen einer 3·5 *cm* lang, 2·5 *cm* hoch und ebensoviel breit, an der Oberfläche von Malachit und Ziegelerz bedeckt ist. Am Querbruche bemerkt man drei Schichten; die äußerste ist kompakter Cuprit $\frac{3}{4}$ *cm* stark; die zweite bildet arsenhaltiger Pyrit von $\frac{1}{4}$—$\frac{1}{2}$ *cm* Dicke und die innerste Zone setzen scharf ausgebildete Cupritkristalle zusammen, die in den Zentralraum hineinragen. In der äußersten Zone sind mehrere kleine Hohlräume, bei welchen die Schichten in derselben Reihenfolge geordnet sind. Sehr interessant sind aber seltene Höhlungen, in welchen Drusen von winzigen, hell gelblichgrünen Kristallen von nur einigen Zehnteln *mm* Länge sitzen. Diese Kriställchen weisen unter dem Mikroskop eine tafelige Säulenform auf, an der man neben dem Prisma das, die Tafelform bedingende, die stumpfe Prismenkante abstumpfende Pinakoid, also {100}, wahr-

*) Von Petraschek als Braunspat bezeichnet.

nehmen kann. Die Endflächen der Tafel bildet ein Brachydoma {okl}, dessen Flächenneigung im Mikroskope zu 112° gemessen wurde. Das Kriställchen, welches mit {100} aufliegt, zeigt im Mikroskope deutlichen Pleochroismus; parallel zur Vertikalachse gelbgrün, senkrecht zu derselben grünlichblau. Zwischen gekreuzten Nicols löscht der Kristall parallel der Prismenkante aus; im konvergenten polarisierten Lichte sieht man durch (100) den Austritt der Bissektrix r, die also mit der *a*-Achse zusammenfällt. Die Achsenebene liegt in (001), der Achsenwinkel um r ist recht groß. Mikrochemisch wurde As und Cu konstatiert. Nach allen hier angeführten Merkmalen stimmt das Mineral mit Olivenit überein; auch der Typus der gefundenen Kriställchen ist jener der Olivenitkristalle: (011) : (0$\bar{1}$1) bei Olivenit = 110° 50′ (gemessen 112°).

Breithaupt erwähnt Olivenit von Schlaggenwald in Böhmen,*) wo er denselben in Begleitung von Quarz und Fluorit gefunden hatte. Das Originalstück Breithaupt's befindet sich in der Sammlung der Bergakademie in Freiberg, es zeigt keine deutliche Olivenitform, es ist aber wie Prof. Kohlbeck nachgewiesen, bestimmt ein Kupferarsenat.

Der zweite 11 *cm* lange, 5—6 *cm* breite und hohe Knollen vom Herrn Kujal sitzt auf verwittertem Porphyr und ist reichlich mit Limonit und Wad umgeben. Im Cuprit der stellenweise grobkörnig, stellenweise dicht ist, sind kleine Partien von Pyrrhotin eingesprengt. In mehreren Hohlräumen, sitzen Cupritkrystalle und in einer langen seichten Höhlung drusige Überzüge von Olivenit.

Schließlich sei noch ein Stück dichten Cuprites angeführt, in dessen Hohlräumen kleine, dunkel blaugrüne, durchsichtliche, etwa $^1/_3$ *cm* hohe und breite Blättchen beobachtet wurden; sie sind stark perlmutterartig glänzend, weich und ausgezeichnet spaltbar, auf der Spaltfläche fein gerieft. Die erwähnten Blätter zeigen einen deutlichen Pleochroismus, parallel zur Riefung dunkelblau, senkrecht dazu blaugrün. Auf den Blättchen kann man im konvergenten Lichte ein Achsenbild wahrnehmen. Mikrochemisch ist Cu und As konstatiert worden, was mit den obenangeführten Beobachtungen auf Tirolit hinweist. Tirolit erscheint im Böhmen zum erstenmal nachgewiesen.

Weit seltener als Cuprit tritt auf den Spalten des Porphyres Chalkosin auf, derselbe bildet nur dünne Äderchen von 2—3 *cm* Breite, und ist von denselben Mineralen begleitet, wie sie früher beim Cuprit angeführt worden sind.

* * *

Die Kupfererze an den Porphyrklüften sind insoferne von Bedeutung, als sie zweifellos bezeugen, daß der Kupfergehalt von den emporsteigenden

---

*) Zepharovich Lexikon I., 293.

heißen Quellen in das Gestein gebracht wurde. Übrigens wurden auch in der Umgebung des Granitporphyres im »Peklo« genannten Tale des Mettauflusses auf Schieferflächen der Phyllite grüne Malachit- und braune Limonitflecken vorgefunden. Mit dem Kupfergehalt sind in den Porphyr und in die ihn umgebenden Phyllite nebst Carbonaten auch Eisen- und Manganoxyde eingedrungen, die mit der Entfernung vom Porphyre an Menge abnehmen. Daß die sehr feinkörnigen und lappigen Quarzschichten von den Eisen- und Manganlösungen nicht imprägniert werden konnten, ist wohl selbstverständlich; nur die darin befindlichen transversalen Klüfte sind von Mangan- und Eisenoxyden erfüllt, und bilden die Wege, auf welchen die Lösungen in die oberen Schichten führen.*) Die Eisen- und Manganerze aus der Umgebung von Náchod beschreibt einerseits Reuss, dem zufolge dieselben die Klüfte des Permsandsteines ausfüllen, anderseits auch Zepharovich, der dieselben von mehreren Lokalitäten angibt.

Den Zusammenhang von Kupfer, resp. Kupferoxydul und Eisenoxyd erwähnt schon Wibel, dessen Ansicht nach das gediegene Kupfer und das Rotkupfererz aus den Kupfersulphatlösungen durch reductive Tätigkeit des Eisenoxyduls entstehen, wobei sich Eisenoxyd bildet. Aus den übrigen Gemengteilen bilden sich die begleitenden Mineralien namentlich Sulfide. Diese Entstehungsweise wäre freilich für den Kupfergehalt des Porphyres von Běloves nicht unmöglich, denn nebst Cuprit und Haematit sind hier auch die begleitenden Mineralien: Pyrit, Olivenit und Tirolit vorhanden. Doch will ich noch auf einen Prozeß aufmerksam machen, welchen Kohler als einen sehr wichtigen Faktor bei der Bildung der Erzlagerstätte bezeichnet, nämlich den Adsorptionprozeß. Das Eisenoxyd besitzt eine große Adsorptionsfähigkeit für das Kupferoxyd, wovon ich mich durch einen Versuch überzeugen konnte. Eine azurblaue Ammonium-Kupfersulphatlösung hinterläßt im Eisenoxyd den ganzen Kupfergehalt, sodaß ein beinahe wasserklarer Rest durchfließt. Es ist nicht ausgeschlossen, daß bei Běloves sowohl der Reductions-, als auch der Adsorptionprozeß bei der Bildung der Erzlagerstätte wirksam waren.

In Betreff der Altersfrage der Infiltration des Granitporphyrs von Běloves bieten die Klüftenausfüllungen des Melaphyrs von Rosental unweit von Braunau einige Aufklärung. An diesen Melaphyrklüften wurde ein Malachitüberzug gefunden,**) weiter besitzen sie viele Eisen- und Manganoxydkrusten, welche Gleitflächen aufweisen (dieser Umstand scheint darauf hinzudeuten, daß durch den Melaphyr eine Dislocationspalte führte); endlich durchsetzen das Gestein schmale Calcit- und Braunspatadern. Man sieht also, daß die ganze Paragenesis der Kluftausfüllung im Porphyre von Běloves der Spaltenausfüllung im Melaphyre von Rosental vollkommen entspricht

---

*) Eine ähnliche Entstehung der Eisen- und Manganerze von Eberbach gab Salomon an.

**) Den Fund des Malachites verdanke ich dem Herrn Fachlehrer J. Měřička in Náchod.

und kann folglich mit Sicherheit annehmen, daß in beide Gesteine Kluftausfüllungen zu gleicher Zeit erfolgten, was selbstverständlich frühestens zur Permzeit stattfinden konnte.

IV. Kupfererze aus den kristallinischen Schiefern.

A) Erzlagerstätte am Kiesberg.

Die Halden des früheren Bergbaues im Riesengrunde befinden sich am Kiesberge, am südwestlichen Abhange der Schneekoppe. Die Literatur weist nur sehr spärliche Notizen über den Bergbaubetrieb im Riesengrunde auf; sie stammen von Raumer, Zippe, Jokély und Römer.

Die Gesteine des Erzlagers am Kiesberge repräsentieren ursprünglich kalkreiche Schiefer, die am Kontakte mit Granit des Riesengebirges metamorphosiert sind. Ihr Charakter — gleich jenem anderer Gesteine dieser Art — ist recht veränderlich sowohl betreffs ihres Äußeren, als auch in ihrer Zusammensetzung. Auf den übriggebliebenen Halden kann ziemlich viel ursprüngliches Erz gesammelt werden, u. zw. Arsenopyrit, Pyrrhotin und Chalkopyrit. Das Studium des eigentlichen Erzlagers ist leider unmöglich, da die Gruben ersoffen sind.

Die gesammelten Proben können in drei Typen geschieden werden:

a) Erlane,

b) Quarzreiche Gesteine,

c) Kalksteinreiche Gesteine.

a) Die Erlane.

Die Erlane sind zuweilen dichte, öfters aber feinkörnige Gesteine, die einen krystallinischen Bruch aufweisen und je nach ihrer Zusammensetzung verschiedene Farbe besitzen. Manche Stücke sind durch Alternieren verschieden zusammengesetzter Schichten gestreift, niemals wurde aber eine schieferartige Struktur wahrgenommen. Die Erlane sind aus Pyroxen, Granat, Amphibol (Aktinolith), Epidot, Talk, Apatit und Titanit zusammengesetzt; sekundär entsteht auch der Chlorit. Pyroxen ist ein Malakolith mit normalen Eigenschaften, und tritt häufig in zwei Generationen auf, die sich von einander durch ihre Größe und ihre Entwickelung bedeutend unterscheiden, er bedingt eine Porphyrstruktur. Die Einsprenglinge erreichen die Länge von $1^1/_2$ *mm*. Der Granat ist rosafärbig (im Dünnschliffe fast farblos), optisch zuweilen normal, manchmal aber auch anomal. Seine Form deutet darauf hin, daß er das letzte Produkt der Kontaktmetamorphose ist, indem er auch in der Form von dünnen Äderchen andere Gemengteile zu umgeben pflegt. Man muß also mit Slavík übereinstimmen, daß auch bei den Erlanen vom Kiesberg die Metamorphose in zwei Phasen

vollendet wurde. Seltener kommt grünlicher, nach der *b*-Achse gestreckter Epidot vor, dessen Eigenschaften normal sind. Der aktinolithartige Amphibol ist blätterig-stengelig, besitzt eine lichtgrüne Farbe und einen deutlichen Pleochroismus. Seine Auslöschung nähert sich am häufigsten 14·5°. Auch Amphibol pflegt in zwei Größen aufzutreten: einerseits erscheint er in Form grösserer eingesprengter Individuen (über 1 *mm* lang und $^1/_2$ *mm* breit), andererseits kommt er als ein Gemengteil der Grundmasse vor (0·05—0·2 *mm* Länge). Sowohl der Pyroxen als auch der Amphibol sind öfters in einen feinschuppigen Talk umgewandelt. Nebst dem spindelförmigen, gelbroten Titanit kommen auch häufig Apatitsäulchen vor, die sich durch einen sechsseitigen Querschnitt, negative Doppelbrechung, die Stärke der Lichtbrechung, sowie an einem Phosphorgehalt leicht erkennen lassen.

Die Erze, Magnetopyrit, Arsenopyrit und Chalkopyrit, legen alle Charaktere der letzten Gemengteile an den Tag. Den mikroskopischen Beobachtungen zufolge, wurden sie in das fertige Gestein wahrscheinlich durch Magnesiumlösungen eingeführt, welche die Pyroxene und die Amphibole in Talk umwandelten und die Kalksteine, wie später noch erwähnt werden wird, dolomitisierten.

Figur I. der beigelegten Tafel zeigt das Verhalten des Erzes (Pyrrhotin) gegen Epidot, dessen Individuen er umgibt und in deren Zwischenräume er eindringt. Figur 2. stellt das Eindringen des Pyrrhotins in das Gestein dar, welcher große Amphibolindividuen bis in die feinsten Spalten imprägnierte und in die Zwischenräume eingesprengt ist. Das Bild, welches diese Imprägnation bietet, entspricht vollkommen jenem, das Beck für die Sfalerit-, Galenit- und Chalkopyrit-Imprägnation von der Långfallsgrube bei Råfvala in Schweden angibt. An das Erz pflegt gewöhnlich auch etwas Quarz gebunden zu sein. Stellenweise dringt das Erz lappenförmig in die Gemengteile ein, ähnlich wie es Weinschenk beschreibt.

b) Quarzreiche Gesteine.

Quarzreiche Gesteine sind durch quarzreiche Erlane mit den echten Erlanen verbunden. Der Quarz, und mit ihm zuweilen auch der Aktinolith, ist häufig in großen, poikilitisch entwickelten Körnern vorhanden. In einem Stücke Quarzerlan beobachtete ich Pistazit, hellen und rosafarbigen Epidot. Die Durchschnitte des Epidotes, der auch in der *b*-Achse parallelen Schnitten etwas schief auslöschte und durch Glühen seine Farbe nicht veränderte, zeigten manchmal anomale Interferenzfarben und negativen Doppelbrechungscharakter.

Der blass rosenrote Epidot hat eine hohe positive Doppelbrechung; ist also dem Piemontit nahe verwandt. Wo das Erz vorkommt, hat es alle Charaktere des letzten Gemengteiles im Gesteine. Die Unterlage der Scheelitkristalle vom Riesengrund ist ein aus Quarz, Fluorit und etwas Chlorit bestehendes Gestein. Die Scheelitkristalle sind gelbbraun bis lichtgelb

oder vollkommen farblos; die Farbe pflegt nicht scharf abzusetzen; sie sind sehr gut nach {101}, minder gut nach {001} spaltbar und zeigen im konvergenten polarisierten Lichte ein einachsiges Interferenzbild. Die Dichte habe ich = 6·006 bestimmt. Die häufigste Form des Scheelites ist *e* {101}; (101) : ($\bar{1}$01) = 66°34′ (berech. 66°8′).

Die Flächen *e* sind hie und da parallel zur Kante (101) : ($\bar{1}$01)*) sehr fein gerieft. Bauer gibt in seiner ausführlichen Monographie für den Scheelit vom Riesengebirge die Formen *e* {101}, *P* {111}, *o* {102}, *h* {313}, *s* {131}, *c* {001}, *k* {515}, *x* {416} an; letztere beiden Formen sind von Bauer als neu bezeichnet worden.

Einige von den quarzreichen Gesteinen sind infolge Alternierens grobkörniger und feinkörniger Schichten geschichtet. Die grobkörnigen Lagen sind bis 1½ *cm* dick und oft drusig und in Hohlräumen und an den Wänden derselben sitzen Bergkristalle.

c) Kalkreiche Gesteine.

Auch die Kalksteine sind mit den Erlanen durch Übergangstypen verbunden, welche nebst reichlichem kristallinischen Kalke auch Granat (der nicht selten Kristalle bildet), grünlichen Pyroxen und gelben, getrübten Talk enthalten, letzterer ist wahrscheinlich eine Pseudomorphose nach Aktinolith. Die kristallinischen Kalke sind feinkörnige, weiße, bis gelbliche Gesteine, die stellenweise von Erzäderchen durchdrungen sind; sie sind stark dolomitisch. Nicht selten findet man in ihnen beinahe ½ *cm* starke Streifen und Nester, die aus Serpentin und Phlogopit bestehen.

Es kann nicht bezweifelt werden, daß die Erzlagerstätte vom Kiesberg mit der Eruption des Riesengebirgs-Granites in enger Verbindung steht, darauf verweisen die Kontakterscheinungen an der Granitgrenze. Daß auch bei der Bildung der Erlane vom Kiesberg eine Stoffveränderung der ursprünglichen Sedimente stattgefunden hat, beweist einerseits die porphyrische Struktur, die auch Slavík bei den Erlanen von Kocerad anführt, andererseits der Erzgehalt der Gesteine, da das Erz — wie das mikroskopische Studium beweist, — den letzten Gemengteil der Gesteine repräsentiert. Auch der poikilitische Quarz, Amphibol, Fluorit und Scheelit in den Quarzerlanen verdanken ohne Zweifel ihre Entstehung der posteruptiven Tätigkeit der heißen Quellen und Dämpfe. Auf den Zusammenhang zwischen den Granitgesteinen und den Quarzgängen macht schon Jokély aufmerksam, obzwar er über die Genesis der letzteren gar keine Erklärung gibt. Die Entstehungszeit der Erzlagerstätte vom Kiesberg ist demnach dieselbe, wie diejenige der Erzlagerstätte von Kupferberg-Rudelstadt, welche den Mitteilungen von Krusch zufolge, auch durch die Eruption des Riesengebirgs-Granites verursacht wurde.

---

*) Beim Scheelit wird die Streifung parallel zur Kante *e* : *s* = (101) : (131) angeführt.

B) Die Erzlagerstätte bei Ober-Rochlitz.

Von den großen Kupfer- und Silberbergbauen bei Ober-Rochlitz sind nur ziemlich bedeutende Halden übrig geblieben, die sich in unmittelbarer Nähe des Dorfes am südlichen Abhange des Tales befinden. Zu den älteren Abhandlungen über diese Lagerstätte gehören diejenigen von Kersten und Zippe. Eine genauere Untersuchung derselben hatte Grimm vorgenommen; er hat festgestellt, daß das Erz (oxydische Verbindungen, Malachit, Azurit, Chrysokoll, Kupferschwärze, Kupferpecherz, seltener Sulfide: Chalkopyrit, Chalkosin, Bornit, Tetraedrit) in den Quarzschichten, in Ton- und Kalkschiefern und in Epidotgesteinen vorkommt und zwar in der Nähe von größeren Quarzmassen, niemals aber in denselben. Den Erzhalt dieser Lagerstätte schätzt Grimm auf 2,800.000 *q*. Weitere Nachrichten von dem Bergbaue in Ober-Rochlitz hat Reuss publiziert, der einen dichten Pyroxen und das von Porth neu gefundene Mineral, den Neolith, beschreibt. Herter hat in zwei schief einfallenden und parallel verlaufenden Klüften außer Letten und Quarz auch ein ansehnliches Quantum von Erzen konstatiert; er beschreibt weiters ein dunkelgrünes Silikat, das außer anderen Elementen auch Cu, Sb, Ag, Pb enthält. Gemeinschaftlich mit Porth fand Herter außer den Kupfererzen auch gediegen Silber, Antimonit und Pyrit. Den über den Klüften sitzenden Quarz betrachten beide als ein Produkt der Quellen und Gasemanationen, welche nebstdem Fluorit absetzten. Die sulfidischen Erze sind nach der Ansicht der genannten Forscher ursprüngliche Gesteinsgemengteile gewesen, die später von heißen Sickerwässern gelöst und später wieder als Chrysokoll und Malachit abgesetzt wurden. Jokély ergänzt die Beobachtungen von Porth und Herter noch durch die Mitteilung, daß die erwähnte Lagerstätte fünf Quarzstreifen aufweist, und daß zwischen den zwei obersten Streifen sich ein durch Verwerfungen gestörtes Erzlager befindet. Das Erz ist nach Jokély an Klüfte gebunden. Hering erwähnt kupferführende Permsandsteine aus der Umgebung von Ober-Rochlitz.

Die Probestücke, die ich an der Lokalität sammeln konnte, enthalten nur oxydische Kupferverbindungen, reichen also keineswegs hin, um das Verhalten der Erze, aus denen Malachit und Chrysokoll entstanden sind, ausführlich studieren zu können. Das nötige Studiummaterial, die mit dem ursprünglichen Erze imprägnierten Stücke, wurden mir aus den Sammlungen der Příbramer k. k. Bergakademie geliehen.

Die Gesteine des Erzlagers von Ober-Rochlitz können ebenfalls in drei Gruppen geteilt werden:

a) Erlane.

b) Quarzreiche Gesteine.

c) Kalksteinreiche Gesteine.

a) Erlane.

Die Erlane von Ober-Rochlitz sind von jenen vom Kiesberg sowohl betreffs der Struktur als auch der Komponenten verschieden, sie sind meistens dicht und enthalten fast immer an den Klüften Chrysokoll. Als Bestandteile der Erlane konnte ich Pyroxen, Epidot (reichlicher als in Kiesberger Gesteinen), Kalkspat, aber auch Feldspat (mit Quarz lichte Partien bildend) und schließlich Zoisit, Vesuvian und Fluorit feststellen.

Sehr häufig sind in den Erlanen von Ober-Rochlitz dünne Äderchen, die das Gestein durchkreuzen und öfters mit Quarz, Fluorit und Albit erfüllt sind. Manche Proben erscheinen durch Alternieren von verschiedenen Streifen geschichtet. Das Erz (Chalkopyrit, Bornit und Chalkosin)*) hat alle Merkmale des später in das Gestein imprägnierten Erzes, wie Fig. 3 der Tafel ersichtlich macht. Diese Beobachtung widerspricht der Ansicht von Porth und Herter, die oben angeführt wurde. Auf einem Erlanstückchen (Přibramer Bergakademie) habe ich eine Kruste einer pistaziengrünen Substanz gefunden, in welcher $^1/_2$ *cm* lange und 2—5 *mm* breite, unvollständig ausgebildete, teils wasserhelle, teils durch Chrysokoll grünlich gefärbte Täfelchen oder Säulchen eingebettet waren. Die nähere Untersuchung verwies auf Prehnit, es wurde eine hohe Lichtbrechung (nahe 1·63),**) eine starke und variable Dispersion (bald $\varrho > v$, bald $\varrho < v$) konstatiert. Das chemische Verhalten stimmt gleichfalls mit Prehnit überein, mit welchem auch der nicht konstante Achsenwinkel (32^0—45^0) im Einklange steht. Eine Durchwachsung zweier Individuen, deren Achsenebenen senkrecht gegeneinander orientiert sind, ließ in einem Individuum die Dispersion $\varrho > v$, im anderen $\varrho < v$ erkennen. Die pistaziengrüne Substanz ist ohne Zweifel mit derjenigen identisch, die auch Herter erwähnt; sie enthält SiO_2, Cu, Ag, Al, Fe, Mg, aber Sb, welches Herter ebenfalls gefunden hatte, konnte ich nicht konstatieren; wahrscheinlich war den Erzen, durch deren Zersetzung diese Substanz entstanden war, kein Tetraedrit beigemengt. Die Dichte der Substanz habe ich zu 2·385 bestimmt.

b) Quarzreiche Gesteine.

Quarzreiche Gesteine sind häufig geschichtet, es wechsellagern Quarzschichten mit seidenglänzenden, grünlich bläulichen Aktinolithlagen; andere Typen enthalten Quarz mit Epidot, Klinozoisit und Pyroxen gemengt. Zuweilen kommt spärlich Albit und Fluorit vor, einmal konnte auch stengeliger Wollastonit mit einer hohen Lichtbrechung aber einer niedrigen Doppelbrechung sichergestellt werden, seine Auslöschung ist gerade, die Längsrichtung der Stengel negativ. Auf einigen Quarzproben wurde auch

---

*) Pošepný führt irrtümlich an, daß sich der Chalkosin in den Permschichten, niemals aber in den kristallinischen Schiefern befindet.

**) Der Lichtbrechungsexponent des Schwefelkohlenstoffes.

eine Chalkopyritkruste vorgefunden, die sich in Stilpnosiderit umwandelt hat.

c) Kalksteinreiche Gesteine.

Durch das Wechseln erlanartiger und kalkiger Lagen sind die kalksteinreichen Gesteine öfters gebändert. In den kalkigen Streifen wurde nebst Pyroxen auch Granat gefunden, der sowohl in idiomorphen Individuen, als auch als allotriomorphe Klemmungsmasse entwickelt ist (er gehört also zwei Phasen der Kontaktmetamorphose an). Auch Quarzschichten, Aktinolithfasern und Talkblätter sind den körnigen Kalken beigemengt. Im Vergleiche mit den körnigen Kalken vom Kiesberg sind diejenigen von Ober-Rochlitz nicht dolomitisch.

Schließlich will ich noch auf einige interessante Probestücke aufmerksam machen, die ich entweder an Ort und Stelle gesammelt habe oder die mir aus den Sammlungen der Příbramer Akademie geliehen wurden; es sind die Teile der Aplitgänge, welche die Erlane durchsetzen, und in dieselben häufig schmale Apophysen entsenden. Merkwürdig ist, daß in den Aplitgängen der Mikroklin den Hauptfeldspat repräsentiert, während in den Apophysen Albit als dominierender Feldspat auftritt. Der Mikroklin ist öfters mit sauerem Plagioklas (Albit?) perthitisch durchwachsen. Der Feldspat und der Quarz des Aplites deuten auf mächtige Druckphänomene hin, welche sich durch die häufige Kataklase der Feldspat- und Quarzindividuen, sowie deren anomales Auslöschen kundmachen. Von großer Wichtigkeit ist für die Frage der Genesis der sulphidischen Erze der Umstand, daß dieselben die Aplitgänge als Erzadern durchsetzen; dies ist natürlich ein Beweis, daß das Erz jünger ist als die von demselben durchsetzten und imprägnierten Gesteine. Die Erzlagerstätte von Rochlitz ist wahrscheinlich mit derjenigen vom Kiesberg gleichen Alters.

V. Kupfererze in den Permschichten.

A) Die Lagerstätte bei Rybnic.

Die geologischen Verhältnisse der merkwürdigen Lagerstätte, welche sich zwischen Rybnic und Ruppersdorf befindet, behandeln die Arbeiten von Grimm, Pošepný und Jokély. Pošepný rechnet die Lagerstätte von Rybnic zu den permischen Lagern, bei welchen die benachbarten Phyllite durch eine mächtige Verwerfung über die Permschichten umgestürzt worden sind. Das eigentliche, die Kupfererze enthaltende Lager ist von Limonit und von hornsteinartigen Quarzgesteinen gebildet. Auf den Halden, die hier als letzte Überreste des einstmaligen Bergbaues vorhanden sind, habe ich Phyllite, Kalksteine, Quarzite, Ton und chloritreiche Gesteine

sowie auch rote glimmerige Sandsteine gesammelt;*) häufige Limonitstücke enthalten viel Malachit. Chloritreiche, erzführende Quarzgesteine sind größtenteils dicht und von hornsteinartigem Aussehen (Příbramer Bergakademie). Sowohl mit bloßem Auge, besonders aber im Dünnschliffe bemerken wir in diesem Gesteine ovale Durchschnitte, welche an Gerölle erinnern; auch mikroskopisch können deutliche Unterschiede zwischen den Geröllendurchschnitten und der Umgebung beobachtet werden. Während erstere aus grobkörnigem, rundlich-eckigem Quarze zusammengesetzt sind, besteht die Zwischenklemmungsmasse aus sehr feinkörnigen, lappigen Quarzkörnchen, denen ein größeres oder kleineres Quantum von Chlorit beigemengt ist. Je nachdem sie mehr oder weniger Chlorit enthalten, sind diese Quarzite dunkler oder lichter gefärbt. Mit diesen kommen auch Quarzgesteine vor, welche recht viel Feldspat, Albit, resp. Oligoklas enthalten. Der Quarz und die Feldspäte deuten öfters durch ihr undulöses Auslöschen, Kataklase und durch Biegung der Plagioklaslamellen auf sehr heftige Druckwirkungen hin.

Der hier auftretende Chalkosin erscheint in Nestern, die in lange Trümmer und Adern auslaufen, welche zwischen die Gemengteile und den Klüften nach auch in die zersprengten Gemengteile eindringen.

Fig. 4. der beigelegten Tafel stellt ein deformiertes Plagioklaskorn vor, in dessen Kluft Chalkosin hineingedrungen ist. Wie aus dem Gesagten hervorgeht, sind die beschriebenen Quarzite klastischen Ursprungs, sie wurden später metamorphosiert und ihre Bestandteile wurden durch einen mächtigen Druck (der wahrscheinlich mit der oben erwähnten Überkippung der Schichten zusammenhängt) deformiert; erst nach dieser Deformation kam das Erz in das Gestein. Wie schon gesagt wurde, ist das Kupfererz dieser Lagerstätte an Limonit gebunden. Auch mikroskopisch konnte konstatiert werden, daß der Chalkosin immer von Haematit und Limonit begleitet ist. Es wird dadurch abermals der Zusammenhang zwischen dem Eisenoxyde (resp. Eisenhydroxyde) und den Kupfererzen bestätigt, wie ich ihn bei dem Granitporphyre von Běloves erwähnt habe.

Auch einen arkoseartigen Sandstein von Rybnic (Příbramer Bergakademie) habe ich einer genauen Untersuchung unterzogen.

B) Die Lagerstätte am Kozinec bei Starkenbach.

Von den geologischen Verhältnissen dieser Kupferlagerstätte des unteren Perms belehren uns die Abhandlungen von Reuss, Jokély, Pošepný und Grimm, welch letzterer am Kozinec einen grossen Erzreichtum vermutet. Auf den Halden, die am Nordabhange des Kozinec liegen, habe ich Probestücke von glimmerigen, fein- bis grobkörnigen Arkosesandsteinen, von Mergeln und Stücke von Sandsteinen mit Anthraciteinla-

*) Malakolithgesteine, die Jokély von dieser Lokalität angibt, habe ich nicht gefunden.

gerungen gesammelt. Alle diese Stücke sind reichlich mit Malachit und Azurit imprägniert. Diejenigen Probestücke, die das ursprüngliche Erz enthalten, gehören den Sammlungen der Příbramer Bergakademie.

Die Feldspate der glimmerigen Arkosesandsteine sind zuweilen noch recht gut kristallographisch begrenzt, und gehören teils dem Orthoklas, teils dem Albite an. In einem Quarzkorne wurde die feinverteilte Graphitsubstanz so angehäuft vorgefunden, daß derselbe einen deutlichen Pleochroismus aufwies.*) Als Repräsentanten der Glimmer fungieren Muscovit und Biotit. Die Feldspate sowie vereinzelte Granat- und Turmalinsplitter in den besprochenen Sandsteinen beweisen, daß ihr Material von granitischen Gesteinen herrührt. Auch ein Melaphyrbruchstück wurde einmal im Sandstein eingeschlossen konstatiert. Die Arkosesandsteine übergehen in Arkosekonglomerate; in beiden diesen Gesteinen sowie auch in den bituminösen Tongesteinen sind zahlreiche Versteinerungen und Anthraciteinlagerungen vorhanden. Die mergligen Sandsteine sind recht bituminös.

Das ursprüngliche Kupfererz, Chalkosin, hat seinen Sitz in den Sandsteinen, vorzugsweise in der Nähe der Antraciteinlagerungen. Der Erzreichtum ist stellenweise so groß, daß der Chalkosin als das einzige Bindemittel der Quarzkörner auftritt, welche dann eine undulöse Auslöschung haben. Das Erz entsendet lange Trümmer, die zwischen die Sandsteingemengteile eindringen und die Muscovitblättchen imprägnieren. (Tafel, Fig. 5.) Der Chalkosin ist abermals von Haematit begleitet.

Dem Verhalten des Chalkosins nach muß ich bestimmt dafür halten, daß es sich abermals um eine Erzimprägnation handelt. Den Malachit und Azurit betrachte ich als sekundäre Bildungen, während Pošepný's Ansicht nach dieselben eine ursprüngliche Form des Erzes vorstellen.

C) Die Lagerstätte von Unter-Wernsdorf.

Außer einer kurzen Notiz, von Zippe behandeln diese Lokalität die Arbeiten von Bayer und Pošepný, der als das Haupterz dieser Lagerstätte den Tetraedrit anführt. Hering, namentlich aber Gürich, unterscheidet in diesem Lager zwei Erzhorizonte, im Liegenden und Hangenden des unteren Perm-Konglomerates. Als ursprüngliches Kupfererz konnte Gürich nur Chalkosin konstatieren. In der liegenden Erzschichte dominiert der Pyrit, in der hangenden herrschen nierenförmige Konkretionen und fingerstarke Schnüre vor, welche aus Chalkosin und Pyrit bestehen. Auch das untere Konglomerat enthält den Chalkosin, der staubförmig und in dünnen Häutchen verteilt ist. Daß Gürich mit der syngenetischen Theorie übereinstimmt, ist schon oben gesagt worden.

---

*) Siehe Dr. J. L. Barvíř, Rozpravy České Akademie XI., II. Kl., No 22., pag. 5, 6.

Von dem Bergbaue blieb nur eine einzige Halde bei der »Sofienhütte« übrig, an welcher ich Konglomerate und Erzproben gesammelt habe, die nach Gürich's Beschreibung teils aus der oberen teils aus der unteren Erzschichte herrühren. Die konkretionären Bildungen verdanke ich Herrn Bergverwalter Ot. Hoertl. Die Konglomerate sind arkoseartig, denn sie enthalten außer Quarzgeröllen und Chloritschieferstückchen auch Feldspatkörner; diese gehören teils einem perthitisch mit sauerem Plagioklase verwachsenen Orthoklase an, teils rechnet man sie zum Mikroklin. Das Bindemittel der Konglomerate ist glimmerreich. Von den Bruchstücken, die in demselben eingeschlossen sind, wären noch ein Porphyrbruchstück und ein Melaphyrbruchstück zu erwähnen. Diese beiden Funde stimmen vollkommen mit Grimms Angabe überein, daß Porphyre und Melaphyre der Schatzlarer Umgebung älter sind als die Arkosen des unteren Rotliegenden. Die erzenthaltenden Stücke sind Mergel, denen ziemlich viel Quarz, Plagioklas und Biotit beigemengt ist. Der Pyrit bildet entweder mächtigere oder sehr dünne Zonen, und hat spärlichen Chalkosin beigemengt. Tetraedrit konnte ich auf keinem der gesammelten Stücke konstatieren. Von dem Standpunkte der Adsorptionstheorie Kohlers beurteilt, ist es höchst interessant zu beobachten, daß in den erzreichsten Partien der feinschuppige Kaolin vorherrscht. Die nierenförmigen Konkretionen sind aus feinkörnigem Pyrit und Chalkosin zusammengesetzt, infolge dessen sie einen matten Bruch aufweisen. Die Mitte der fingerstarken Schnüre bildet mergliger Kalkstein, in dessen Nähe Pyrit, weiter zur Peripherie die Körnchen von Chalkosin angehäuft sind. Von den unteren Konglomeraten stammen wahrscheinlich Quarzgerölle, die an ihren Klüften Pyrit- und Chalkosinhäutchen enthalten. Sekundär entsteht aus dem Chalkosin erdiger Malachit.

D) Die Lagerstätte von Kostial-Oels.

Dieses Lager wurde bei dem Baue der südnorddeutschen Verbindungsbahn entdeckt. Eine kurze Beschreibung der Lokalität verdanken wir Pollak, später Zippe. Ihren Abhandlungen zufolge ist das Kupfererz, Chalkosin, abermals um Anthraciteinlagerungen angehäuft, das Vorkommen des Erzes ist aber sehr unbeständig. Reuss erwähnt auch Limonit, der den Chalkosin begleitet, und gibt auch eine Silberinfiltration an den Klüften der Chalkosinknollen an. Weitere, diese Lokalität betreffende Arbeiten stammen von Jokély, Bayer und Pošepný.

Aus den unbedeutenden Halden, die »na Pohoři« nach den Schurfarbeiten übrig geblieben sind, konnte ich die von Malachit durchdrungenen, spärlichen Feldspat enthaltenden Konglomerate des unteren Rotliegenden sammeln, welche Zeichen einer deutlichen Druckwirkung aufweisen.

Die Gesteinsproben mit Chalkosin (Příbramer Bergakademie) sind mehr oder weniger feinkörnige Arkosensandsteine. Der von der haematit-limonitischen Infiltration begleitete Chalkosin besitzt abermals alle Charaktere eines zuletzt in das Gestein eingedrungenen Bestandteiles. Fig. 6. der beigeschlossenen Tafel stellt ein Feldspatkorn vor, in dessen Klüften der Chalkosin eingedrungen ist.

An einer Halde in der Nähe des Flusses Voleška sammelte ich viele aus Chalkosin zusammengesetzte Konkretionen, die vollkommen denjenigen von Wernsdorf ähnlich sind, erstere sind aber im Bruche glänzend, da sie bloß aus dichtem Chalkosin bestehen.

E) Die Lagerstätte von Ober-Kalná.

Diese Lokalität ist von Hering am gründlichsten untersucht worden, denn dieser Forscher versprach sich von dem Bergbaue in Ober-Kalná großen Erfolg;*) seine Hoffnungen gingen aber nicht in Erfüllung. Heute ist der Bergbau gänzlich verlassen, obzwar die Schächte noch ziemlich gut erhalten sind. An dieser Lokalität habe ich nur schieferige, mehr oder weniger bituminöse, glimmerreiche und mit Malachit und Azurit imprägnierte Sandsteine des obersten Perms sammeln können. Der Azurit bildet kleine linsenförmige Scheiben auf den Schieferungsflächen. Außer diesen Azuritscheibchen habe ich auch ganz ähnliche Pyritscheibchen gefunden, ich konnte jedoch weder bei den ersteren, noch bei diesen ein Centrum auffinden, um welches sich die Erze gruppiert hätten. Nach Hering war in den bitumreichen Schiefern auch Chalkosin gefunden worden. Von Ober-Kalná besitze ich nur sekundäre Erze, die für die Genesis keine Wichtigkeit haben.

VI. Schluß.

Am Schluße dieser Abhandlung mögen noch alle Momente hervorgehoben werden, die teils der Literatur entnommen, teils das Resultat meiner eigenen Beobachtungen sind, und welche für die Frage der Entstehung des Kupfererzes von größerer Bedeutung sind. Man muß natürlich nur die sicher primären Erze (Sulfide, Cuprit oder Gediegen-Kupfer) in Betracht ziehen und diejenigen, welche aus ersteren entstanden sind, ausschließen; nur letztere haben nach Gürich in den Schichten »manigfache Wandelungen und Wanderungen durchgemacht«. Der Stillstand des Bergbaubetriebes und die Unzugänglichkeit der Lagerstätte, erlauben es leider nicht, die Erze an Ort und Stelle zu studieren, weshalb man

---

*) Er vermutete im Bergreviere von Ober-Kalná an 113.310·4 Tonnen Kupfer im Preise von 98,580.052·35 fl.

nur an die Angaben jener Forscher gewiesen ist, welche ihre Beobachtungen bei der Aufnahme des Bergbaubetriebes vornehmen konnten.

Diesen entnehmen wir:

1. Die Kupfererze sind vorzugsweise an den Klüften oder in der Nähe derselben angehäuft; ihr Vorkommen ist also auf die Lagerstörungen gebunden.

2. Die Niveaubeständigkeit, welche Groddeck als den schlagendsten Beweis der Syngenesis anführt, hat für die böhmischen Lokalitäten keine Geltung, denn die Erzführung kommt in verschiedenen Etagen des Rotliegenden vor. Die Niveauunbeständigkeit, die bei Wernsdorf so deutlich zu Tage tritt, wurde auch von Bergeat für böhmische Lokalitäten zugelassen; doch dieser Forscher betrachtet keineswegs die Niveaubeständigkeit als einen zweifellosen Beweis gegen die Syngenesis, womit natürlich der Wert derselben, den Groddeck so hoch schätzte, sich bedeutend vermindert. Daß in den Lagerstätten des Riesengebirgsgebietes keine Beständigkeit des Erzreichtums existiert, bewies am besten der vollständige Mißerfolg des Bergbaubetriebes in sämtlichen Gruben des Gebietes.

3. Mit der Niveauunbeständigkeit hängt die Tatsache zusammen, daß die Erze in verschiedenartigen Gesteinen auftreten, wie dies bei der Beschreibung einzelner Lokalitäten angeführt wurde. In manchen Gesteinen ist recht viel Bitumen vorhanden, so daß man vermuten könnte, daß die Sulfide derselben durch Reduktion aus Carbonaten sekundär entstanden wären, was auch einige Forscher behauptet haben. Doch es gibt daneben auch Erzlager, die weder Bitumen nach kohlige Bestandteile enthalten.

Für die Lösung unserer Frage über die Kupfererzentstehung sind meiner Ansicht nach zwei Tatsachen von großer Wichtigkeit:

a) Das Auftreten der Erze an den Klüften der Eruptivgesteine. In der bezüglichen geologischen Literatur finden wir Angaben von Reuss, Grimm und Porth, von der Existenz des Kupfers, Chalkosins und des Malachits in den Melaphyren.

In der vorliegenden Abhandlung sind der Cuprit, Chalkosin, Olivenit und Tirolit im Porphyre von Bělovеs beschrieben worden. Auch wurden die Erztrümmer der Rochlitzer Aplitgänge und die Malachitimprägnation des Rosentaler Melaphyres erwähnt. Im Porphyre von Kozákov wurde von Slavík Ehlit sichergestellt. Von der Gegenwart gediegenen Kupfers und Rotkupfererzes hatte ich Gelegenheit mich zu überzeugen; ein Melaphyrstück aus der Umgebung von Neu-Paka, das ich H. Hofrat Prof. Dr. K. Vrba verdanke, enthält in den Hohlräumen eine Cuprit-schichte; das zweite, vom Berge »Babka« bei Alt-Paka, erhielt ich von meinem Onkel, H. Prof. J. Rosický; in diesem ist Gediegen-Kupfer eingesprengt.

Das eben Angeführte beweist gewiß vollkommen, daß emporsteigende Quellen sowohl im Gebiete der kristallinischen Schiefer, als auch in jenem der sedimentären Permschichten hervortraten und die Klüfte der

Eruptivgesteine infiltrierten.*) Es ist natürlich, daß dieselben Quellen auch die umliegenden Schiefer in verschiedener Form und Mächtigkeit, wie es eben die Verhältnisse zugelassen, infiltriert haben. Hornungs Theorie kann man für die böhmischen Lokalitäten nicht annehmen, da es in Böhmen keine marine Permablagerungen gibt. Aus demselben Grunde ist es nicht möglich die Kupferschiefer in Böhmen durch Bergeats Hypothese zu erklären, nach welcher die posteruptiven Quellen das Erz-Material in den permischen Süsswasserseen angehäuft hätten, und die Erze durch das Zechsteinmeer niedergeschlagen worden wären.

b) Das zweite wichtige Moment, das die Frage über den Ursprung der Erze aufzuklären vermag, ist die Form des Auftretens der Erze in den Gesteinen. Die mikroskopische Untersuchung der primären Erze erwies in allen Fällen, daß dieselben die jüngsten Bestandteile der Gesteine sind. Man kann demnach folgenden Schluß ziehen:

Die Erze (Kupfererze, sowie auch Eisen- und Manganerze, und gewiß auch andere Erze, die von Rochlitz angeführt sind), welche an den Klüften der Eruptivgesteine, in kristallinischen Schiefern und in den permischen Schichten des böhmischen Riesengebirges vorkommen, sind epigenetisch, indem sie in das vorher stehende Gestein durch emporsteigende, posteruptive Quellen eingetragen wurden.

Als Zuführungskanäle fungierten zahlreiche Verwerfungs- und Dislokationspalten, die im Riesengebirge sehr häufig vorkommen. Da sie nach verschiedenen Richtungen die Gesteine durchsetzen, gestatteten sie den Erzlösungen in die Schichtenkomplexe einzudringen und dieselben zu infiltrieren. Es ist selbstverständlich, daß die erzfreien Klüfte nicht als Gegenbeweis der Epigenesis angeführt werden können. Entweder sind diese Spalten späteren Ursprungs, oder sie waren mit den Zuführungskanälen nicht in Verbindung. Auch die verhältnismäßig dünne Kupfererzschichte mit dem erzfreien Hut kann nicht gegen die Epigenesis sprechen; denn solch ein niedriges Lager muß entstehen, wenn die Erzlösungen in das eben abgesetzte, noch weiche Gestein eindringen; sie infiltrieren es natürlich sehr leicht in weiten Strecken, ohne einige Spalten in demselben zu infiltrieren. Bei den diesbezüglichen Erzschiefern sind die Erzlösungen und das Gestein fast synchronisch, doch sind die ersteren auch in diesem Falle gegen das Gestein noch immer epigenetisch.

Da das Auftreten der Eruptivgesteine, wie oben erwähnt wurde, sich mehrmals wiederholte, stiegen gewiß auch die mit ihnen zusammenhängenden posteruptiven Quellen wiederholt aus der Tiefe empor. Durch dieses wiederholte Emporsteigen kann man meiner Meinung nach die in verschiedenen Horizonten vorkommenden Erzlager besser erklären, als durch

---

*) Cotta behauptet, daß es keinen Beweis von der Existenz der posteruptiven Quellen gibt.

die Syngenesis, bei der man jedoch das Wiederholen von ziemlich komplizierten, günstigen Bedingungen in den geologisch öfters wenig von einander entfernten Zeiten, voraussetzen muß. Dasselbe hat besonders bei der Erzlagerstätte von Wernsdorf Geltung, wo das Erz, wie erwähnt, in zwei übereinander liegenden Schichten vorkommt.

Der Erzhalt, welchen Gürich in den unteren Konglomeraten bemerkt hatte, kann nicht durch Syngenesis, sehr wohl aber durch die Wirkung posteruptiver Quellen, welche das Konglomerat durchgedrungen und in demselben einen Teil ihres Erzgehaltes zurückgelassen haben, erklärt werden.

Mineralogisches Institut der k. k. böhmischen Universität Prag.

Literatur.

M. Bauer: Krystallogr. Untersuch. d. Scheelits. Würtemberg. naturwissenschaftl. Jahreshefte 1871. 55—61.

C. Bayer: Berg- und hüttenmännische Thätigkeit im Riesengeb. B. u. h. Jhb. d. B.-A. 1860. IX. 234–244.

R. Beck: Über d. Gesteine d. Zinkblendelagerst. Långfallsgrube. T. M. p. M. XX. 1901. 382—389.

— Lehre v. d. Erzlagerst. 1903. 508.

H. E. Beyrich: Geolog. Verhältnisse d. böhm. Landestheil. d. Sect. Waldenburg Z. d. d. g. G. VIII. 1856. 14–17.

F. Beyschlag: Genesis d. Kupferschiefers u. seine Entstehung. Z. f. p. G. 1900. 115.

— Erzlagerstätt. d. oberschlesisch. Muschelkalkes. Z. f. p. G. 1902. 143.

E. Bořický: Petrograf. studia čedič. horstva v Čechách. Archiv II. 193–195.

— Petrograf. studia melafyr. horstva v Čechách. Archiv III. 2. odd. 2. seš. 65.

— Petrolog. studia porfyr. hornin v Čechách. Dokončil J. Klvaňa. Archiv IV. 4. 13.

B. v. Cotta: Lehre v. d. Erzlagerstätten. 1861. II. 110, 111; 217, 218.

J. Czerweny: Aphorismen ü. d. Vork. nütz. Mineralien i. Riesengeb. etc. Riesengebirge i. Wort u. Bild. 1881. I. pag. 3.

E. Dathe: Erläuterungen z. geolog. Karte v. Preußen etc. Blatt Rudolfswaldau. 1904. 96.

A. Frič a G. Laube: Geol. mapa Čech. Okolí Železného Brodu a Jičína až k Broumovu a Náchodu. Archiv IX. čís. 6. 1895.

J. Grimm: D. Kupfererzlagerst. i. nö. Th. Böhm. b. Starkenbach, Rybnic, Ober- und Nieder-Rochlitz u. d. darauf bestehenden Bergbauunternehm. Prag 1857.

— Die Lagerstätten d. nutzb. Min. Prag 1869. 206—209.

A. Groddeck: Die Lehre v. d. Erzlagerst. 1879. 278.

A. Gurlt: Montanist. Reiseskizzen. D. Bergbau a. d. Kupfererzlagerst. i. böhm. Riesengeb. i. d. Umgeg. v. Starkenbach. B. u. h. Z. 1858. 321.

G. Gürich: Die Kupfererzlagerst. v. Wernsdorf b. Radowenz i. Böhm. Z. f. p. G. 1893. 370.

— Geolog. Führer i. d. Riesengeb. Berlin 1900.

— Zur Genese d. oberschles. Erzlagerst. Z. f. p G. 1903. XI. 202—205.

— Mittheil. ü. d. Erzlagerst. d. oberschles. Muschelkalkes. Z. d. d. g. G. 1904. 123.

C. A. Hering: Beit. z. Kennt. d. i. d. Umgeg. v. Hohenelbe auftret. Kupfererzlagerst. Freiberg. 1874 [lithograph].

C. A. Hering: Die Kupfererzlagerst. d. Dyas i. nordöstl. Böhm. i. Bezug a. ihre Abbauwürdigkeit. Öst. Z. f. B. u. H. 1888. 676—678, 685—688.
— Die Kupfererzlagerst. d. Erde. Zeitschr. f. Berg-, Hütt.- u. Salinenwesen XLV. 50.
P. Herter: Z. d. d. g. G. 1857. 371—373.
P. Herter u. E. Porth: Das Erzvorkommen z. Rochlitz. Jhb. d. k. k. g. R.-A. X. 10.
K. Hinterlechner: Beit. z. Kennt. d. geolog. Verhält. Ostböhm. Jhb. d. k. k. g. R.-A. L. 593—613.
Dr. F. Hornung: Zur Beurtheil. d. Regionalmetamorphose a. Harze u. z. Kupferschieferfrage. C.-B. 1903. 258 - 263.
— Neueres Thatsachenmaterial im Lichte der harzer Regionalmetamorphose. C.-B. 1903. 358—362.
— Formen, Alter u. Ursprung d. Kupferschiefererzes. Z. d. d. g. G. 1904. 207.
J. Hrabák: Hornictví a hutnictví v král. Českém. Praha 1902. 231—237.
J. Jokély: Verh. d. k. k. geolog. R.-A. XI. 111—112.
— dto. XI. 119.
— D. Riesengebirge i. Böhm. Jhb. d. k. k. g. R.-A. XII. 396
— Allgem. Übers. ü. d. Gliederung u. d. Lagerungsverhält. d. Rothliegend. i. westl. Th. d. Jičíner Kreises i. Böhm. Jhb. d. k. k. g. R.-A. XII. 381—395.
— Verh. d. k. k. geolog R.-A. XII. 76, 182.
F. Katzer: Geologie v. Böhmen. Prag 1891. 455—519, 1188—1225.
C. M. Kersten: Talksteinmark v. Rochlitz. Arch. f. Min., Geog., Bergb. u. Hüttenkund. V 1832. 499—501.
E. Kohler: Adsorptionsprocesse als Faktoren der Lagerstättenbild. u. Lithogenesis. Z. f. p. G 1903. 49—59.
Dr. G. Köhler: D. Rücken i. Mansfeld u. i. Thüringen. 1905.
J. Krejčí: Studie v oboru křídového útvaru v Čechách. Archiv I. 2, 12, 151—154.
— Povaha pánve mezi Sněžkou a Hradešínem u Českého Brodu. Živa XI. 1863. 4.
G. Krusch: D. Classifikation d. Erzlagerst. v. Kupferberg i. Schlesien. Z. f. p. G. 1901. 226—229.
G. Laube: Notitz ü. Einschlüsse v. Melaphyrgest. i. Porphyr v. Liebenau. Verh. d. k. k. geolog R.-A. 1881. 332—333.
— D. Erdbeben v. Trautenau am 31. Jäner 1883. Jhb. d. k. k. g. R.-A. 1883. 331—373.
A. Madelung: Melaphyre d. Riesengeb. u. d. Karpaten. Verh. d. k. k. geolog R.-A. XIV. 135—136.
R. Michael: Über d. oberschles. Erzlagerst. C. d. d. g. G. 1904. 127.
L. Milch: Beiträge z. Kennt. d. granitischen Gest. d. Riesengeb. N. Jhb. f. M. B.—B. XII. 115—237, XV. 105—204.
— Mitth. a. d. Gebiete d. Statistik.
E. Naumann: Über d. Entstehung d. Erzlagerstätten d. Kupferschief. u. Weißliegend. a. Kyffhäuser. Z. d. d. g. G. 1902. C. 122.
K. M. Paul: D. geolog. Verhält. d. nördl. Chrudimer u. südl. Königgrätzer Kreises i. östl. Böhm. Jhb. d. k. k. g. R.-A. XIII. pag. 451.
W. Petraschek: D. Mineralquellen d. Gegend v. Náchod u. Cudova. Jhb. d. k. k. g. R.-A. 1903. 459—472.
— D. Bruchgebiet d. böhm. Antheils d. Mittelsudeten d. Neissegrabens. Z. d. d. g. G. 1904. 210—222.
Otto Pollak: Geognost. Bericht über d. i. nordöstl. Th. d. Bunzlauer, Jičíner und Königgrätzer Kreises i. Böhm. unternomm. Schürf. Jhb. d. k. k. g. R.-A. IX. 1858. 239—246.
M. Porth: Über Melaphyre d. nordöstl. Böhm. Lotos V. 1855. 184—188, 193—197.
— Z. d. d. g. G. 1856. 523—524.
— Bericht über diesjähr. geol. Aufnahmen i. nordöstl. Böhm. Jhb. d. k. k. g. R.-A. VIII. 1857. 455.

M. Porth: Jhb. d. k. k g. R.-A. IX. 1858. 18, 45—46.
Fr. Pošepný: Něco o měďnatých horništích českého permského útvaru. Živa. 1861. IX. 32—49.
Fr. Pošepný: Verh. d. geolog. R.-A. XIII. p. 127.
— Über d. Genesis d. Erzlagerst. B. u. h. Jhb. d. B.-A. 1895. 11, 162—179.
K. v. Raumer: D. Gebirge Niederschlesiens, d. Grafsch. Glatz u. e. Th. v. Böhm. u. Oberlausitz. Berlin. 1819. 32, 59.
A. E. Reuss: Über d. Kupfergehalt d. Rothlieg. d. Umgeg. v. Böhm.-Brod. Jhb. d. k. k. g. R.-A. III. 1851. 96.
— Kurze Übers. d. geognost. Verhält. Böhm. Prag. 1854. I. 29—30. 60—66.
— Lotos VI. 1856. 176.
— Neue Mineralvork i. Böhm. Lotos VII. 1857. 2—5, 130—132.
— Mineralog. Notitz. a. Böhm. III. Über e. dicht. Pyroxen v. Rochlitz. Sitzber. d. k. Akad. XVIII. 1857. 557—561.
— Mineralog. Notitz. Lotos VIII. 1858. 2—9.
G. Rose: Z. d. d. g. G. 1857. 3—4.
F. Römer: N. Jhb. f. M. 1858. 554—555.
— Neuerdecktes Vorkomm. d. Scheelits i. Riesengeb. Lotos XIV. 1864 144.
A. Sachs: D. Bild. d. oberschl. Erzlagerst. C.-B. 1904. 40—49.
— D. Erzlagerst. Oberschlesiens. Z. d. d. g. G. 1904. 269.
W. Salomon: D. Zechstein v. Eberbach u. d. Entstehung d. perm. Odenwälder Manganmulde. Z. d. d. g. G. 1903. 419.
Fr. Slavík: Poznámky o porfyru podkozákovském. R. Č. Ak. IX. 2. tř. 1900, č. 31.
— Dva kontakty středočeské žuly s vápencem. R. Č. Ak. XIII. 2. tř. 1904, č. 12.
— Über ein. Granathornfels v. Predazzo. C.-B. 1904. 661.
J. F. Schmidt v. Bergenhold: Übersicht. Geschichte d. Bergbau- und Hüttenwesens i. Königr. Böhm. Prag. 1880. 221.
A. W. Steltzner-A. Bergeat: D. Erzlagerst. 1905. 388—417.
K. Gr. Sternberg: Umrisse e. Geschichte d. böhm. Bergwerke. I. 1836, I. Abth. 487. II. Abth. 74.
F. E. Suess: Bau u. Bild d. böhm. Masse. Sonderabd. a. »Bau u. Bild Österreichs«. 1903. 247.
G. Tschermak: D. Porphyrgest. Öster. a. d. mittl. geolog. Epoche. Wien. 1869. 29—88.
E. R. Warnsdorf: Geognost. Notitz üb. d. Lagerung d. Náchoder Steinkohlenzuges i. Böhm. N. Jhb. f. M. 1841. 432—442.
E. Weinschenk: D. Kieslagerst. i. Silberberg b. Bodenmais. Abhandl. d. k. bayer. Akad. d. Wiss. II. Cl. XXI. Bd. 407.
K. A. Weithofer: D. Schatzlar-Schwadowitzer Muldenflügel d. niederschles. böhm. Steinkohlenbeck. Jhb. d. k. k. g. R.-A. 1897. 455.
— Z. Frage d. gegenseit. Altersverhält. d. mittel- u. nordböhm. Carbon u. Permablag. Sitzber. d. k. Ak. Wien. CVII. I. 1898. 53—73.
F. Wibel: D. ged. Kupfer u. Rothkupfererz. 1864. 61, 71, 159—170.
J. N. Woldřich: Zemětřesení v severovýchodních Čechách 10. ledna 1901. R. Č. Ak. X. 2. tř. čís. 25, p. 32.
H. Wolf: Ber. üb. d. geolog. Aufnahme i. östl. Böhm. Jhb. d. k. k. geol. R.-A. XIV. 1863. 479.
E. Zimmermann u. G. Berg: D. geolog. Verhält. d. Umgd. v. Friedland b. Waldenburg i. Schlesien. Jhb. d. k. preuss. geolog. Landesanst. u. Bergakad. 1904. XXV. Bd. 4. Heft. 771.
F. X. M. Zippe: D. Mineralien Böhm. Verh. d. Gesell. d. Vaterl. Mus. i Böhm. 1838. 34.

F. X. M. Zippe: D. Kupfererzlagerst. i. Rothlieg. Böhm. Sitzber. d. Akad. d. Wiss. Wien. XXVIII. 1858. 192.

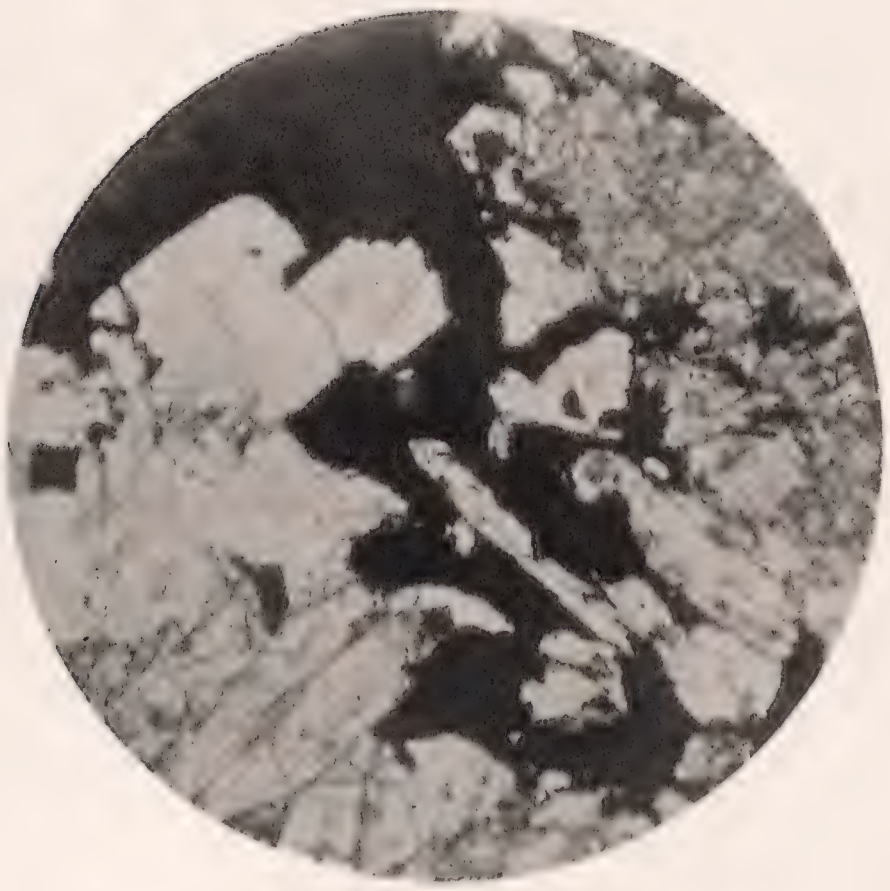
Erklärung der Tafel.

Fig. 1. Kiesberg, Erlan: Magnetopyrit dringt zwischen die Epidotkörner ein.
Fig. 2. » » Magnetopyrit umgibt die Amphibolindividuen, und zertrümmert sich in ihren Klüften.
Fig. 3. Rochlitz, Erlan: Chalkopyrit umschließt die Erlanbestandteile und dringt in ihre Klüften ein.
Fig. 4. Rybnic, gepresstes, klastisches Gestein: Chalkosin geht in der Form einer schmalen Ader der Kluft eines gepressten Plagioklaskornes nach. *a)* Im gewöhnlichen Lichte, *b)* Zwischen den gekr. Nicols.
Fig. 5. Kozinec bei Starkenbach, glimmeriger Arkosesandstein: Chalkosin dringt in die Spaltungsklüfte einer Muscovittafel ein. Das Probestück ist vom Malachite infiltriert.
Fig. 6. Kostial-Oels, Arkosesandstein: Chalkosin umgibt das Feldspatkorn und presst sich in seine Spaltklüfte ein.

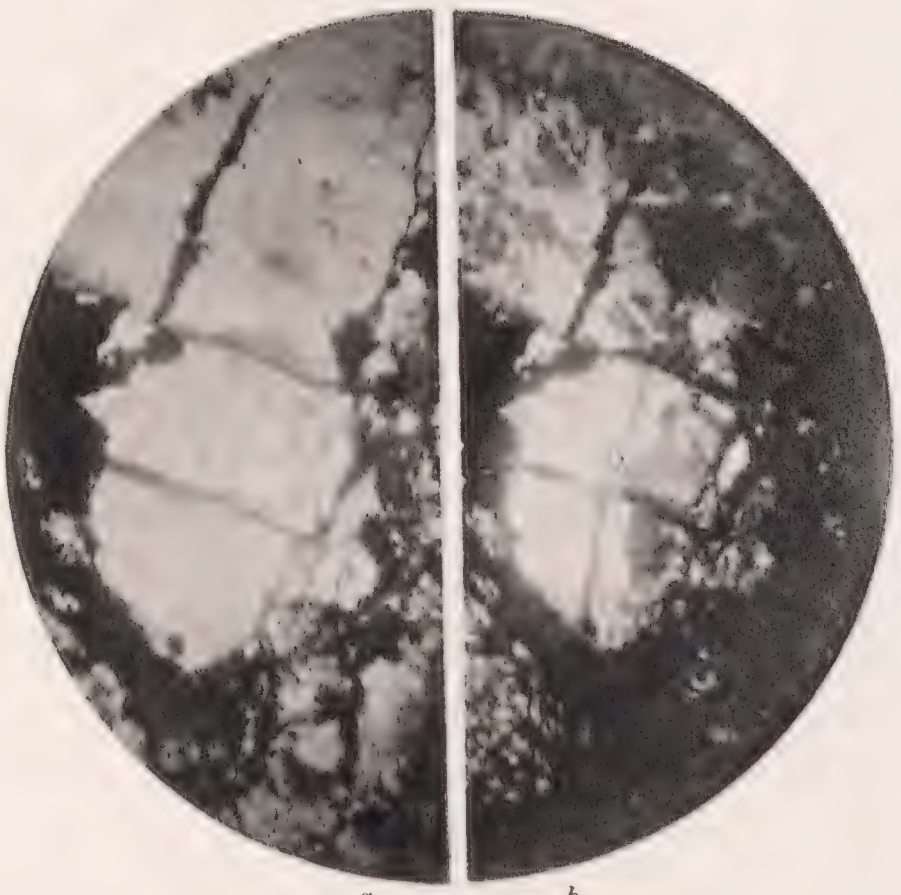
Vergrößerung durchwegs 50×.

1.

2.



3.



a *b*

4.

5.

6.

Geologisch-palaeontologische Verhältnisse der nächsten Umgebung von Rožmitál in Böhmen.

Von

J. V. Želízko.

(Mit 2 Tafeln und 4 Textabbildungen.)

Vorgelegt am 16. Dezember 1906.

Vorwort.

Ende der Neunzigerjahre erfuhr ich durch den Herrn Prof. Dr. J. J. Jahn in Brünn, damaligen Sektionsgeologen an der k. k. geologischen Reichsanstalt in Wien, von einer eigentümlichen und sehr interessanten, in der Umgebung von Rožmitál vorkommenden Fauna des Untersilurs, auf welche Herr Prof. Jahn vordem vom Herrn A. Hofmann, Professor an der k. k. montanistischen Hochschule in Příbram, aufmerksam gemacht wurde. Das Vorkommen dieser Fauna war auch früher einigen Geologen wie z. B. dem Prof. Novák, Dr. Perner u. A. bereits bekannt, ohne dass es zu einer näheren systematischen Durchforschung gekommen wäre.

Wie überall in Gegenden, in deren Nähe man ausgiebige Kohlenlager entdeckte, wurden auch in der Umgebung von Rožmitál, nächst der bekannten, vor kurzem aber erschöpften miröschauer Kohlengruben an vielen Stellen Nachforschungen nach Kohle vorgenommen. Es ist selbstverständlich, dass auch hier meistens von Seite der Bürger, welchen natürlich die geologischen Verhältnisse der Gegend vollständig unbekannt waren, geschürft wurde, was zur Folge hatte, dass die schon in ziemlich bedeutender Tiefe unternommenen Versuchsarbeiten als erfolglos eingestellt werden mussten.

So kam es, dass die Unkenntnis der geologischen Verhältnisse und der Mangel an Geldmitteln und teils auch die Fachunkenntnis beim Schürfen, das Zudecken der Schachte verschuldet haben, insofern diese nicht von selbst verschüttet oder mit Wasser überschwemmt wurden. Ähnlich verhielt sich die Sache auch mit dem bei Voltuš (sw. von Rožmitál)

angelegten Schachte, und zwar im Schiefer am Abhange des gedehnten, aus Třemošná-Konglomeraten bestehenden Štěrbinaberges (751 *m*), südöstlich von dem erwähnten Dorfe.

Der Schiefer, welchen man für kohlenhaltig hielt, ist in petrographischer Hinsicht von Interesse. Derselbe ist sehr fein und erinnert infolge seiner dunklen und glänzenden Farbe an den Dachschiefer.

Als aber in dem angeführten Schachte in der Tiefe von 8—12 *m* verschiedene Versteinerungen zum Vorschein kamen, namentlich zahlreiche Reste des riesigen Trinucleus und anderer Fossilien, welche einen von den bisher bekannten Arten einigermassen abweichenden Charakter aufwiesen, in mancher Beziehung aber mit den Versteinerungen des Untersilurs übereinstimmten, war es klar, dass hier das Kohlensuchen resultatslos verlaufen wird.

Was danach an Versteinerungen auf dem zurückgebliebenen Erdaushub vorgefunden wurde, sammelte kurz vor seinem Tode Prof. Novák für das geolog. Institut der böhmischen Universität, etwas hievon besitzt auch Prof. Hofmann und einige Sammler.

Als ich im Sommer 1901 mit dem Herrn Prof. Hofmann den erwähnten Fundort besuchte, sah ich, dass die Durchforschung desselben auf ziemliche Schwierigkeiten stossen wird. Dort, wo sich früher der Schacht befand, war jetzt ein Acker und nur die hie und da zerstreuten und verwitterten Schieferbruchstücke von weisslicher Farbe verrieten das frühere Schürfen.

In den Jahren 1901 und 1902 erhielt ich von der löbl. Direktion der k. k. geologischen Reichsanstalt in Wien, sowie von der löbl. II. Klasse der böhmischen Franz-Josefs-Akademie der Wissenschaften Subventionen zum Zwecke der Durchforschung dieses für die Geologie Böhmens wichtigen und interessanten Fundortes.

Vor Beginn der Arbeit war es notwendig die unreife Saat auf dem betreffenden Grundstücke käuflich zu erwerben und knapp neben dem alten, mit Schotter und Holz längst verschütteten Schachte einen neuen anzulegen.

Bevor ich auf das eigentliche Resultat meiner Forschung bei Voltuš zu sprechen komme, halte ich für zweckmässig, zuerst über die geologischen Verhältnisse wenigstens der Umgebung des Fundortes selbst, bzw. der nächsten Umgebung von Rožmitál im allgemeinen kurz zu berichten. Ich tue es auch aus dem Grunde, weil ich die geologischen Verhältnisse dieser Gegend in mancher Hinsicht von den bisherigen Forschungen abweichend befunden habe.

Geologischer Teil.

Die Stadt Rožmitál liegt beinahe an der Grenze des mittelböhmischen Granitgebirges und der mittelböhmischen algonkischen Schiefer, südwestlich

von Příbram. Dieses Gebirge besteht aus einem mächtigen beiläufig 18 Meilen langen und 2—6 Meilen breiten Granitmassiv, und erhebt sich zwischen den mittelböhmischen algonkischen Schiefern, dem Böhmerwalde und dem böhmisch-mährischen Hügellande und nimmt so im ganzen ca 100 Quadratmeilen ein.

Nach den neuesten Forschungen ist dieser Granitcomplex an vielen Stellen von zahlreichen Ganggesteinen, welche einen mannigfachen petrographischen Charakter aufweisen, durchdrungen.

Für uns ist die auf den bisherigen geologischen Karten verzeichnete und in den algonkischen Schiefern eingekeilte Granitapophyse, welche aus dem oben erwähnten mittelböhmischen Granitgebirge gegen Nordwest von Vševil in der Richtung gegen Rožmitál und Sedlic ausläuft, von besonderem Interesse.

Während meines Aufenthaltes in dieser Gegend, widmete ich der in Rede stehenden Apophyse, auf welcher auch die östliche Hälfte von Rožmitál aufgebaut ist, meine besondere Aufmerksamkeit, und habe an einigen Stellen wo Steinbrüche angelegt waren, behufs späterer petrographischer Untersuchung auch zahlreiche Gesteinsproben gesammelt, welche dann dem Prof. dr. F. Slavík sammt den Dünnschliffen gesendet wurden. Derselbe hat auf Grund dieser Proben das Gestein als Quarzdiorit bestimmt. Dieses Gestein kann man im unteren Lauf des durch die Mitte der Stadt fliessenden Rožmitáler Baches, dessen Flussbett eben aus dem Quarzdiorit besteht, sehr gut beobachten. Von hier zieht sich der Diorit nordöstlich gegen Hodomyšl und Sedlic, wogegen nordwestlich, gegen Věšín zu, derselbe in bedeutender Ausdehnung mit alluvialen und diluvialen Anschwemmungen bedeckt ist, und nur stellenweise ein wenig zutage tritt. Im Norden bildet der Quarzdiorit die Unterlage der Lehmschichten in den Ziegeleien des Herrn Kuchař.

Am deutlichsten ist ein Dioritlager in dem »na Sadonském« genannten Steinbruche (östlich von Rožmitál) blossgelegt. Ferner kommt dieses Gestein in der Nähe der Stadt, im Bett des Abschlussgrabens des Sadonský-Teiches, dann nördlich bei dem s. g. Kohlenwege, als auch südöstlich von Rožmitál, auf den Wiesen um den Teich Vidimák, vor. Von hier kann man es in gleicher Richtung zu dem Eisenhammer und dem Fusse des Hügels Hradec (555 *m*) verfolgen. Am westlichen Abhange dieses Hügels fand ich in einer Grube einen kleinen nnw streichenden Gang eines graugrünen, teilweise verwitterten Gesteines, das vom Prof. Slavík als feinkörniger Diorit bestimmt wurde.

Diese, die algonkischen Schiefer durchtretende Apophyse erscheint daher als Quarzdiorit, der hier die äussere Facies des Granites bildet

Krejčí und Feistmantel[1]) richteten in den Achtzigerjahren auch

[1]) Orographisch-geotektonische Übersicht des silurischen Gebietes im mittleren Böhmen. (Archiv für naturwiss. Landesdurchforschung von Böhmen. V. Bd. No. 5) Prag 1885.

auf diese Apophyse ihr Augenmerk und bezeichnen sie in ihrer geologischen Karte als Granit.

Südöstlich von Rožmitál schliesst sich wie bekannt an das mittelböhmische Granitgebirge ein ausgedehnter Zug des s. g. mittelböhmischen Schiefer- und Phyllitgebirges, welche Formation dem Algonkium oder Praekambrium angehört und namentlich in der letzten Zeit zum Gegenstande neuer wissenschaftlicher Diskussionen gemacht wurde.[2])

Diese Formation, die aus einem mächtigen Komplex der oben erwähnten Phyllite und Schiefer der Barrande-Etagen *A* und des unteren Teiles der Etage *B* mit ihren Einlagen von Kiesel-, Graphit- und Alaunschiefern, sowie Konglomeraten, Grauwackensandsteinen und Kalksteinen besteht, weist in Böhmen eine grosse Verbreitung auf.

Da in diesem ausgedehnten Gebiete oft verschiedene Abarten der Schieferhauptmasse vorkommen, ist daher auch der petrographische Charakter der Phyllite und der algonkischen Schiefer mannigfaltig.

In der nächsten Umgebung von Rožmitál und auch in der Stadt selbst treten dieselben an einigen Stellen zutage. Am besten sichtbar und zugänglich sind sie östlich von Rožmitál, zwischen Skuhrov und Oslí, denn dort wird das Geleise der Lokalbahn Rožmitál-Březnice geführt. Der von hier stammende Schiefer ist grösstenteils von grauer, nur hie und da etwas grünlicher Farbe. An einigen Stellen tritt im Schiefer der feinkörnige Diorit durch, welcher einigen Gangesteinen, die Slavík z. B. bei Plass und im Tale des Flusses Mies in der Umgebung von Liblín u. a. konstatiert hat, sehr ähnlich ist.

Von einem anderen Charakter als der Schiefer von Skuhrov und Oslí, ist jener Schiefer, welcher östlich von Rožmitál am Wege vom Sadonský-Teich und dem Steinbruche zu der nach Hodomyšl und Příbram führenden Landstrasse vorkommt. Dieser Schiefer ist von dunkelgrauer, mitunter schwarzer Farbe.

Auf der alten Karte der geologischen Reichsanstalt und auf der Karte von Pošepný ist die betreffende Stelle, wo der angeführte Schiefer vorkommt, als Granit bezeichnet.

Schiefer von gleichem Charakter habe ich weiter nördlich von Rožmitál hinter dem Schlachthaus und im Sommer 1905 auch in dem anlässlich der Renovierung der Rožmitáler Kirche ausgehobenen Erdreich' als auch an einigen Stellen am Hauptplatz selbst, festgestellt.

An dem südwestlichen Ufer des Teiches Kuchyňka, dem südlichen Ende von Rožmitál, kommt wiederum ein anderer Schiefer von grau ugrüne

---

[2]) C. r. Purkyně: Kamenouhelné pánve u Mirošova a Skořice a jejich nejbližší okolí. Část I. (Rozpravy české Akademie, J. XIII, No. 29. Praha 1904.) — F. Slavík: Příspěvek k poznání vyvřelin středočeského praekambria (ibid. J. XI. No. 4. 1902). — Derselbe: O kamenečných a kyzových břidlicích západočeských (ibid. J. XIII. No. 26. 1904). — Derselbe: Studie o rudním obvodu stříbrském a některých jeho minerálech (ibid. J. XIV. No. 19. 1905).

Farbe vor. Derselbe sieht den durch Dr. Slavík vor kurzem auch in Westböhmen, im Gebiete der Alaunschiefer und im Bergrevier von Mies konstatierten Schiefern sehr ähnlich.[3])

Bei Rožmitál kann man ihn ferner an einigen Stellen an dem Ufer des weitläufigen Teiches unter dem Schloss, als auch am Rande des zweiten in den Teich Kuchyňka mündenden Abflussgrabens, dann südwestlich von Rožmitál und schliesslich an zwei Stellen der Stadt selbst beobachten.

Auf westlicher Seite des Rožmitáler Schlosses, am Boden des ersten, aus dem Teiche unter dem Schloss in den Kuchyňka-Teich mündenden Abflussgrabens, tritt durch die algonkischen Schiefer ein ziemlich mächtiger Gang des Grauwackensandsteines durch, der jenem sehr ähnlich ist, welchen Dr. Slavík aus dem Pilsner-Pürglitzer Gebiete und aus Modřan und Záběhlic bei Prag anführt.

Süd- und nordwestlich von Rožmitál ist auch der Kieselschiefer bedeutend verbreitet.

Interessant ist auch das Vorkommen des Kalksteines, welcher in einem engen Gange die algonkischen Schiefer in Alt-Rožmitál durchsetzt. Derselbe ist von graugrüner Farbe und sehr kompakt.

Die algonkischen Schiefer der Umgebung von Rožmitál, sowie auch der weiteren Umgebung von Příbram überhaupt, verflächen meistens westlich, stellenweise auch südwestlich.

Auf diesen Schiefern lagern dann diskordant kambrische Konglomerate und Grauwacken.

Von grosser Wichtigkeit für die Geologie Böhmens ist der in der Umgebung von Rožmitál vorkommende paläozoische Schiefer, welcher mit seiner Fauna der Hauptgegenstand der vorliegenden Arbeit ist.

Dieser Schiefer wurde, wie bereits oben angeführt, anlässlich der erwähnten Schürfung am nordöstlichen Abhange des Štěrbinaberges konstatiert. Pošepný hat zwar diese Schichten richtig in seiner Karte aufgenommen, hat dieselben aber als präkambrische Schiefer, wie sie übrigens auch in allen bisher bekannten geologischen Karten eingetragen sind, bezeichnet.

Ursprünglich lagen diese untersilurischen Schiefer konkordant auf den kambrischen Konglomeraten, transgredierten aber zum Teile auch auf den liegenden präkambrischen Schiefern. (Fig. 1.)

Später wurden diese präkambrischen Schiefer samt den sie überlagernden untersilurischen Schiefern in sw. Richtung längs des nordöstlichen Abhanges des Berges Štěrbina verworfen. (Fig. 2.)

Diese Verwerfung hat sich genau an der Grenze zwischen den Konglomeraten und den präkambrischen Schiefern gebildet. Nur diese transgredierende und verworfene Partie der untersilurischen Schiefer hat sich

---

[3]) Siehe: O kamenečných a kyzových břidlicích atd. — Příspěvek k poznání vyvřelin středočeského praekambria.

erhalten, während die auf den nicht dislocierten Konglomeraten lagernde, also nicht verworfene Partie derselben Schiefer, im Laufe der Zeit abgetragen worden ist. (Fig. 3.)

Es war meine Absicht mit der Vornahme der Untersuchung bei Voltuš Mitte Juli 1902 zu beginnen. Da sich aber die Vorbereitungsarbeiten

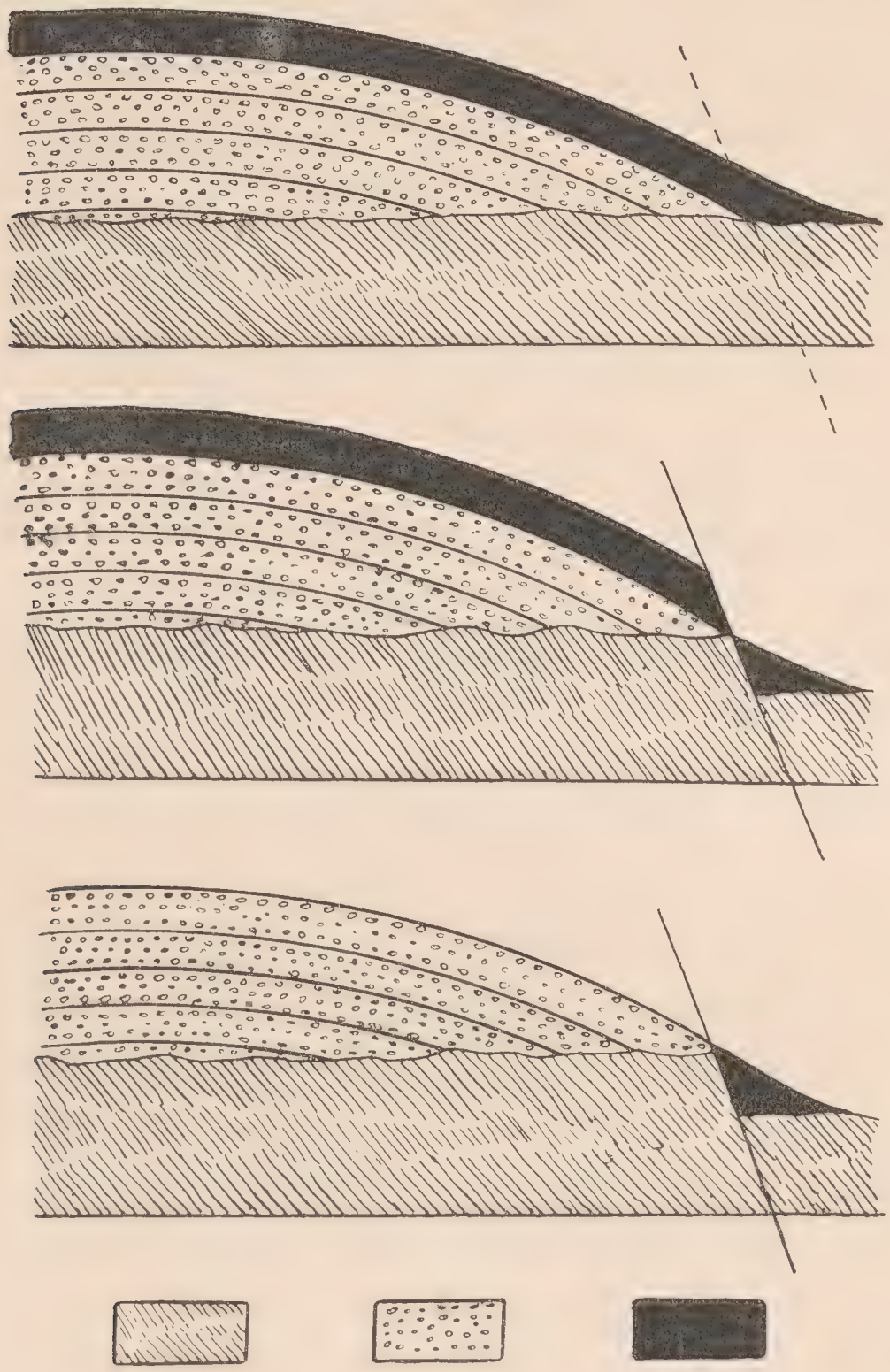


Abb. 1.

Abb. 2.

Abb. 3.

Praekambrische Schiefer. Kambrische Konglomerate. Untersilurische Schiefer.

Profile durch den Fundort bei Voltuš,

darstellend die Dislokation und die teilweise Denudation der untersilurischen Schichten.

bedeutend verlängerten, war es unmöglich, vor Anfang August den ersten Spatenstich vorzunehmen.

Unser Schacht war zuerst in einer Länge von 3·5 *m* und einer Breite von 2 *m* ausgemessen, wurde aber etliche Meter tief, ein wenig auf der westlichen Seite verengt.

Beim Graben zeigte sich diese Schichtenfolge:

	Ackererde	Mächtigkeit 0 30 *m*
Schichte I.	Weisslicher, sandiger, mit Quarzit- Konglomerat- Kieselschiefergerölle und Schieferbruchstücken vermischter Lehm.	0·45 *m*
II.	Gelber, rostiger Lehm ohne Gerölle; enthält eine Menge graugrüner Schieferbruchstücke, oder ganze schichtenartig gelagerte Partien.	1·50 *m*
III.	Schwarzer, glänzender, bläulicher, in freier Luft in dünne Blättchen zerfallender Schiefer, stellenweise mit kleinen Quarz- und Pyritkrystallen; später ein einheitlicher, häufiger schon mit Kiesel und Pyritnestern durchsetzter Schiefer.	4·70 *m*
IV.	Feste Bänke von dunklem, glänzendem Schiefer, mit den ersten Spuren von Versteinerungen.	3·05 *m*
	Gesamttiefe . . .	10·00 *m*

Die paläontologische Ausbeute war im ganzen zufriedenstellend.

Obwohl man die Verbreitung dieses paläozoischen Schiefers auch in nordwestlicher Richtung von Rožmitál verfolgen kann, lässt sich dennoch seine Grenze schwer feststellen, da die Schichten grösstenteils mit jüngeren Ablagerungen bedeckt sind.

Über das Vorkommen des Untersilurs bei Rožmitál spricht zuerst Katzer.[4]) Den Bericht Katzers zitiert später mit einer gewissen Ungläubigkeit auch Pošepný.[5]) Desgleichen spricht auch J. Schmidt[6]) von einem gewissen, in den Konglomeratschichten dieser Gegend vorhandenen Kohlenschacht, von dessen Versteinerungen er aber keine Erwähnung macht.[7])

---

[4]) Geologie von Böhmen. S. 1473—1474.

[5]) Beitrag zur Kenntnis der montangeologischen Verhältnisse von Příbram. Archiv f. praktische Geologie. Bd. II. S. 665—666. Freiberg 1895.

[6]) Montangeologische Beschreibung des Příbramer Bergbauterraines etc. Im Auftrage des k. k. Ackerbauministeriums herausgegeben von der k. k. Bergdirection in Příbram 1892. S. 17.

[7]) Über das Vorkommen der untersilurischen Schichten bei Voltuš schreibt mir Prof. Dr. J. J. Jahn folgendes:

»Das isolierte Vorkommen bei Voltuš ist von dem eingentlichen, zusammenhängenden Komplexe der Ablagerungen des mittelböhmischen Silurs ziemlich entlegen.

Zu den jüngsten und in der Umgebung von Rožmitál am meisten verbreiteten Ablagerungen gehört das Diluvium und Alluvium.

Das Diluvium, welches aus gelbbraunen durch Erosion der Oberfläche entstandenen Lehmschichten besteht, nimmt nördlich von Rožmitál und westlich gegen Věšín eine bedeutende Ausdehnung ein. Reste der diluvialen Fauna wurden bisher in der Umgebung von Rožmitál nirgends gefunden.

Eine ausgedehnte Alluvial-Anschwemmung von Geröllen und Blöcken der Brda-Schichten lässt sich von Alt-Rožmitál, dem Teich Obžera

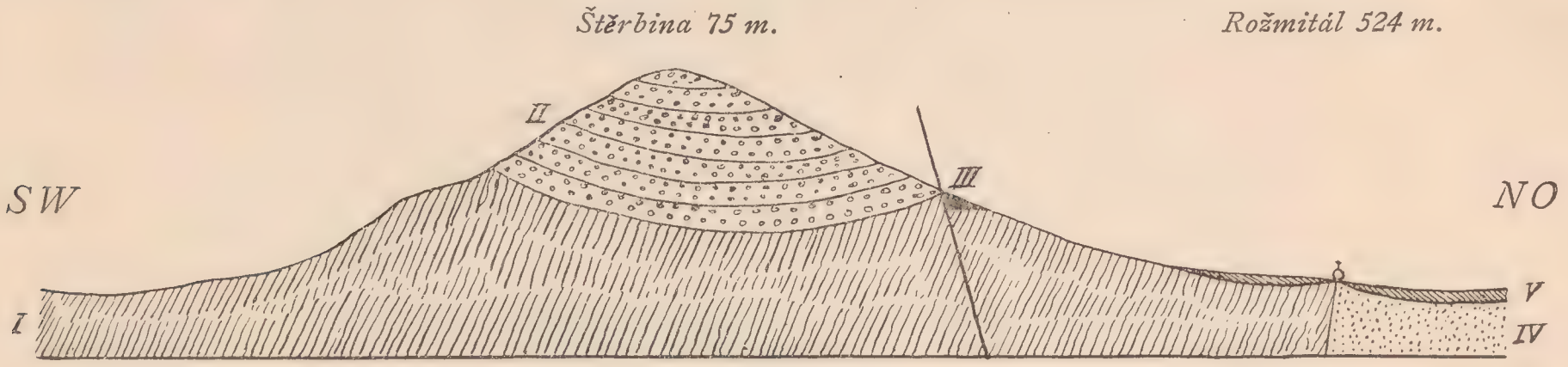


Abb. 4.

Geologisches Profil von Rožmitál gegen Štěrbina.

I. Praekambrische Schiefer.
II. Kambrische Konglomerate.
III. Untersilurische Schiefer.
IV. Quarzdiorit.
V. Alluviale und diluviale Ablagerungen.

zu, wo die ganze Mulde mit diesem Schotter ausgefüllt ist, sehr gut verfolgen.

Paläontologischer Teil.

In dem oben erwähnten, mir durch den Herrn Prof. Hofmann und das geologische Institut der böhmischen Universität zur Verfügung

---

Unwillkürlich erwägt man die Frage, wie etwa diese Unterbrechung entstand und wie früher die untersilurischen Schichten von Voltuš mit den gleichalterigen Schiefern im mittelböhmischen älteren Palaeozoikum zusammengehängt haben. Dass die Partie bei Voltuš durch irgendeinen tektonischen Vorgang von dem übrigen mittelböhmischen Silur abgetrennt worden wäre, scheint vollkommen ausgeschlossen zu sein Die Tektonik der Umgegend von Rožmitál liefert wenigstens keinen Beweis für eine solche mächtige Dislokation (cf. Barrandes »Colonien«). Es scheint vielmehr, dass die Stufe, welcher der Schiefer von Voltuš angehört, sich früher einer viel grösseren Verbreitung erfreute und dass ihre Ablagerungen eine mehr oder weniger zusammenhängende Decke auf den kambrischen Konglomeraten und den algonkischen Schiefern gebildet haben, die sich vielleicht noch südlicher von Voltuš ausgebreitet hat. Diese Decke wäre dann später bis auf den beschriebenen Rest von Voltuš denudiert worden. Allerdings ist es nicht ausgeschlossen, dass im Gebiete der genannten Konglomerate und azoischen Schiefer noch mehrere solche Denudationsrelikte des Untersilurs existieren, die vielleicht später durch Zufall (wie der Fundort bei Voltuš) entdeckt werden. Wenn wir diese

gestellten, als auch in dem von mir in der IV. Schichte des festen, dunklen, glänzenden Schiefers gesammelten Materiale fand ich folgende Versteinerungen.

I. Trilobiten.

Trinucleus Alfredi Nov. (manuscr).[8])

Taf. I. 1.—6.

Kommt unter allen Versteinerungen am häufigsten vor, ist aber infolge des Schichtendrucks vielfach deformiert. Zahlreich sind namentlich mehr oder weniger erhaltene Kopfschilde. Vollständige Stücke wurden nicht vorgefunden. Unter dem ganzen, dem Herrn Prof. Hofmann gehörigen Material von Voltuš wurde nur ein einziger breiter und hufeisenförmig gebogener, teilweise erhaltener Kopfschild gefunden. (Taf. I. 1. nat. Grösse.)

Bei zwei nicht deformierten Kopfschilden des Tr. Alfredi fanden wir den Saum an beiden Seiten gewölbt, wie man solchen bei dem Tr. ornatus, namentlich an den Oehlertschen Exemplaren der Art Tr. Bureaui n. sp. beobachten kann.[9])

Es ist interessant, dass bei einigen kleineren Exemplaren neben der feineren, stellenweise dichten Granulation, ringsherum dem Saumrand zu, gleichmässig aufgestellte Wärzchen vorkommen, die noch mit kleinen umgebogenen Krallen abgeschlossen sind, welche bei grösseren Exemplaren nicht erhalten blieben. Infolge dessen scheint der Saum unserer diversen Exemplare verschiedenartig gebildet zu sein.

Es ist vorderhand schwer auf Grund dieses leider so unvollständig erhaltenen Materials mit Bestimmtheit zu sagen, ob es sich hier um eine und dieselbe Art im verschiedenen Entwickelungsstadium oder um mehrere Arten handelt.

---

ehemalige untersilurische Decke über den kambrischen Konglomeraten und den präkambrischen Schiefern annehmen würden und wenn später bewiesen werden sollte, dass die Schiefer von Voltuš der Bande *d* 1*γ* angehören (wie es scheint), hätten wir es mit einer bedeutenden Transgression der Bande *d* 1*γ* auf den kambrischen Konglomeraten und den präkambrischen Schiefern zu tun (cf. Katzer: Geologie von Böhmen p. 1473—1474). Der Beweis dieser Transgression wäre dann freilich von ziemlicher Bedeutung für die Beurteilung der Grenze zwischen dem böhmischen Kambrium und dem böhmischen Silur, die auf Grund der bisher nicht zahlreichen paläontologischen Belege in den Banden *d* 1*α* und *d* 1*β* präcise zu bestimmen, nicht gelungen ist.

[8]) Auf der Etikette der dem geolog. Institute der böhm. Universität gehörigen Exemplare befindet sich die eigenhändige Aufschrift Novák's: *Trinucleus Alfredi.* Nach der gefälligen Mitteilung des Herrn Dr. J. Perner, Adjunkten des böhm. Landesmuseums, ist in dem schriftlichen Nachlass Nováks von einer Bleistiftzeichnung und einer Photographie des erwähnten Trilobites abgesehen, keine Beschreibung vorhanden Trotzdem ließ ich bei dieser Art die ursprüngliche Bestimmung *Trinucleus Alfredi.*

[9]) Sur les Trinucleus de l'ouest de la France. (Bull. de la Sociéte géologique de France 3e Série, tome XXIII., p. 299. Paris 1895).

So viel steht aber fest, dass wir eine völlig neue, mit den bisher gefundenen und beschriebenen Arten in keiner Weise übereinstimmende Species vor uns haben, welchen Umstand alle bisher bekannten Publikationen über den Trinucleus, wie auch die Zuschriften, welche dem Autor dieser Arbeit aus Frankreich, Schweden und Amerika zugekommen sind, bezeugen.

Dionide formosa Barr.

Taf. I. 7.

Es wurde nur ein Kopfschild gefunden.

Phacops (Chasmops) Bohemicus Nov. (manuscr.).

Taf. I. 8.

Ein Pygidium.

Chasmops (?) sp.

Ein Bruchstück der rechten Seite des Pygidiums.

Calymene (?) sp.

Taf. I. 9.

Ein kleines, zusammengedrücktes Pygidium.

Dalmania (?) sp.

Taf. I. 10.

Ein deformiertes unten zugespitztes Pygidium.

II. Cephalopoden.

Zwei nur teilweise erhaltene Reste unter allen Orthoceren.

1. Orthoceras sp.

Taf. II. 1.

2. Orthoceras sp.

Taf. II. 2.

III. Brachiopoden.

Orthis Nováki Žel.

Taf. II. 3.

Eine kreisförmige Schale.

Orthis Rožmitalensis Žel.

Taf. II. 4.

Eine kleine Schale.

Strophomena Barrandei Žel.

Taf. II. 5. 6.

Eine neue, ziemlich häufige Art.

Strophomena Hofmanni Žel.

Kommt gleichfalls ziemlich vor. Eine bei weitem engere und verhältnismässig längere Schale.

Strophomena sp.

Kommt ziemlich häufig vor.

Paterula Bohemica Barr.

Ebenfalls sehr häufig.

Discina sp.

Kommt sehr häufig vor.

IV. Gastropoden.

Oxydiscus (Cyrtodiscus)? sp.

Taf. II. 7.

Es wurde nur ein einziger Abdruck gefunden.

Pleurotomaria sp.

Ein Exemplar.

Naticopsis?

Ein Exemplar.

V. Pteropoden.

Conularia exquisita Barr.

Taf. II. 8 *a*, *b*.

Ein Fragment einer Schale.

Conularia Proteica Barr.

Taf. II. 9.

Ebenfalls ein Fragment.

Conularia cf. Proteica Barr.

Einige Bruchstücke.

Conularia sp.

Einige Bruchstücke.

Hyolithus sp.

Taf. II. 10.

Ein Abdruck einer Schale.

VI. Lamellibranchiaten.

Modiolopsis sp.

Taf. II 11.

Ein Exemplar.

Synek (Filius) antiquus Barr.

Taf II. 12.

Es wurden zwei Exemplare gefunden.

Synek (Filius)? sp.

Taf. II. 13.

Ein Exemplar.

Nucula sp.

Ein Exemplar.

Arca? sp.

Ein Abdruck einer Schale.

Unsere Forschungen bei Rožmitál sind insofern für die Geologie Böhmens dadurch von Wichtigkeit, dass es uns gelungen ist, in dieser Gegend das Vorhandensein des Untersilurs mit Sicherheit zu konstatieren, welches hier den südlichsten Ausläufer der mittelböhmischen Silurmulde mit einer interessanten, vielfach auch neuen Fauna bildet.

Der paläontologische Charakter dieser Schiefer weist darauf hin dass dieselben der Barrande-Etage *D* und wahrscheinlich der Bande *D—d* 1 *γ* angehören. Mit der genauen Bestimmung des Horizontes wird wohl abgewartet werden müssen, solange nicht die ausschliesslich in *D—d* 1 *γ* vorkommenden Arten festgestellt werden, denn jene, die wir von Voltuš her kennen, kommen auch in höheren Horizonten und zwar wie aus der beiliegenden Übersicht ersichtlich ist, in d_3, d_4 und d_5, vor.

Was die neuen Arten betrifft, so ist deren Vorkommen zwar auffallend aber in keiner Weise überraschend, wenn wir in Erwägung ziehen, dass die bisher wenig durchforschten, in der Nähe befindlichen Schichten der schwarzen Schiefer der Bande *D—d* 1 *γ*, zwischen Pilsen und Rokycan, in der letzten Zeit ebenfalls eine ganze Reihe überhaupt neuer Arten, welche der Autor dieser Arbeit demnächst an anderer Stelle beschreiben wird, geliefert haben.

Übersichts-Tabelle der Fossilien von Voltuš.

	Gattungen und Arten	Untersilur					Ober-silur			Unter-u. Mittel-devon	
		D—d_1	D—d_2	D—d_3	D—d_4	D—d_5	E—e_1	E—e_2	F—f_1	F—f_2	G—g_1
	I. Trilobiten.										
1.	*Trinucleus Alfredi Nov.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.	Dionide formosa Barr.	+	—	+	—	+	—	—	—	—	—
3.	*Phacops (Chasmops) bohemicus Nov.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.	Chasmops (?) sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.	Calymene (?) sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6.	Dalmania (?) sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		6	—	1	—	1	—	—	—	—	—
	II. Cephalopoden.										
7.	1. Orthoceras sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8.	2. Orthoceras sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	III. Brachiopoden.										
9.	*Orthis Nováki Žel.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10.	*Orthis Rožmitalensis Žel.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11.	*Strophomena Barrandei Žel.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12.	*Strophomena Hofmanni Žel.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13.	Strophomena sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14.	Paterula Bohemica Barr.	+	—	+	—	+	—	—	—	—	—
15.	Discina sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		7	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	IV. Gastropoden.										
16.	Oxydiscus (Cyrtodiscus) ? sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17.	Pleurotomaria sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18.	Naticopsis ?	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	V. Pteropoden.										
19.	Conularia exquisita Barr.	+	—	+	+	+	—	—	—	—	—
20.	**Conularia Proteica Barr.	+	—	—	+	+	+	+	—	—	+
21.	Conularia cf. Proteica Barr.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22.	Conularia sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
23.	Hyolithus sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		5	—	1	2	2	1	1	—	—	1
	VI. Lamellibranchiaten.										
24	Modiolopsis sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25.	Synek (Filius) antiquus Barr.	+	+	+	+	+	—	—	—	—	—
26.	Synek (Filius) ? sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
27.	Nucula sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
28.	Arca ? sp.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		5	1	1	1	1	—	—	—	—	—

*) Neue Arten.

**) Wir haben hier, sowie im tabellarischen Verzeichnis der Fossilien die unrichtige Angabe Barrande's angeführt, dahin gehend, dass diese Art in allen Horizonten von $D—d_1$ bis $G—g_1$ vorkomme, was überhaupt unmöglich ist. Es gibt keine fossile von dem Untersilur bis zum Mitteldevon fortdauernde Form. Diesen Umstand festzustellen, ist nur durch eingehendes Studium und Revision der Barrandeschen Originale und Doubletten möglich.

324

Erläuterung zu den Tafeln.

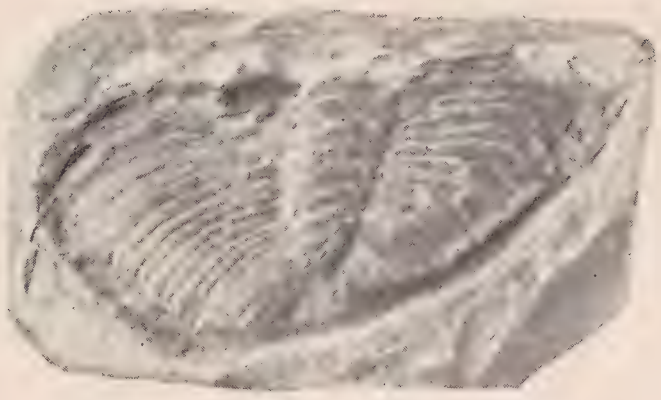
Tafel I.

Abb. Nr. 1.—6. *Trinucleus Alfredi Nov.* (Original Nr. 1. Eigentum der k. k. montanistischen Hochschule in Příbram. Nr. 2. und 3. des geolog. Instituts der böhm. Universität in Prag, Nr. 4., 5. und 6. Material des Autors.)
Abb. Nr. 7. *Dionide formosa Barr.* (Orig. des Autors.)
» » 8. *Chasmops* (*Phacops*) *Bohemicus*, *Nov.* (Geolog. Institut der böhmischen Universität.)
» » 9. *Calymene* (?) *sp.* (Original des Autors.)
» » 10. *Dalmania* (?) *sp.* (Original des Autors.)
Alles in natürlicher Größe.

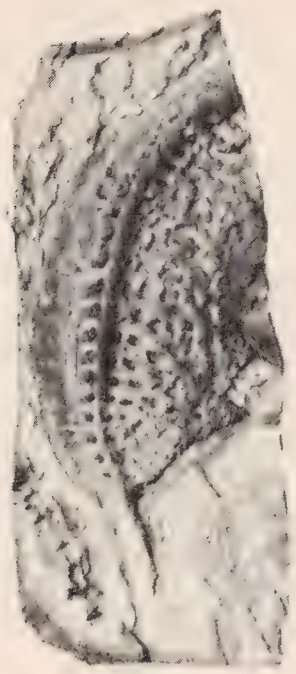
Tafel II.

Abb. Nr. 1. *Orthoceras sp.* 1. (Original des Autors.)
» » 2. » » 2. » » »
» » 3. *Orthis Nováki Žel.* (Geolog. Institut der böhmischen Universität.)
» » 4. » *Rožmitalensis Žel.* (Original des Autors.)
» » 5., 6. *Strophomena Barrandei Žel.* (Originale des geolog Institus der böhm Universität.)
» » 7. *Oxydiscus* (*Cyrtodiscus*) ? *sp.* (Original des Autors.)
» » 8. *a*) *Conularia exquisita Barr.*, Nr. 8. *b*) dreimal vergrösserte Partie einer Schale. (Eigentum der. k. k. montanistischen Hochschule in Příbram.)
» » 9. *Conularia Proteica Barr.* (Eigentum der k. k. montanistischen Hochschule in Příbram.)
» » 10. *Hyolithus sp.* (Original des Autors.)
» » 11. *Modiolopsis sp.* (Original des Autors.)
» » 12. *Synek* (*Filius*) *antiquus Barr.* (Original des Autors.)
» » 13. *Synek* (*Filius*) ? *sp.* (Original des Autors.)
Alles in natürlicher Größe mit Ausnahme der Abb. Nr. 8. *b*)

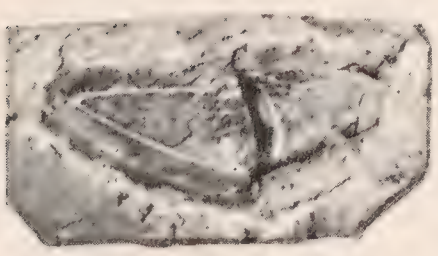
2



8



4



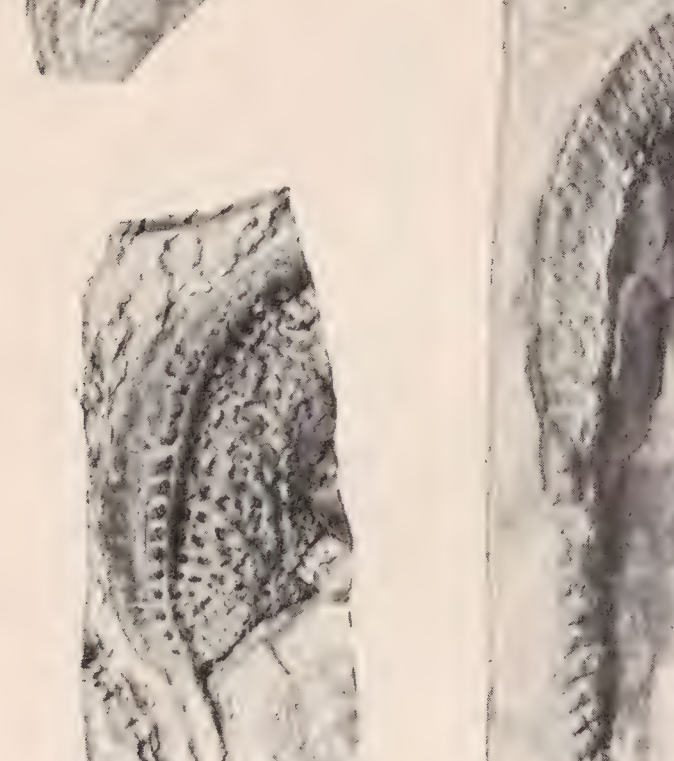
6

1

10

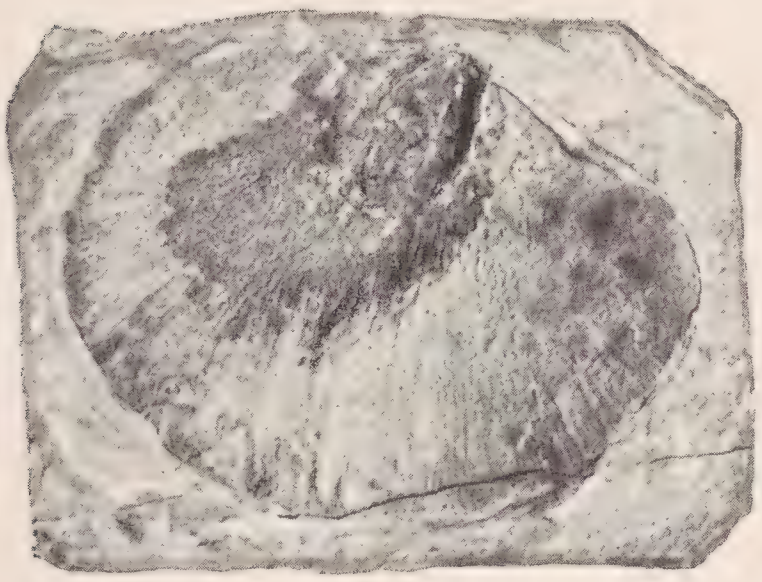
5

9

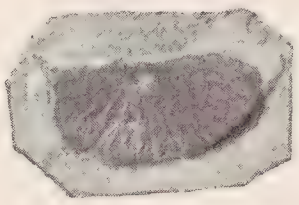


7

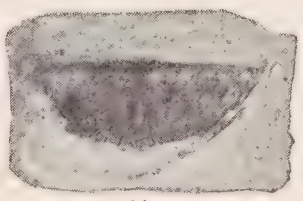
3



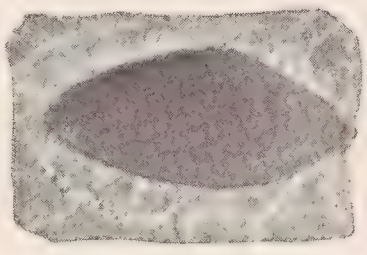
3



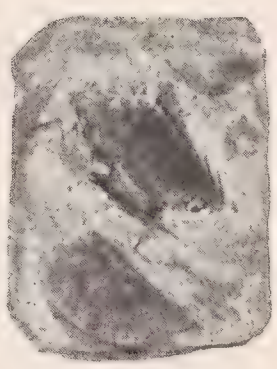
4



5

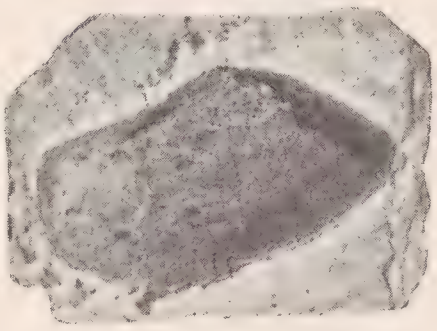


13

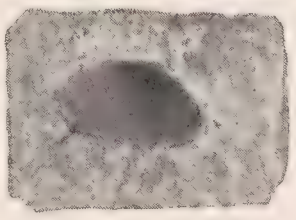


6

1



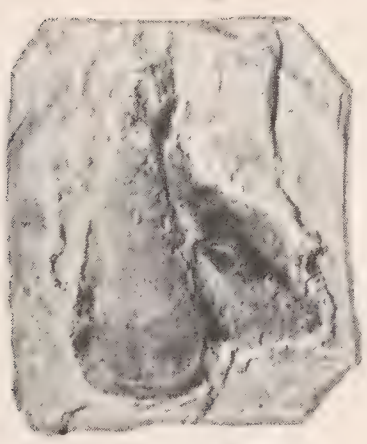
11



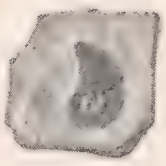
12

2

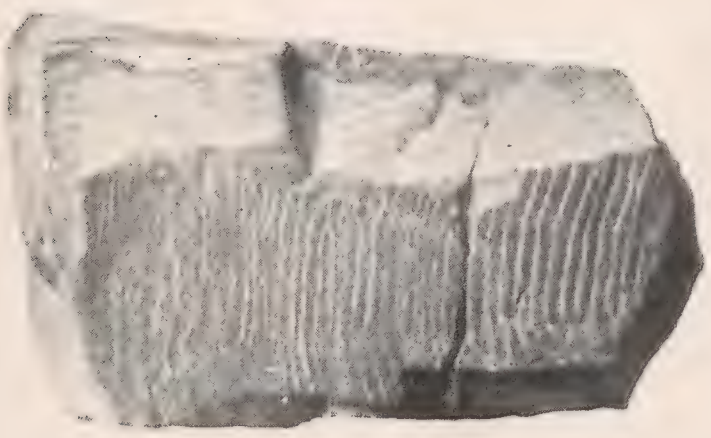
8*a*



10



7



9

8*b*

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01298 3680